

## 急拡大・縮小部を有する熱音響エンジン流路における 振動流の 3 次元数値シミュレーション

### Three-dimensional numerical simulation of oscillatory flow in a thermoacoustic engine channel with a suddenly expanded and contracted part

- 葛生 和人, 東海大学, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: kuzuu@tsc.u-tokai.ac.jp  
長谷川 真也, 東海大学, 神奈川県平塚市北金目 4-1-1, E-mail: s.hasegawa@tokai-u.jp  
Kazuto Kuzuu, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa  
Shinya Hasegawa, Tokai University, 4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa

In the development of a thermoacoustic engine, the cross section of engine core part is often expanded. The purpose of this expansion is to enhance the acoustic impedance at the core and to increase the efficiency of the engine. However, such a shape also causes the energy loss of the engine and results in the reduction of the performance. In this study, in order to investigate the effect of sudden cross-section change of the engine core on acoustic properties, three-dimensional flow simulation is performed. The simulation is based on full Navier-Stokes equations. The results are compared with the PIV experimental data and the linear thermoacoustic theory, and not only acoustic properties both also energy dissipations within the engine core are estimated. Finally, from the three-dimensional steady flow in the engine channel, the effect on the heat transfer is also discussed.

#### 1. はじめに

熱音響現象を利用して稼働する熱音響エンジンは古くから知られているが、従来の定在波型熱音響エンジンは、本質的に高効率のシステムとして望めるものではなかった。しかし、1979 年、Ceperley<sup>(1)</sup>が、温度勾配を有する蓄熱器を進行波音波が通過する際、蓄熱器内で実行される熱力学的サイクルはスターリングサイクルと同等となり、熱効率がカルノー効率に漸近することを理論的に示した。そして、1998 年、Yazaki ら<sup>(2)</sup>がループ型の熱音響機関を構築して Ceperley の理論を実証し、さらに、1999 年、Backhaus ら<sup>(3)</sup>により高効率の実用的な枝つきループ型熱音響エンジンが発表されるに至り、近年では、実用化のための研究開発が盛んに行われるようになってきている。そのような熱音響機関の開発において熱効率を如何に挙げるかは重要な課題の 1 つである。

熱音響機関における熱効率の評価に関しては、注目すべき研究として Ceperley の理論計算<sup>(4)</sup>があげられる。ここでは、蓄熱器部での比音響インピーダンスと熱効率の関係式が理論的に導出されており、結果的に比音響インピーダンスを特性インピーダンスの 10 倍としたとき、熱効率がカルノー効率の 79%に到達することが示されている。

ここで、比音響インピーダンスは複素圧力振幅と複素流速振幅の比である。すなわち、蓄熱器に対して上流、下流に接続された導波管の比音響インピーダンスが特性インピーダンス程度の場合、必然的にその部分での管の断面積を拡大し、流速振幅を下げるのが要求される。近年提案された熱音響機関は、蓄熱器部の断面積を拡大した形のもが多く、いずれも比音響インピーダンスの増加を狙ったものであることが推測される<sup>(5)(6)</sup>。しかし、管の断面積拡大は、一般的な方向管内流れと同様に、常にエネルギー損失の増加を考慮しなければならない。そのため、急激な拡大縮小を避け、テーパを設けることによりエネルギー損失の低下を図るという方法も有効な手段として考えられる。

このようなテーパ形状と熱効率の関係を明らかにするために、千賀ら<sup>(7)</sup>は拡大した蓄熱器前後で複数種のテーパ角を有する導波管を設置し、テーパ角をパラメータとした熱効率の計測を行った。その結果、計測した実験環境に限るという制限はあるもののテーパ角 7 度のときに高効率を得られることを示し、そのことから、

テーパ角を適切に設けることで規定の比音響インピーダンスが蓄熱器内部で確保できていると推定した。しかしながら、このテーパ角と熱効率の間での理論的、普遍的な相関は未だ明らかにされておらず、最適化のための指標は厳密には存在していないのが現状である。

本研究では、熱音響機関としての熱効率を議論する以前に、まず、熱音響エンジンコア前後での断面積の拡大・縮小がコア内部での進行波音場の音響特性にどのように影響するか明らかにすることを目標に定め、3次元数値シミュレーションを実施した。計算は、熱音響エンジンコア部を模して、狭い流路を有するように複数の平行平板を積層し、それをエンジンコアユニットとし、その前後で管断面積を急激に狭めた導波管を設定した。音場条件は、特性インピーダンスを有する進行波が下流側導波管で実現されるものとし、その際、コア内で進行波音場がどのように変化するか検討する。なお、本計算では、領域全体にわたり流体の時間平均温度は一樣であるとし、音響パワー増幅の効果は音響特性の議論から除外するものとした。

