

# Cflow による高レイノルズ平板乱流境界層の壁面モデル LES

## Wall-Modeled Large Eddy Simulation of High Reynolds Number Turbulent Boundary Layer Using Cflow

- 安田英将, 川崎重工, 岐阜県各務原市川崎町 1 番地, E-mail: yasuda\_hidemasa@khi.co.jp  
 越智章生, 川崎重工, 岐阜県各務原市川崎町 1 番地, E-mail: ochi\_a@khi.co.jp  
 河合宗司, 東北大, 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01, E-mail: kawai@cfm.mech.tohoku.ac.jp  
 Hidemasa Yasuda, Kawasaki Heavy Industries, Ltd., 1, Kawasaki-cho, Kakamigahara City, 504-8710, Japan  
 Akio Ochi, Kawasaki Heavy Industries, Ltd., 1, Kawasaki-cho, Kakamigahara City, 504-8710, Japan  
 Soshi Kawai, Tohoku University, 6-6-01 Aramaki-Aza-Aoba, Aobaku, Sendai, 980-8579, Japan

Wall-modeled large eddy simulation (WMLES) is recently expected to solve such flow field as shock-boundary layer interaction with higher accuracy than Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) analysis. On the other hand, second order upwind scheme is widely used in unstructured grid which can apply to complicated geometry. In this study, WMLES of turbulent boundary layer at high Reynolds number has been conducted using Cflow, CFD tool developed by Kawasaki Heavy Industries, Ltd., with second-order upwind scheme. As a result, Cflow results are well consistent with others WMLES results.

### 記号

$c_p$	:	定圧比熱, $c_p = \gamma RT / (\gamma - 1)$
$h_{wm}$	:	マッチングポイントの壁面高さ
$M$	:	マッハ数
$Pr$	:	プラントル数 ( $Pr=0.7$ )
$Pr_t$	:	乱流プラントル数 ( $Pr_t=0.9$ )
$q_w$	:	壁面熱流束
$R$	:	普遍気体定数
$T$	:	温度
$u'', v'', w''$	:	$X, Y, Z$ 各方向の速度変動成分
$u^+$	:	無次元速度, $u^+ = u / u_\tau$
$u_\tau$	:	摩擦速度, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$
$U_{  }$	:	壁面接線方向の速度 van-Driest 変換された無次元速度,
$U_{VD}^+$	:	$U_{VD}^+ = \int_0^{u^+} \sqrt{\rho / \bar{\rho}} du^+$
$X, Y, Z$	:	流れ方向、壁面垂直方向、スパン方向の座標
$y^+$	:	壁座標, $y^+ = u_\tau y / \nu_w$
$\delta$	:	境界層厚さ
$\kappa$	:	von Karman 定数, $\kappa=0.41$
$\mu$	:	分子粘性係数
$\mu_t$	:	乱流粘性係数
$\nu$	:	動粘性係数
$\rho$	:	密度
$\tau_w$	:	壁面せん断応力
下付き		
$w$	:	壁面上での値
$w_m$	:	壁面モデル (wall model) の値
$\infty$	:	一様流での値
平均記号		
$\bar{f}$	:	変数 $f$ のアンサンブル平均
$\tilde{f}$	:	変数 $f$ のファールブル平均, $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$

### 1. はじめに

航空機における CFD (Computational Fluid Dynamics) の適用範囲は近年急速に拡大している<sup>(1)</sup>。川崎重工業では、実機開発で要

求される複雑形状かつ大規模解析が可能な非構造格子 CFD 解析ツール「Cflow」を開発し<sup>(2)</sup>、設計に用いるための様々な検証を実施してきた。航空機における流れの条件は、離着陸では低速、巡航では遷音速と幅が広い。これまでに実施した検証解析結果から、巡航条件付近においては定常 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 解析により概ね風洞試験と比較して遜色ない結果が得られることが分かっている<sup>(3)</sup>。一方で、低速における逆圧力勾配による剥離や、遷音速域における衝撃波-境界層干渉による剥離といった現象に対しては、解析精度に課題が残っている。これらの現象は、航空機の性能限界を決定する要因にもなるため、CFD 解析における予測精度の向上が求められている<sup>(4)</sup>。

