

熱を考慮した埋め込み境界—格子ボルツマン法を用いた 管内における氷スラリーの熱流動解析

Numerical Simulation of Ice Slurry Flow with Heat Transfer in a Channel
by the Thermal Immersed Boundary – Lattice Boltzmann Method

- 川崎剛史, 信州大院, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail : 17w4021j@shinshu-u.ac.jp
吉野正人, 信州大工, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail : masato@shinshu-u.ac.jp
鈴木康祐, 信州大工, 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail : kosuzuki@shinshu-u.ac.jp

Tsuyoshi Kawasaki, Graduate School of Science and Technology, Shinshu University, Nagano 380-8553
Masato Yoshino, Institute of Engineering, Academic Assembly, Shinshu University, Nagano 380-8553
Kosuke Suzuki, Institute of Engineering, Academic Assembly, Shinshu University, Nagano 380-8553

Ice slurry is a homogenous mixture of small ice particles and carrier liquid, and it can transport cold thermal energy directly because of its fluidity and have a high heat exchange rate because of fine ice particles. However, it is difficult to know the detailed behavior of ice slurry flow in pipes. In this study, we apply the thermal immersed boundary–lattice Boltzmann method to a two-dimensional ice slurry flow. We first investigate the effects of the Reynolds number. It is found that the Nusselt number on the channel wall decreases with the Reynolds number, since cold particles get more distant from the wall. Next, we investigate the effect of the ice packing factor (IPF). It is found that the Nusselt number on the channel wall increases with the IPF, since cold particles get closer to the wall due to the collision of particles. However, the Nusselt number obtained by the present simulation is much smaller than available experimental results. Finally, we investigate the effect of adhesion of particles. As a result, it is found that the particles are aggregated by an adhesive force model. However, a large particle-cluster can easily collide with the channel wall at a high speed, which makes it difficult to perform a long-time simulation. We will further investigate the difference between the present numerical results and experimental results and the improvement of the adhesive force model in future work.

1. 緒言

近年, 高い蓄熱能力や流動性, 速い熱負荷追従性等の優れた特徴を持つ氷スラリーを利用した冷蔵・冷却が注目されている。氷スラリーとは, 微細な氷と液体の固液二相混合物であり, 流動性を持ち, 水に比べて単位質量体積当たりの蓄熱量が大きいこと, 多様な温度域でかつ高度な温度制御が可能となる。それ故, 氷スラリーを利用して冷蔵・冷却は極めて適用範囲が広く, その対象として鮮魚, 野菜, 加工食品, 薬品, 化学製品の製造や輸送プロセス等での利用が想定される。

既存の研究として, Kumano et al.⁽¹⁾ による, 氷スラリーが円管内を流れる際の熱流動現象についての実験的研究が行われている。その結果, 層流において氷スラリーに含まれる氷の割合(氷充填率: IPF)が増加するほど, 管壁におけるヌッセルト数や圧力損失が増加するといった成果を報告している。しかしながら, 氷スラリーの既存の研究はマクロな観点からのものがほとんどであり, ミクロな観点から局所的な流れ場や温度場と巨視的な流動特性や伝熱特性の関係は未だ解明されていないのが現状である。また, 氷スラリー中の氷粒子径は μm から mm オーダーであり, 実験による観測が非常に困難であるため, 数値計算によるアプローチが有効であると考えられる。

そこで本研究では, Suzuki et al.⁽²⁾ によって提案された, 熱を考慮した埋め込み境界–格子ボルツマン法 (Thermal Immersed Boundary – Lattice Boltzmann Method: 熱 IB-LBM) を用いて, 二次元管内を流動する氷スラリーの熱流動解析を行い, レイノルズ数, 氷充填率 (IPF) および粒子同士の付着が伝熱特性に与える影響を調べることを目的とした。

2. 計算手法

本研究では, 当研究グループによって提案された熱 IB-LBM⁽²⁾ を用いた。この手法は, アルゴリズムが簡単であり, 並列計算に適している格子ボルツマン法⁽³⁾ (Lattice Boltzmann Method: LBM) と, 任意形状の境界を扱う問題に対して複雑なメッシュ生成がなく, アルゴリズムが単純である埋め込み境界法^(4, 5) (Immersed Boundary Method: IBM) を組み合わせた手法であり, 氷スラリーのような移動境界を伴う熱流動問題に対して有効であると考えられる。また, 反復的に物体境界上の計算を行うことで, 滑りなし境界条件と等温境界条件をより強く強制できることも知られている。