計算結果は、まず、数値シミュレーションの妥当性を検証するために、計算と同条件で行われた PIV による流速計測結果と比較し、その後、音響特性を対象に線形熱音響理論に基づく計算結果と比較しながら、音響インピーダンス、エネルギー損失などの議論を行う。最後に、線形理論では想定されないエンジンコアユニット内での 3次元定常流れの存在を明らかにし、温度場が与えられた場合の熱伝達特性への影響の可能性も議論する。

#### 2. 解析手法

##### 2.1. 支配方程式および数値計算スキーム

数値シミュレーションは、JAXA で開発された非構造圧縮性流体ソルバー LS-FLOW<sup>(8)</sup>を用いて行った。本ソルバーは、直交および物体適合のハイブリッド非構造格子への適用を前提とした任意多面体非構造圧縮性ソルバーであり、支配方程式は 3次元非定常圧縮性 Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V Q dV + \iint_S (F_e - F_v) dS = 0 \quad (1)$$

に基づいている。なお、空間離散化にはセル中心有限体積法を適用している。ここで、 $Q$  は保存量ベクトル、 $F_e$ 、 $F_v$  は非粘性流束ベクトル、粘性流束ベクトルである。解法のための主な計算スキームとしては、時間積分に3点後退差分、LU-SGS<sup>(9)</sup>による陰解法、内挿補間にGreen-Gauss法によるMUSCLスキーム、数値流束として対流項にSLAUスキーム<sup>(10)</sup>、粘性項にWangの方法<sup>(11)</sup>を採用している。

## 2.2. インピーダンスマッチング境界モデル

本シミュレーションの特徴は、エンジンの下流側導波管で特性インピーダンスの進行波が実現されるという条件で、コア内部の音場を検証するということである。しかし、開口部を有する限られた計算領域では、一般的に、数値的な反射圧力波の発生など境界条件の設定に注意が必要である。

本解析では、この問題を解消するために、Takahashi ら<sup>(12)</sup>が提案したインピーダンスマッチング境界モデルを適用している。この方法は、境界面に仮想的なバネ・マス・ダンパー系ピストンを設置し、流体計算から得られる圧力変動と連成させながら境界面上の流速変動を決定するものである。(2)式は、圧力変動値  $P - P_m$  ( $P_m$  は時間平均圧力) と連成するバネ・マス・ダンパー系運動方程式である。

$$m \frac{du}{dt} + cu + k \int u dt = A (P - P_m) \quad (2)$$

ここで、 $m$ 、 $c$ 、 $k$ 、 $A$  は質量、減衰係数、バネ定数、境界面積（本解析では管の断面積）であり、境界面で指定する比音響インピーダンス ( $p/u = Z = R + jX$ ) との関係は、 $\omega$  を角周波数として以下のように表される。

$$c = R, \quad m\omega - \frac{k}{\omega} = X \quad (3)$$

本シミュレーションでは、上述の計算モデルに基づき、特性インピーダンスが下流側導波管で実現されるように、 $m$ 、 $c$ 、 $k$  の値を決定した。

## 3. 解析条件および計算格子

解析は、急拡大のエンジンコア部を有する矩形管に対して行われ、矩形管の中心軸を通る2断面に対して流れ場は対称であると仮定した (Fig.1(a))。したがって、計算領域は全矩形管の1/4となる。

導波管、エンジンコア部の各寸法は、Fig.1 (a) (b) に示した通りである。また、全ての内壁（管壁、エンジンコア壁、平行平板壁面）は、滑りなし、等温壁 (300K) 条件とした。一方、矩形管の左右両端の境界面は、それぞれ進行波音波入力境界、インピーダンスマッチング境界を適用している。特に、右端のインピーダンスマッチング境界では、比音響インピーダンスを自由空間中の平面波の特性音響インピーダンス値  $411.76 \text{ Pa s/m}$  に等しいとし、同じインピーダンス値に対して2種類の圧力振幅、流速振幅、圧力流速間位相差の組み合わせを設定し解析を行った。相当する音波の特性値は、Table 1 に示した通りである。なお、作動流体は、1気圧、300Kの空気である。