航空機 CFD において、上記の課題を解決する手法に求められる条件は以下の通りである。

- ① 従来の RANS 解析に比べて、衝撃波-境界層干渉流れ等において高精度な解析が可能であること。
- ② 航空機の翼弦長を基準としたレイノルズ数で、 $10^7 \sim 10^8$  オーダーの解析が可能であること。
- ③ 航空機の三次元解析の計算コストが今後 10~20 年で実現可能と見込めるレベルであること。
- ④ 複雑形状に対する汎用性が期待できること。
- ⑤ CFD ツールのメンテナンス性の観点から、既存ツールを拡張することで適用が可能であること。

本研究では、1つの手法として壁面モデル LES に着目した。まず、壁面モデル LES は上記①~③の条件を概ね満たしていると考えられる。①について、Kawai & Larsson は衝撃波-境界層干渉流れに対して壁面モデル LES を適用し、その有効性を示している<sup>(5)</sup>。また、Fukushima & Kawai は二次元翼型の遷音速バフェット解析において、実験結果と良く一致することを示した<sup>(6)</sup>。これらなどから、壁面モデル LES により、衝撃波-境界層干渉流れに対する高精度解析の可能性があると考えられる。②については、Larsson らは壁面モデル LES の解析に必要な格子点数がレイノルズ数にほとんど依存しないことを示しており<sup>(7)</sup>、高レイノルズ数流れに対する適用が期待できる。③について、Choi らによれば、アスペクト比 4 の三次元翼に対し、コード長基準のレイノルズ数が  $10^7$  の解析で必要格子点数を約 10 億点と見積もっており<sup>(8)</sup>、これは現在でも解析可能なレベルである。④と⑤については、複雑形状の

格子生成が可能な非構造格子での解析およびRANS解析での計算手法、具体的には空間2次精度の風上スキームを用いて現実的な計算コストで壁面モデルLESが可能であれば理想的である。

本研究の目的は、上記④、⑤についてCflowを用いた空間2次精度の風上スキームを用いて高レイノルズ数平板乱流境界層の壁面モデルLESを実施し、結果を検証することで壁面モデルLESのCflow解析手法への適用可能性を評価することである。

## 2. 解析対象および解析条件

検証解析は平板乱流境界層で実施した。一樣流マッハ数  $M_\infty=1.69$ 、境界層厚さに基づくレイノルズ数  $Re_\delta=6.1 \times 10^5$  である。本解析条件は比較に用いる Kawai らが実施した壁面モデルLES<sup>9)</sup> (以降では Kawai2012 と記す) に合わせている。レイノルズ数の大きさは、翼型を考えた場合にコード長が境界層厚みの100倍であると仮定すれば、コード長基準のレイノルズ数は  $10^7$  オーダーとなるため、航空機まわりの流れを考えた場合には十分に高いレイノルズ数であると言える。

計算領域を図1に示す。計算領域の大きさは、流入境界での境界層厚さを  $\delta$  とすると、流れ(X)方向、壁面垂直(Y)方向、スパン(Z)方向にそれぞれ、おおよそ  $15\delta$ 、 $10\delta$ 、 $3\delta$  である。計算領域の大きさについても Kawai2012 の大きさに合わせてある。

流入条件には Urbin らが提案した Rescale-Reintroduction 手法<sup>10)</sup> を用い、 $X=12\delta$  における流れ場をリスケールして流入境界条件として与えている。上方(Y+側)の遠方境界条件は一樣流条件とし、下流側の流出境界条件は物理量を一次外挿した。また、スパン方向の端部は周期境界条件を適用した。

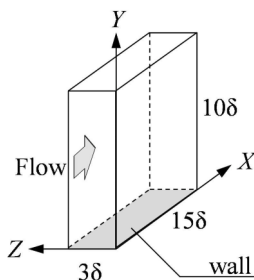


図1 計算領域の説明図

## 3. 計算格子

計算格子は図2に示すような構造的な格子を用いた。ただし、解析においては非構造格子として取り扱っている。X、Z方向には等間隔となっており、格子幅は  $\Delta x = \Delta z = 0.016\delta$  である。壁面垂直方向については  $y \leq h_{wm}$  では  $\Delta y = 0.0037\delta$  で等間隔、 $h_{wm} < y \leq 0.5\delta$  までは  $y = 0.5\delta$  で  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$  となるようにストレッチしている。さらに  $0.5\delta < y \leq 1.5\delta$  は  $\Delta y = \Delta x = \Delta z$  の等間隔格子で、 $y > 1.5\delta$  は外縁に向かってストレッチさせている。境界層内 ( $y \leq \delta$ ) には約100セルが含まれている。なお、壁面第1セルにおいて  $y^+ = 20$  である。