2.1 熱を考慮した格子ボルツマン法

格子ボルツマン法 (LBM) とは, 流体を有限個の速度をもつ多数の仮想粒子の集合体として近似し, 各仮想粒子の衝突と並進とを粒子の速度分布関数を用いて逐次計算し, 得られた速度分布関数のモーメントから巨視的変数 (流速, 圧力, 温度など) を求める数値計算手法である。本節では, 非圧縮性粘性流体に対する LBM について述べる。なお, 使用される物理量の無次元化については付録 A を参照されたい。

格子気体モデルとして, Fig. 1 に示す 2 次元 9 速度モデルを用いた。この速度モデルの粒子速度 $c_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ は, 以下のように与えられる。

$$[c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

本手法では, 流れ場と温度場を表現するため, 座標 x お

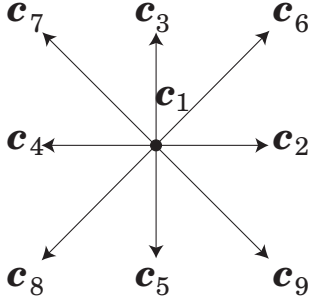


Fig. 1: Two-dimensional 9-velocity model.

よび時刻 t における速度 \mathbf{c}_i をもつ仮想粒子の速度分布関数 $f_i(\mathbf{x}, t)$, $g_i(\mathbf{x}, t)$ を導入する. 速度分布関数 f_i, g_i の時間発展は以下の式で与えられる.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(p(\mathbf{x}, t), \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))], \quad (2)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_g} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{\text{eq}}(T(\mathbf{x}, t), \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))], \quad (3)$$

ここで, Δx は格子幅, Δt は時間刻み, τ_f, τ_g は緩和時間である. また式 (2), (3) 中の局所平衡分布関数 $f_i^{\text{eq}}, g_i^{\text{eq}}$ は次式で与えられる.

$$f_i^{\text{eq}}(p, \mathbf{u}) = E_i \left[3p + 3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right], \quad (4)$$

$$g_i^{\text{eq}}(T, \mathbf{u}) = E_i T (1 + 3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}), \quad (5)$$

ここで, E_i は LBM が Navier–Stokes 方程式, および温度の移流拡散方程式に帰着するように決められる定数であり, 本研究では 2 次元 9 速度モデルを扱うので, E_i は次式で与えられる.

$$E_1 = 4/9, E_2 = \dots = E_5 = 1/9, E_6 = \dots = E_9 = 1/36. \quad (6)$$

巨視的変数である圧力 p , 流速 \mathbf{u} および温度 T は, 以下のように計算される.

$$p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^9 f_i, \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^9 \mathbf{c}_i f_i, \quad (8)$$

$$T = \sum_{i=1}^9 g_i. \quad (9)$$

動粘性係数 ν および温度伝導係数 α は以下のように与えられる.

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\tau_f - \frac{1}{2} \right) \Delta x, \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right) \Delta x. \quad (11)$$

なお, 外力および熱量を考慮する場合には, 以下のように時間発展する. \mathbf{g} を体積力, Q を熱量とすると,

1. 外力, 熱量なしで時間発展する.

$$f_i^*(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_f} [f(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(p(\mathbf{x}, t), \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))], \quad (12)$$

$$g_i^*(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta x, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_g} [g(\mathbf{x}, t) - g_i^{\text{eq}}(T(\mathbf{x}, t), \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))]. \quad (13)$$

2. f_i^*, g_i^* をそれぞれ外力, 熱量によって補正する.

$$f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_i^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + 3\Delta x E_i \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}, t + \Delta t), \quad (14)$$

$$g_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) = g_i^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + \frac{\Delta x}{\rho_f c_{\text{pf}}} E_i Q(\mathbf{x}, t + \Delta t). \quad (15)$$

2.2 埋め込み境界法

本研究では任意形状の境界上で滑りなし境界条件および等温境界条件を満たすために, 埋め込み境界法を用いる. 流れ場における埋め込み境界法は, 境界の内外が同種の非圧縮粘性流体で満たされているとみなし, 境界近傍に適切な体積力を加えることにより, 境界上での滑りなし境界条件を満足させる方法である. 同じく, 温度場における埋め込み境界法は境界近傍に適切な熱量を加えることにより, 境界上の等温境界条件を満足させる方法である.