エンジンコア部付近の計算格子をFig.2に示す。図は、管中心部の対称断面のもので、格子点は計算格子全体で約30万点である。

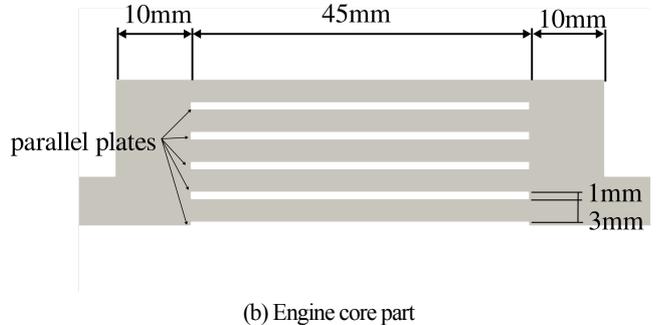
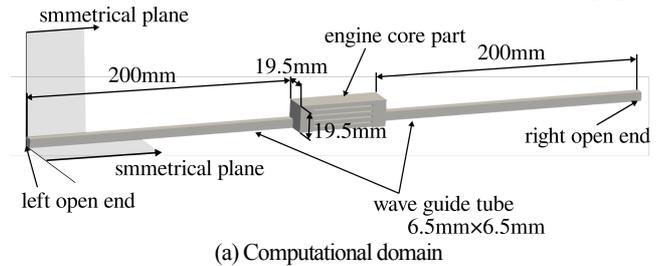


Fig. 1 Computational domain and dimensions

Table 1 Boundary condition at the right open end

Case	Pressure amplitude (Pa)	Velocity amplitude (m/s)	Phase difference between P and u (degree)	Frequency (Hz)	Displacement amplitude (peak-peak) (mm)
I	1380	3.3514	0	30	35.56
II	50	0.1214	0	30	1.288

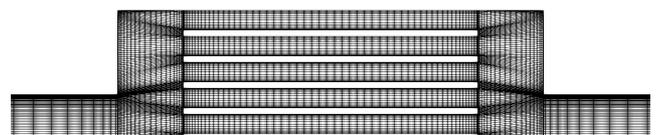


Fig. 2 Mesh configuration near engine core part

## 4. 結果および考察

### 4.1. エンジンコア流路内の流れ場

最初にエンジンコア流路内での流速場を可視化する。

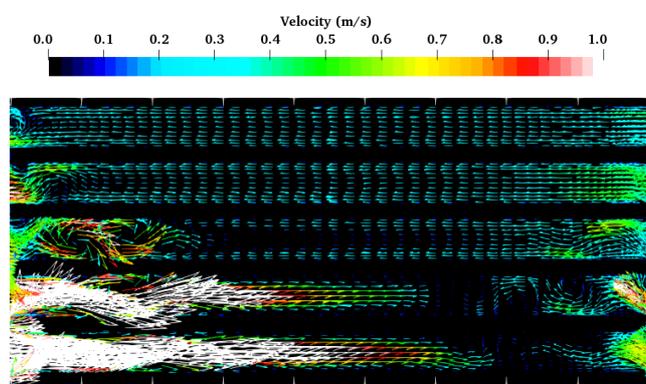
Fig.3 (a) に示した結果は、前節 Table 1 の Case I の音場条件での CFD 解析の結果である。図は、エンジンコア部中心断面での瞬間の流速ベクトル場を表しており、位相はエンジンコア中心での断面平均流速がほぼ0となる瞬間を捉えたものである。また、Fig.3 (b) に同じ音場条件での PIV 計測結果<sup>(13)</sup>を示した。両者はいずれも流路ごとの特徴的な流れの構造を捉えている。図からは擾乱の少ない流路での流速分布の一致のみならず、chnl01 から chnl03 にかけて、プレート端部より生成される渦構造や2次元的な流速変化が、CFD 解析により再現されていることが確認できる。

さらに、流路毎の流れ場の振る舞いを定量的に比較するため、

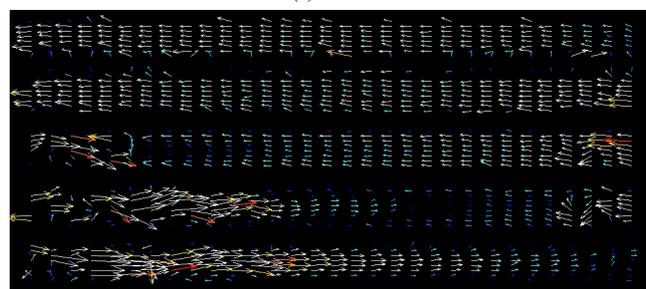
chnl01 から chnl05 までの流路の中心位置(各流路の径方向中心点)での軸方向流速ベクトルの時間変動を調べた。Fig.4 (a)(b)はCFD解析とPIV計測の結果を比較したものである。これらの結果から、流れ場の特徴的な挙動を調べると、中心付近(chnl01,chnl02)の流速振動が最大で0.5m/s程度偏心しているのに対して、中心から離れた流路(chnl03,chnl04,chnl05)に関しては、0.4 m/sから0.6m/sの対称な振動に近いことがわかる。このことから時間的な流速変動に関しても、CFD解析と実験では概ね一致していることが確認できる。