本研究で用いた格子の格子幅は、Kawai2012 で用いられた格子に比べて各方向に約3分の1となっている。これは、Kawai2012の解析は、コンパクト差分法の空間6次精度であったのに対し、本研究での空間精度は2次であるため、スキームによる解像度の違いを考慮したものである。

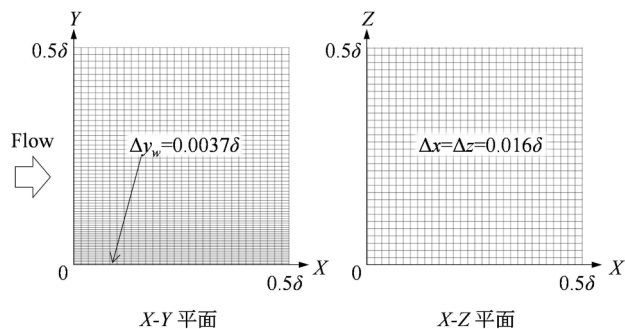


図2 計算格子

## 4. LESの計算手法

CflowにおけるLESの計算手法を表1にまとめる。LES空間フィルターを施した三次元圧縮性Navier-Stokes方程式をセル中心有限体積法により離散化している。セル内の物理量勾配は風上2次精度のMUSCL (Monotone Upwind Scheme for Conservations Law)<sup>(11)</sup>ベースの手法で求め、セル境界における非粘性流束の評価にはSLAU (Simple Low-dissipation AUSM)スキーム<sup>(12)</sup>を用いた。粘性項は2次精度の中心差分により計算した。時間積分には3次精度Runge-Kutta法を用い、時間刻みは  $dt = 0.0001$  で、CFL数は約0.4である。なお、 $dt$ は基準長さである境界層厚さと音速で無次元化した時間である。

なお、スキームの数値粘性による拡散が含まれるため、サブグリッドスケール渦粘性は用いていない。

表1 数値計算手法

支配方程式	三次元圧縮性 Favre-filtered Navier-Stokes 方程式
離散化手法	セル中心有限体積法
セル内物理量分布	2次精度 MUSCL 法ベースの手法
非粘性流束	SLAU スキーム
粘性流束	2次精度中心差分
時間積分法	3段3次 Runge-Kutta 陽解法

## 5. 壁面モデル

本研究では、Kawai らが用いた平衡壁面モデル<sup>9)</sup>によりLESの壁面境界流束を与える。図3に概要を示す。ここではLESから壁面モデルに物理量を受け渡す点をマッチングポイントと呼ぶ。マッチングポイントにおける密度  $\rho$ 、圧力  $p$ 、壁面接線方向速度  $U_\parallel$  を用いて壁面モデルによりLESの壁面境界流束となる壁面せん断応力  $\tau_w$  と壁面熱流束  $q_w$  を計算する。ただし、本研究においては断熱壁 (壁面垂直方向の温度勾配がゼロ) とすることからLESの壁面境界条件では  $q_w = 0$  とした。

平衡壁面モデルでは、RANS方程式において定常かつ流れ方向の勾配が無いと仮定して得られる次式(1)、(2)に示す一次元の常微分方程式を解く。式(1)が運動量保存式、(2)がエネルギー保存式である。境界条件は、壁面で non-slip (速度ゼロ) および断熱壁条件とし、流体側の境界条件 (壁面モデル計算の上端) にはLESから渡される物理量を使用する。壁面モデルで使用する1次元格子には、壁面からマッチングポイントまでに39点使用した。最小格子幅は  $8.0 \times 10^{-5}$ 、 $y^+ = 0.7$  で、壁面垂直方向に滑らかにストレッチさせている。

$$\frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_{t,wm}) \frac{dU_\parallel}{dy} \right] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dy} \left[ (\mu + \mu_{t,wm}) U_\parallel \frac{dT}{dy} + c_p \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_{t,wm}}{Pr_{t,wm}} \right) \frac{dT}{dy} \right] = 0 \quad (2)$$