2.2.1 流れ場に対する埋め込み境界法

体積力の決定法はいくつか方法が提案されているが, 本研究では, パラメータ設定の必要がない Wang et al.⁽⁶⁾ により提案された Multi-Direct Forcing Method を用いる. 時刻 t における速度分布関数 $f_i(\mathbf{x}, t)$, 流速 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ および圧力 $p(\mathbf{x}, t)$ が既知であるとする. これらの値から, 格子点上での一時的な流速 $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ が求められる. また, 境界とともに移動する境界点の場所およびその速度をそれぞれ $\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) とし, それらの時刻 $t + \Delta t$ での値が既知であるとする. このとき, \mathbf{X}_k は一般に格子点と一致しないので, 境界点上での一時的な流速 $\mathbf{u}^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ を, 次式のように周囲の格子点から内挿する.

$$\mathbf{u}^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \sum_{\mathbf{x}} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) (\Delta x)^2, \quad (16)$$

ここで, $\sum_{\mathbf{x}}$ はすべての格子点 \mathbf{x} についての和を表す. また, W は, 以下で与えられるような重み関数である.

$$W(x, y) = \frac{1}{\Delta x} w\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \cdot \frac{1}{\Delta x} w\left(\frac{y}{\Delta x}\right), \quad (17)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{1}{8} \left(3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4r^2} \right), & (|r| \leq 1), \\ \frac{1}{8} \left(5 - 2|r| + \sqrt{-7 + 12|r| - 4r^2} \right), & (1 < |r| \leq 2), \\ 0, & (2 < |r|). \end{cases} \quad (18)$$

体積力 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ は以下のように反復的に決定される。

Step 0 反復の初期における境界点 \mathbf{X}_k 上での体積力を求める。

$$\mathbf{g}_0(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \rho_f Sh \frac{\mathbf{U}_k - \mathbf{u}^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}, \quad (19)$$

ここで, $Sh/\Delta t = 1/\Delta x$ であることに注意する。

Step 1 l 回目の反復において, 体積力を格子点へ分配する。

$$\mathbf{g}_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_{k=1}^N \mathbf{g}_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) \Delta V, \quad (20)$$

ここで, 体積力は境界点 1 点にのみ加わるのではなく, 境界点近傍の微小な領域に平均的に分布していると考え, その領域の体積を ΔV で表す。本手法では, 物体の周長 S に対して, $\Delta V = S/N \times \Delta x$ で与える。また, N は S/N が Δx 程度の量となるようにとる。

Step 2 格子点での流速を補正する。

$$\mathbf{u}_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + \frac{1}{\rho_f} \frac{\Delta t}{Sh} \mathbf{g}_l(\mathbf{x}, t + \Delta t). \quad (21)$$

Step 3 境界点での流速を内挿する。

$$\mathbf{u}_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \sum_{\mathbf{x}} \mathbf{u}_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) (\Delta x)^2. \quad (22)$$

Step 4 \mathbf{U}_k からの残差によって, 境界点での体積力を補正する。

$$\mathbf{g}_{l+1}(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \mathbf{g}_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) + \rho_f Sh \frac{\mathbf{U}_k - \mathbf{u}_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (23)$$

以下, Step の 1 から 4 までを反復することによって, 残差を減らしていく。また, Suzuki and Inamuro⁽⁷⁾ によれば, 反復回数が 5 回程度で境界上の滑りなし条件を十分強制することができるため, 本研究での反復回数は, $l = 5$ とする。このようにして得られた体積力 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を式 (14) に代入し, 流れ場を計算する。