以上の結果から、本解析条件でのCFD解析は、振動流としての実現現象をほぼ捉えていると判断することができる。

なお、同解析結果からエンジンコア中心部の軸方向流路断面での平均流速と平均圧力の時間変動も調べた。結果は、Fig.5に示す通りである。前述のように流路毎では偏心した流速振動が存在するものの、断面平均流速で捉えると線形理論で想定される正弦波振動に一致していることが明らかになった(振幅の一致は次節にて示される)。



(a) CFD



(b) PIV<sup>(13)</sup>

Observed area (center section of the engine core)

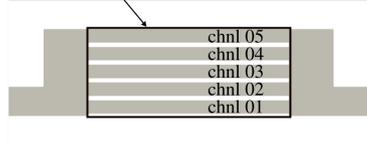
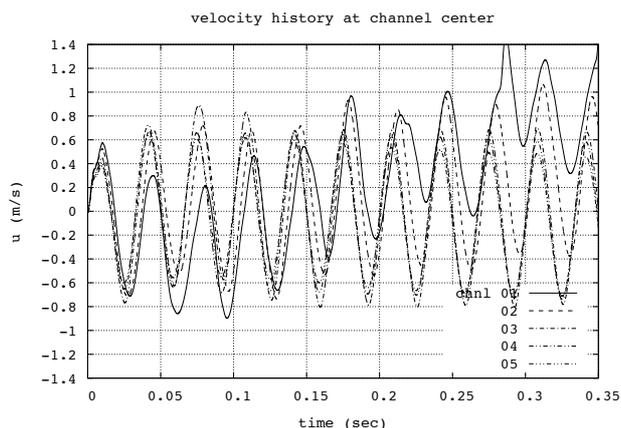
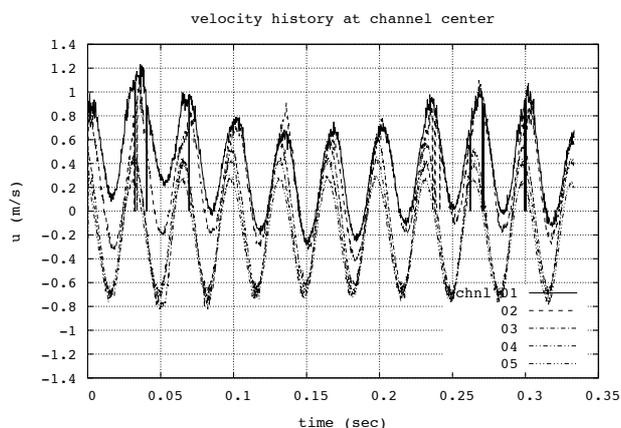


Fig. 3 Instantaneous velocity vector field on the center section of the engine core channels



(a) CFD



(b) PIV<sup>(13)</sup>

Observed positions (center section of the engine core)

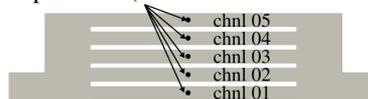
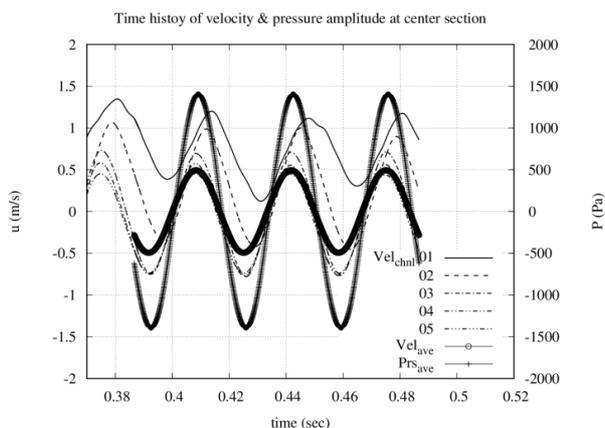


Fig. 4 Time history of flow velocity at the center position of each engine core channel



Observed section for the estimation of averaged velocity and pressure



Fig. 5 Time history of section-averaged flow velocity and pressure at the middle section in the longitudinal direction of the engine core