ここで、壁面モデルにおける乱流粘性係数  $\mu_{t,wm}$  は式(3)に示す混合距離モデルを用いる。  $A^+$  は定数で、  $A^+=17$  である。

$$\mu_{t,wm} = \kappa \rho y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} D, \quad D = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right]^2 \quad (3)$$

Kawai & Larsson は壁面モデル計算の上端境界条件として与える物理量を LES における数値エラーが小さい点 (壁面から離れた点) から取り、正確に壁面せん断応力を予測することで log-layer mismatch が解消することを示している<sup>(9)</sup>。比較に用いる Kawai2012 の解析では、LES 格子においてマッチングポイントは壁面から 5 点目で  $h_{wm}/\delta=0.055$  である。本研究においては、格子幅を Kawai2012 の 3 分の 1 にしたことで、LES 格子において壁面からマッチングポイントまでに含まれるセル数は 15 セルとなっており、 $h_{wm}/\delta=0.040$  である。

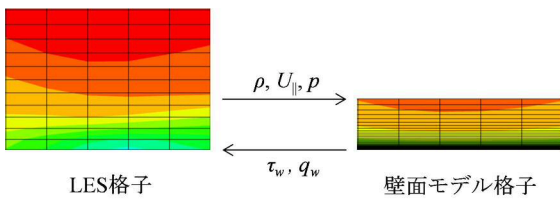


図 3 LES と壁面モデルの関係の概要

## 6. 解析結果

乱流境界層の流れ場の解析結果を評価するため、ここでは平均速度分布、レイノルズ応力分布および応力収支を評価する。物理量を取得した断面は  $X=11.5\delta$  の位置で、時間方向およびスパン方向に平均を取った。

始めに平均速度分布の結果を示す。図 4 は壁座標  $y^+$  に対して van Driest 変換された無次元速度  $U_{VD}^+$  を示したものである。図 4 より、log-law の部分については、Cflow の結果は比較する Kawai2012 の結果と概ね致しており、log-layer mismatch は見られない。一方、境界層外縁部については Cflow の結果は  $U_{VD}^+$  が高めに出現しており、原因の究明と対策が今後の課題である。図 5 は壁面近傍において一様流流速  $U_\infty$  で正規化した X 方向速度  $u$  の平均分布を示したものである。参考として、壁面モデルにより求めた速度分布も示す。図 5 において、Cflow の結果と Kawai2012 の結果は、マッチングポイント以下の分布も含めて概ね一致している。壁面せん断応力による影響は壁面近傍の速度分布に影響を及ぼすことから、本結果より壁面モデルにより求めた壁面せん断応力が LES の壁面境界条件としてうまく働いていると考えられる。

次に、レイノルズ応力の分布を検証する。図 6 にレイノルズ垂直応力、図 7 にレイノルズせん断応力を示す。図 6 および図 7 より、レイノルズ応力分布は Kawai2012 と同等の結果が得られている。レイノルズ応力は乱流による速度変動により発生するため、乱流境界層内の速度変動についても Cflow を用いた LES で概ね解像できていると考えられる。

最後に、応力収支について検証する。流れ方向の運動量保存式から、定常状態かつ流れ方向およびスパン方向の勾配が無いと仮定すると以下の式(4)を得ることができる。

$$\bar{\mu} \frac{d\bar{u}}{dy} - \bar{\rho} \overline{u'v'} = \bar{\tau}_w \quad (4)$$

式(4)は、粘性応力 (第 1 項) と乱流によるレイノルズせん断応力 (第 2 項) の和が壁面せん断応力に等しくなることを示している。両辺を  $\bar{\tau}_w$  で割れば、粘性応力とレイノルズせん断応力の和は 1 と