2.2.2 温度場に対する埋め込み境界法

本研究では, 温度場に対する埋め込み境界法として, Wang et al.⁽⁸⁾ による Multi-Direct Heat Source Method を用いる。時刻 t における速度分布関数 $g_i(\mathbf{x}, t)$, 流速 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ および温度 $T(\mathbf{x}, t)$ が既知であるとする, これらの値から式 (15), (9) より, 格子点上での一時的な温度 $T^*(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ が求められる。

Step 0 はじめに, 境界点における一時的な温度を計算する。格子点上の温度 $T^*(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を用いて境界点上の一時的な温度 $T^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ は以下のように内挿される。

$$T^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \sum_{\mathbf{x}} T^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) (\Delta x)^2. \quad (24)$$

次に, 境界温度 T_k と $T^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ の差で境界点に反復の初期において加わる熱量 $Q_0(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ を計算する。

$$Q_0(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \rho_f c_{pf} Sh \frac{T_k - T^*(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (25)$$

この手法は, 等温境界条件をより強く強制するために, 反復的に熱量を求める。境界点 \mathbf{X}_k での反復 l 回までの熱量 $Q_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ を既知としたとき, 以下に示す Step で熱量 $Q_{l+1}(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)$ を導出する。

Step 1 格子点へ熱量を分配する。

$$Q_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_{k=1}^N Q_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) \Delta V, \quad (26)$$

ここで, 熱量は境界点一点にのみ加わるのではなく, 境界点近傍の微小な領域に平均的に分布していると考え, 流れ場の場合と同様にその領域の体積を ΔV とする。

Step 2 格子点での温度を補正する。

$$T_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) = T^*(\mathbf{x}, t + \Delta t) + \frac{1}{\rho_f c_{pf}} \frac{\Delta t}{Sh} Q_l(\mathbf{x}, t + \Delta t). \quad (27)$$

Step 3 境界点での温度を内挿する。

$$T_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = \sum_{\mathbf{x}} T_l(\mathbf{x}, t + \Delta t) W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) (\Delta x)^2. \quad (28)$$

Step 4 T_k からの残差によって, 境界点での熱量を補正する。

$$Q_{l+1}(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) = Q_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t) + \rho_f c_{pf} Sh \frac{T_k - T_l(\mathbf{X}_k, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (29)$$

以下, Step の 1 から 4 までを反復することによって, 残差を減らしていく. 本論文での反復回数は, $l = 5$ とする. このようにして得られた熱量 $Q(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ を式 (15) に代入し, 温度場を計算する.

2.3 粒子の運動

物体の運動 (質量 M , 慣性モーメント I) の重心の速度 \mathbf{U}_p , 角速度 $\boldsymbol{\Omega}_p$ は以下のニュートンの運動方程式によって計算される.

$$M Sh \frac{d\mathbf{U}_p(t)}{dt} = \mathbf{F}(t), \quad (30)$$

$$I Sh \frac{d\boldsymbol{\Omega}_p(t)}{dt} = \mathbf{T}(t), \quad (31)$$

ここで, $\mathbf{F}(t)$, $\mathbf{T}(t)$ はそれぞれ物体が受ける力とトルクである. 物体の境界を埋め込み境界法で扱うとき, 物体が境界を通じて流体に与える力は, 境界近傍に分配された体積力の総和であるから, 物体が受ける力 $\mathbf{F}_p(t)$ はその反力として求められる.

$$\mathbf{F}_p(t) = - \sum_{\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) (\Delta x)^2. \quad (32)$$

同様にしてトルク $\mathbf{T}_p(t)$ は以下のように求められる.

$$\mathbf{T}_p(t) = - \sum_{\mathbf{x}} (\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) \times \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) (\Delta x)^2, \quad (33)$$

ここで, $\mathbf{X}_p(t)$ は物体の中心座標, $\sum_{\mathbf{x}}$ は全格子点 \mathbf{x} についての和を表す. しかし, 分配された力の一部が物体の内部流体の運動に使われてしまうため, 内部流体の運動による力 $\mathbf{F}_{in}(t)$ とトルク $\mathbf{T}_{in}(t)$ を考慮する必要がある. $\mathbf{F}(t)$, $\mathbf{T}(t)$ は以下のように求められる.