#### 4. 2. 音響特性

次に、エンジンコア内部とその近傍での音響特性を示す。

ここでは音響特性を表す指標として、圧力振幅、流速振幅および比音響インピーダンスを取り上げる。なお、CFD 解析結果から得られるこれらの物理量は非定常 3 次元データであるが、圧力と流速に関しては、軸方向断面平均値の時間変動をもとに圧力振幅  $p$  と流速振幅  $u$  を求め、複素数で表される比音響インピーダンス  $Z$  の実部、虚部は、断面平均圧力振動と断面平均流速振動から得られた圧力流速間位相差  $\phi$  をもとに、下式より算出する。

$$Re[Z] = \frac{p}{u} \cos \phi \quad (4-1)$$

$$Im[Z] = \frac{p}{u} \sin \phi \quad (4-2)$$

Fig.6 は Case I の圧力振幅と流速振幅の軸方向分布を示している。グラフには線形熱音響理論に基づく計算結果も示されているが、流速振幅に関しては、両者はほぼ一致している。一方、圧力に関しては、線形理論では現れない圧力振幅の飛びが観察される。これは、管の拡大縮小に伴う圧力損失に起因するものと考えられる。

さらに、比音響インピーダンスを示す。

Fig.7 は規格化比音響インピーダンス (比音響インピーダンスと特性音響インピーダンスの比) の軸方向分布を、線形熱音響理論と比較したものである。両者の値は、実部、虚部共にほぼ等しく、このことは振幅値のみならず圧力流速間位相差も線形理論と一致していることを示している。

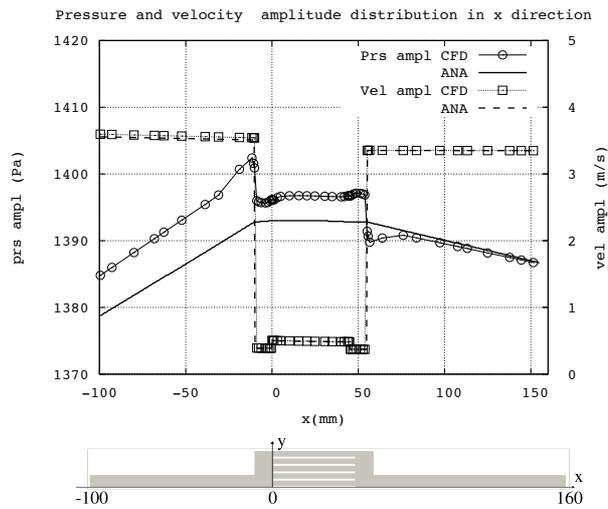


Fig. 6 Pressure and velocity amplitudes along the axis

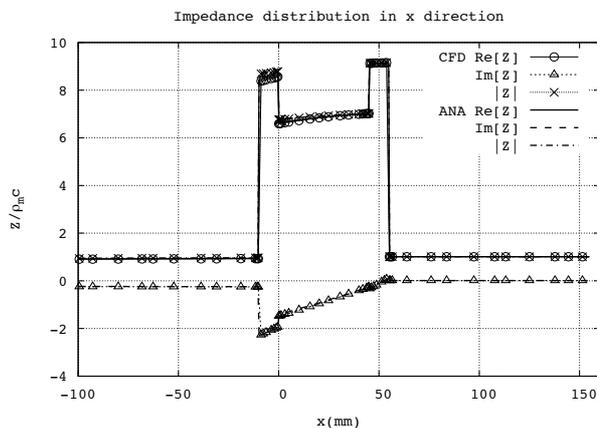


Fig. 7 Normalized acoustic impedance along the axis

これらの結果から、振動を断面平均値で評価する限りにおいて、本解析の音場条件では音響特性が線形理論から大きく逸脱することがないことが確かめられた。

#### 4. 3. エネルギー散逸の評価

1 節で述べたように、本解析では、エンジンコア部での入熱は行っていないため、入力された音響パワーの増幅はせず、管内でのエネルギー散逸のために減衰することとなる。

Fig. 8 は音響パワーの軸方向変化を表したものである。なお、CFD 解析結果としての音響パワー  $I$  は、軸方向断面内の積分値として、

$$I = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} \left\{ \oint (P - P_m) u_x dA \right\} dt \quad (5)$$

より算出され、さらに、エンジンコア拡大部左端での音響パワーで規格化している。(a)(b)はそれぞれ、Case I と Case II の計算条件に対応したもので、線形理論との比較も同時に示されている。