なる。図 8 に、Cflow 解析における粘性応力とレイノルズせん断応力およびその合計を示す。実線はマッチングポイントより上方で LES により解像される部分を示し、破線は壁面モデルにより得られる値を示す。なお、壁面モデル部分におけるレイノルズせん断応力は、モデル化された渦粘性  $\mu_{t,wm} dU_{VD}^+/dy$  を示している。図 8 より粘性の影響が小さい速度の対数域では LES により粘性応力とレイノルズせん断応力の和 (合計) が概ね 1 に近い値を取っており、粘性底層やバッファ域では合計が概ね 1 となっている。このことから応力のバランスは取れており、解析結果が妥当であることが分かる。

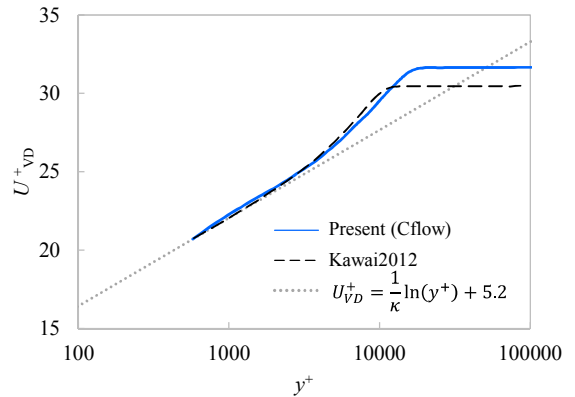


図 4 平均速度分布 ( $U_{VD}^+$  vs.  $y^+$ )

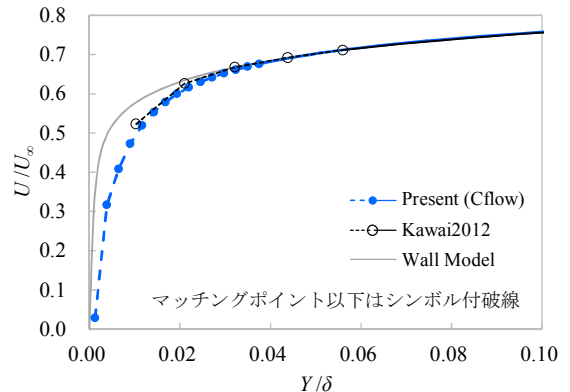


図 5 壁面近傍の平均速度分布 ( $u/U_\infty$  vs.  $y$ )

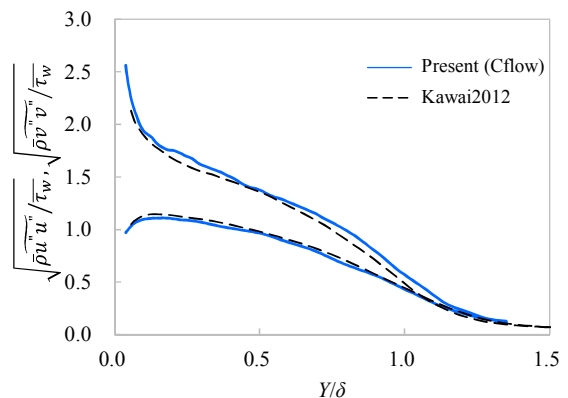


図 6 レイノルズ垂直応力分布

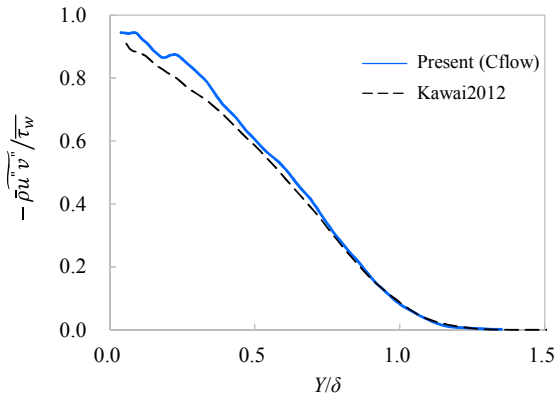


図 7 レイノルズせん断応力分布

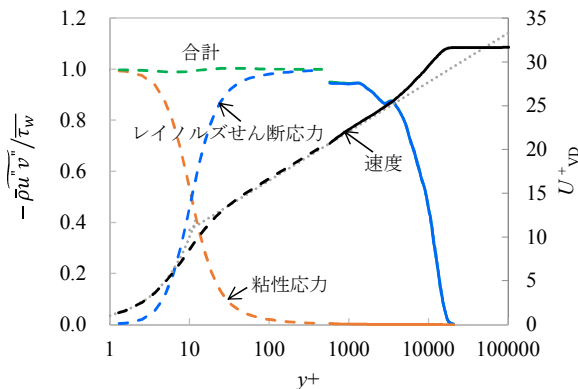


図 8 速度および応力分布 (Cflow 解析結果)  
(実線 は LES 部、破線は壁面モデル部を表す)