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_p(t) + \mathbf{F}_{in}(t) + \mathbf{F}_{ext}(t), \quad (34)$$

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{T}_p(t) + \mathbf{T}_{in}(t) + \mathbf{T}_{ext}(t), \quad (35)$$

ここで, $\mathbf{F}_{ext}(t)$ および $\mathbf{T}_{ext}(t)$ は外部から受ける力およびトルクである. $\mathbf{F}_{in}(t)$ と $\mathbf{T}_{in}(t)$ の計算には Suzuki and Inamuro⁽⁷⁾ によって提案された Lagrangian points approximation を使用した. Lagrangian points approximation の詳しい計算方法については文献⁽⁷⁾ を参照されたい. また, 式 (30), (31) を離散化し, 次のステップの物体の速度 $\mathbf{U}_p(t + \Delta t)$, 角速度 $\boldsymbol{\Omega}_p(t + \Delta t)$ を以下のように求めた.

$$\mathbf{U}_p(t + \Delta t) = \mathbf{U}_p(t) + \frac{\Delta t}{Sh} M^{-1} \mathbf{F}(t), \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_p(t + \Delta t) = \boldsymbol{\Omega}_p(t) + \frac{\Delta t}{Sh} I^{-1} \mathbf{T}_z(t), \quad (37)$$

ここで, 本研究では (x, y) 平面内での 2 次元の計算を考えているので, トルクは z 成分しか持たず, それを T_z としている. また, 次のステップの物体の重心位置 $\mathbf{X}_p(t + \Delta t)$ および傾き $\theta_p(t + \Delta t)$ は,

$$Sh \frac{d\mathbf{X}_p(t)}{dt} = \mathbf{U}_p(t), \quad (38)$$

$$Sh \frac{d\theta_p(t)}{dt} = \Omega_p(t), \quad (39)$$

をオイラーの陽解法を用いて離散化し, 以下のように求めた.

$$\mathbf{X}_p(t + \Delta t) = \mathbf{X}_p(t) + \frac{\Delta t}{Sh} \mathbf{U}_p(t), \quad (40)$$

$$\theta_p(t + \Delta t) = \theta_p(t) + \frac{\Delta t}{Sh} \Omega_p(t). \quad (41)$$

2.4 衝突モデル

流体中の多数の粒子の運動を計算する際, 粒子が他の粒子や壁を貫通することを防ぐために衝突モデルが必要となる. 近年の研究では, 円柱や球といった粒子に対して衝突した際に反発力や付着力を与えるモデルが考案されている. 本章では衝突モデルの詳細を以下に示す.

2.4.1 反発モデル

本研究では, Feng and Michaelides⁽⁹⁾ の方法を参考に, ある粒子 i が他の粒子 j と衝突した際に反発力 $\mathbf{F}_{i,j}^{\text{rep},p}$ を, 壁と衝突した際に反発力 $\mathbf{F}_i^{\text{rep},w}$ を生じさせるモデルを使用した. 粒子 i が粒子 j から受ける反発力 $\mathbf{F}_{i,j}^{\text{rep},p}$ は以下のように与えられる.

$$\mathbf{F}_{i,j}^{\text{rep},p} = \begin{cases} \frac{c_{ij}}{\epsilon_p} \left(\frac{d_{ij} - R_i - R_j - \zeta}{\zeta} \right)^2 \left(\frac{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j}{d_{ij}} \right), & d_{ij} \leq R_i + R_j + \zeta, \\ 0, & d_{ij} > R_i + R_j + \zeta, \end{cases} \quad (42)$$

ここで, \mathbf{X}_i , \mathbf{X}_j は粒子の中心座標, $\epsilon_p = 0.1$ は剛性パラメータ, R_i , R_j は粒子の半径, $d_{ij} = |\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|$ は粒子間の中心距離, $c_{ij} = MU_{\text{ref}}^2/D_p$ は衝突パラメータ, ζ は反発力が作用する領域である. 本計算では, 埋め込み境界法の有効範囲が粒子と接触した際に, 上記の反発力が作用するように, $\zeta = 2\Delta x$ とした.