グラフから Case II に比べて Case I では、線形理論との差異が大きく生じている。これは音波の振動振幅の差に起因するものと推察できる。このことを確かめるために、それぞれのケースでのエネルギー散逸量を調べ、線形理論で予測されるものと比較した。なお、エネルギー散逸量評価の指標としては、Tominaga<sup>(14)</sup>が線形熱音響理論に基づいて導出した運動エネルギー散逸  $W_v$  (流速振動に起因) と位置エネルギー散逸  $W_p$  (圧力振動に起因) を線形理論解として求めている。それぞれは以下の式で表される。

$$W_v = -\frac{A}{2} Re \left[ \frac{j\omega\rho_m}{(1-\chi_v)} \right] |u|^2 \quad (6-1)$$

$$W_p = -\frac{A}{2} Re \left[ \frac{j\omega}{\gamma p_m} (1 + (\gamma - 1)\chi_\alpha) \right] |p|^2 \quad (6-2)$$

ここで、 $j$ ,  $\gamma$ ,  $\chi_v$ ,  $\chi_\alpha$  はそれぞれ虚数単位、比熱比、粘性および熱的熱音響関数である。

一方、著者ら<sup>(15)</sup>は、上述のエネルギー散逸成分さらには仕事源 (温度勾配によって生ずるエネルギー生成成分) に対して、流体方程式中のエネルギー項との紐付けを行っている。その関係式を、軸方向の温度勾配を 0 とした本解析条件に適用すると、 $W_v$  と  $W_p$  は以下のように表すことができる。

$$W_v = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} \left\{ \oint \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dA \right\} dt \quad (7-1)$$

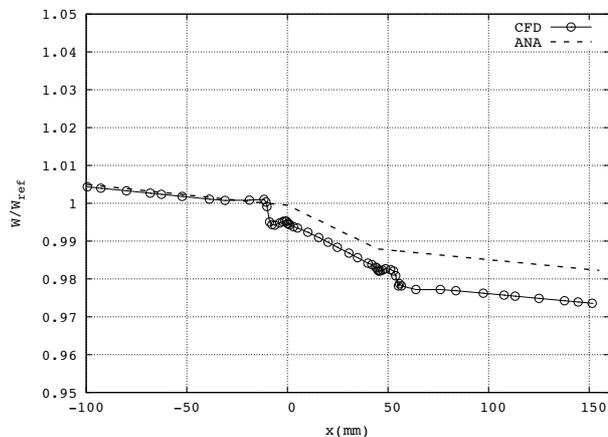
$$W_p = \frac{\omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\omega} \left\{ \oint \frac{(P - P_m) D\rho}{\rho} dA \right\} dt \quad (7-2)$$

上式を CFD 解析結果に基づくエネルギー散逸項の評価に使用し、線形理論解と比較した結果を Fig. 9 (a)(b)に示す。図に示す通り、振動振幅の大きい Case I では、拡大部および平板プレート流路での運動エネルギー散逸が顕著であることがわかる。これは、エンジンコア流路断面の急激な変化に伴う渦生成に起因することは明らかで、非線形的な効果を生み出しているといえる。Fig. 8 (a)の結果は、このことが音響パワー減衰に反映したものと判断できる。

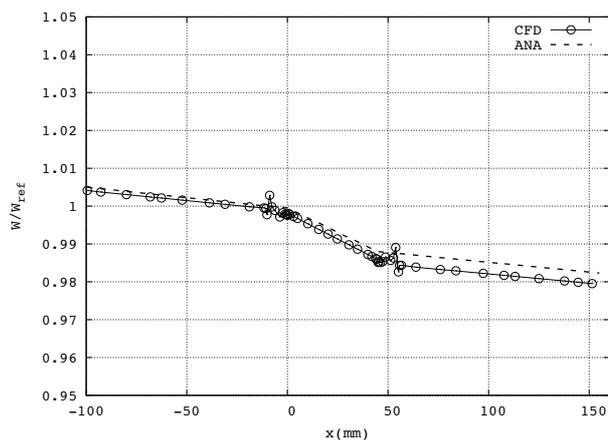
一方、位置エネルギー散逸に関しては、Case I, II ともに線形理論との差異は小さく、拡大縮小による非線形的な影響は少ないものとみなせる。

以上の結果より、流路の急激な拡大縮小によるエネルギー損失

は、粘性に起因する運動エネルギー損失が主であることが確かめられた。しかしながら、線形理論と比較した場合、本解析条件でのエネルギー損失の差異は、たかだか 1%程度のものであり、一般的に認識されている流路の急拡大縮小による熱効率の低下の要因とは判断しづらい。