## 7. まとめ

川崎重工業が開発した非構造格子 CFD 解析ツール「Cflow」を用いて、高レイノルズ数平板乱流境界層の壁面モデル LES を実施した。空間 2 次精度の風上スキームを用いた解析において、平均速度分布、レイノルズ応力分布を他の高次精度スキームによる壁面モデル LES の解析結果と比較し、概ね一致する解が得られることが分かった。これにより、少なくとも今回用いた格子サイズであれば、壁面モデル LES による乱流境界層の解析が可能であるとの見通しを得た。ただし、平均速度分布において  $U^+_{VD}$  の最大値が高くなる点については、原因の究明と対策が必要である。

今後、以下の 2 つの内容について調査を行い、Cflow を用いた高レイノルズ数乱流境界層の壁面モデル LES における知見を集める予定である。

- ① 格子収束性を見ることにより、Cflow による壁面モデル LES で必要十分な格子密度を把握する。
- ② Log-layer mismatch を解消するために必要となる、壁面からマッチングポイントまでのセル数、または距離  $h_{wm}$  の調査。

## 謝辞

本研究の検証解析の一部は、新エネルギー・産業技術総合開発機構 (NEDO) 「次世代構造部材創製・加工技術開発」サブ課題 (5) 「航空機用構造設計シミュレーション技術開発」として実施したものである。

## 参考文献

- (1) Spalart, P. R., Venkatakrisnan, V., "On the Role and Challenges of CFD in the Aerospace Industry," The Aeronautical Journal, Vol. 120, No. 1223, pp.209-232, 2016.
- (2) Nagata, T., Ueno, Y., and Ochi, A., "Validation of new CFD tool using Non-orthogonal Octree with Boundary-fitted Layer Unstructured Grid," 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2012-1259.
- (3) Yasuda, H. and Ochi, A., "航空機 CFD の巡航・非巡航条件における現状とこれからの期待," 第 56 回飛行機シンポジウム講演前刷り集, 2F10.
- (4) Slotnick, J., Khodadoust, A., Alonso, J., Darmofal, D., Gropp, W., Lurie, E., Mavriplis, D., "CFD Vision 2030 Study: A Path to Revolutionary Computational Aerosciences," NASA CR-2014-218178.
- (5) Kawai, S., Larsson, J., "Dynamic non-equilibrium wall-modeling for large eddy simulation at high Reynolds numbers," Phys. Fluids 25, 015105 (2013).
- (6) Fukushima, Y. and Kawai, S., "Wall-Modeled Large-Eddy Simulation of Transonic Airfoil Buffet at High Reynolds Number," AIAA Journal, Vol. 56, No. 6, (2018).
- (7) Larsson, J., Kawai, S., Bodart, J. and Bermejo-Moreno, I., "Large eddy simulation with modeled wall-stress: recent progress and future directions," Mechanical Engineering Reviews, Vol.3, No. 1, (2016).
- (8) Choi, H., Moin, P., "Grid-point Requirements for Large Eddy Simulation: Chapman's Estimates Revisited," Phis. Fluids 24, 011702 (2012).
- (9) Kawai, S., Larsson, J., "Wall-modeling in large eddy simulation: Length scales, grid resolution, and accuracy," Phys. Fluids 24, 015105 (2012).
- (10) Urbain, G. and Knight, D., "Large-Eddy Simulation of a Supersonic Boundary Layer Using an Unstructured Grid," AIAA Journal, Vol. 39, No. 7, 2001.
- (11) van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection," J. Comp. Phys. 23, 276-299 (1977).
- (12) 嶋英志, "AUSM 族前速度スキームと前処理付陰解法," 第 22 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 2008, C7-4.