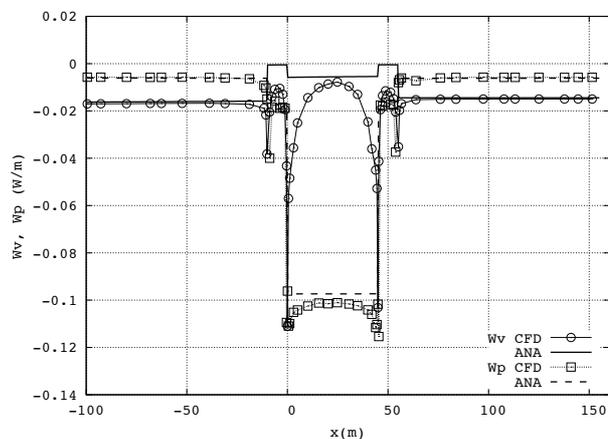
(a) Case I



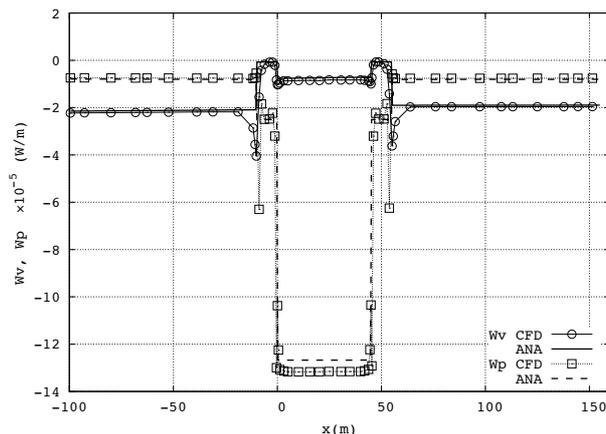
(b) Case II

Fig. 8 Normalized acoustic power along the axis

The power is normalized by the value at left edge of expanded part.



(a) Case I



(b) Case II

Fig. 9 Distribution of kinetic and potential energy dissipations along the axis ;  $W_v$ : dissipation of kinetic energy,  $W_p$ : dissipation of potential energy.

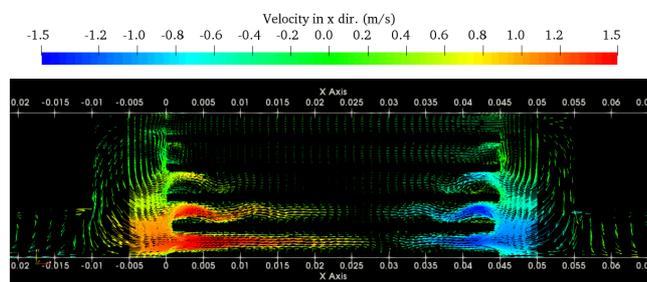
#### 4. 4. 時間平均流れ場

前節までで述べたように、エンジンコア部流路の急激な拡大縮小は、局所的な渦生成やそれに伴うエネルギー損失の増加を生じさせることが確かめられた。しかし、音響特性や音響パワーそのものには過大には影響しないという結果も同時に得られた。このことは、流路拡大による熱効率変化を議論するためには、音響特性への影響より、むしろ入熱量（熱伝達特性）への影響を見積もる必要があることを示している。

本節では、この熱伝達特性への影響の可能性を議論するため、エンジンコア内の流れ場の 3次元構造を調べる。

Fig. 10 は、計算領域最下部の平行平板間流路 (chnl01) の z 方向中央断面、および流路中心水平断面での時間平均流速ベクトル場を示したものである。図から明らかなように、流れ場は、中心から z 方向外側に向かって大きな循環を生みだしている。この循環は、乱れの少ない上方部流路 (chnl05) には、ほとんど見られない。すなわち、このような流れの構造は、狭い導波管から拡大部に噴出する流れの振る舞いが影響しているといえる。

エンジンコア部の平行平板は、本来は熱交換器部に相当する部分であり、左右で与えられる温度差により熱輸送が行われる領域である。したがって、図に示したような定常的な循環流の存在は、熱交換器での熱伝達特性への影響を示唆するものである。



(a)

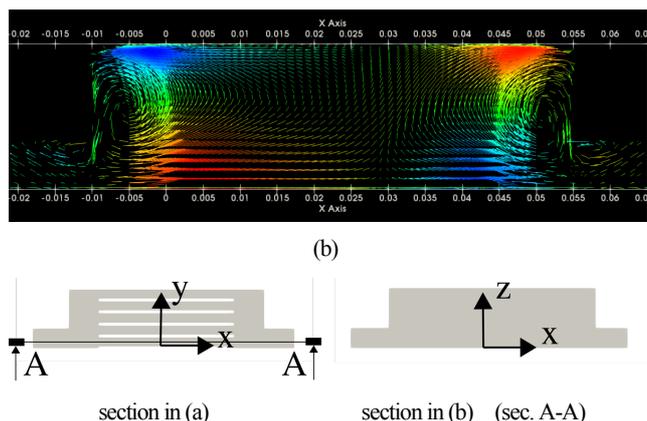


Fig. 10 Time-averaged velocity vector field on (a) the vertical section along the axis and (b) the horizontal section of channel 01.

## 5. 結論

熱音響エンジンにおいてエンジンコア部の急激な拡大・縮小が進行波音場の音響特性にどのように影響するかを明らかにするため、3次元数値シミュレーションを実施し、線形熱音響理論と比較した。

その結果、以下のような結論を得た。

- 急激な流路断面積変化による、進行波音場の運動エネルギー散逸、位置エネルギー散逸を評価した結果、振動振幅により大きく依存するエネルギー損失が、主に、運動エネルギー損失に起因していることが確かめられた。
- 狭い導波管から拡大したエンジンコア部へ3次元的に噴出する流れの構造は、エンジンコア形状によっては流路内に定常循環流を発生させ得ることが示された。この定常流の存在は、熱交換器内での熱伝達特性に影響する可能性を示唆している。

今後は、エンジンコア内の温度差を考慮した3次元数値シミュレーションを実施し、コア拡大による熱効率への影響について議論を進める予定である。

## 謝辞

本研究の一部は、科学技術振興機構 JST (the Japan Science and Technology Agency) による戦略的創造研究推進事業先端的低炭素化技術開発 (ALCA) の支援のもと実施された。(Grant Number JPMJAL1305)。

## 参考文献

- (1) Ceperley, P. H., "A pistonless Stirling engine - The traveling wave heat engine," J. Acoust. Soc. Am. 66(5), (1979), pp. 1508-1513.
- (2) Yazaki, T., Iwata, A., Maekawa, T. and Tominaga, A., "Traveling Wave Thermoacoustic Engine in a Looped Tube," Phys. Rev. Lett. 81(15), (1998), pp.3128-3131.
- (3) Backhaus, S. and Swift, G. W., "A thermoacoustic Stirling heat engine," Nature, 399, (1999), pp.335-338.
- (4) Ceperley, P. H., "Gain and efficiency of a shot traveling wave heat engine," J. Acoust. Soc. Am. 77(3), (1985), pp.1239-1244.
- (5) Kees de Blok, "Novel 4-stage traveling wave thermoacoustic power generator," Proc. ASME 2010 3rd Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting and 8th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels, (2010), FEDSM2010-ICNMM2010.

- (6) Xu, J., Yu, G., Zhang, L., Wu, Z., Dai, W., and Luo, E., "A novel multi-stage looped thermoacoustic heat engine using assembly of elastic membrane and a solid mass," Energy Procedia 105 (2017), pp.2028-2032.
- (7) 千賀, 加瀬, 長谷川, "蓄熱器前後のテーパ角度が進行波型熱音響機関の熱効率に及ぼす影響," Trans. of the JSRAE, (2015).
- (8) Fujimoto, K. and Fujii, K., "Study on the automated CFD analysis tools for conceptual design of space transportation vehicle," Proc. 5th ASME/JSME Joint Fluid Eng. Conf., (2007), FEDSM 2007-37128.
- (9) Jameson, A. and Turkel, E., "Implicit schemes and LU decompositions," Math. Comp. 37 (1981), pp.385-397.
- (10) Shima, E. and Kitamura, K., "Parameter free simple, low-dissipation AUSM-family scheme for all speeds," AIAA J. 49 (2011), pp.1693-1709.
- (11) Wang, Z. J., "A quadtree-based adaptive Cartesian/quad grid flow solver for Navier-Stokes equations," Comput. Fluids 27 (1998), pp.529-549.
- (12) 高橋, 長谷川, 野々村, "圧縮性 Navier-Stokes 方程式による熱音響エンジンの数値解析," 第 46 回流体力学講演会/第 32 回航空宇宙数値シミュレーションシンポジウム, (2014), (JSASS-2014-2022-A).
- (13) 福谷混扶美, "PIV を用いたテーパ管を前後に有する平行平板間の流速測定," 東海大学大学院工学研究科修士論文, (2018) (未公開) .
- (14) Tominaga, A., "Thermodynamic aspects of thermoacoustic theory," Cryogenics, 35 (1995), pp.427-440.
- (15) Kuzuu, K. and Hasegawa, S., "Numerical investigation of heated gas flow in a thermoacoustic device," Appl. Therm. Eng., 110 (2017), pp.1283-1293.