粒子が壁に衝突する際も同様の方法を用いて, 反発力 $\mathbf{F}_i^{\text{rep},w}$ は以下のように与えられる.

$$\mathbf{F}_i^{\text{rep},w} = \begin{cases} \frac{c_{ij}}{\epsilon_w} \left(\frac{d_{iw} - R_i - \zeta}{\zeta} \right)^2 \left(\frac{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_w}{d_{iw}} \right), & d_{iw} \leq R_i + \zeta, \\ 0, & d_{iw} > R_i + \zeta, \end{cases} \quad (43)$$

ここで, \mathbf{X}_w は壁の座標, $\epsilon_w = 0.1$ は剛性パラメータ, $d_{iw} = |\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_w|$ は粒子の中心と壁の距離である.

2.4.2 付着モデル

本研究では, Fogelson and Guy⁽¹⁰⁾ の方法を参考に, ある粒子 i が他の粒子 j と衝突した際に付着力 $\mathbf{F}_{i,j}^{\text{adh},p}$ およびトルク $\mathbf{T}_{i,j}^{\text{adh},p}$ を生じさせるモデルを使用した. 粒子 i が粒子 j に衝突したとき, つまり粒子間の中心距離 $d_{ij} \leq R_i + R_j + \zeta$ となったとき, 付着力およびトルクは以下のように与える.

$$\mathbf{F}_{i,j}^{\text{adh},p} = -k_t |d_{ij} - R_i - R_j - \zeta| \frac{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j}{d_{ij}} - c_t (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_j), \quad (44)$$

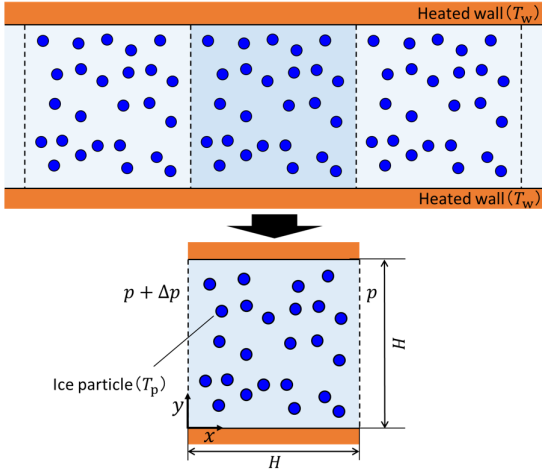


Fig. 2: Computational domain for a thermal flow in a heated channel with moving ice particles.

$$T_{i,j}^{\text{adh},p} = -k_{\theta}(\theta_i - \theta_{i,j}^{\text{ref}}), \quad (45)$$

ここで、 U_i 、 U_j は粒子の移動速度、 $\theta_{i,j}^{\text{ref}}$ は衝突した際の粒子の角度、 k_t 、 k_{θ} は並進方向および回転方向のばね定数、 c_t は並進方向のダンパ係数である。一度付着した粒子 i 、 j は、付着力を与え続け離れないようにする。また、粒子が壁に衝突した際は付着はせず反発力を与える、つまり式 (43) を用いて計算を行う。

3. 計算結果および考察

3.1 計算条件

管内を流動する氷スラリーを模擬した問題として、二次元ポアズイユ流中を流れる氷粒子周りの熱流動解析を行い、レイノルズ数および氷充填率が温度場に及ぼす影響を調べた。Fig. 2 に計算領域を示す。縦横 $H = 280\Delta x$ の計算領域中に、直径 $D_p = 20\Delta x$ の氷粒子をランダムに配置する。これは、直径 7.5mm の管を直径約 0.5mm の氷粒子が流れる系を想定している。左右の境界には、流れ場に対して圧力差 Δp を伴う周期境界条件、温度場に対して周期境界条件を用いた。また、上下の境界には、流れ場に対して滑りなし境界条件、温度場に対して等温境界条件 ($T_w = 1$) を用いた。氷粒子表面には、埋め込み境界法により、滑りなし境界条件と等温境界条件 ($T_p = 0$) を用いた。すなわち、無限に長い温められた流路内を、氷粒子が長さ H ごとに一定の体積割合で流れていく系を考える。本計算では、粒子同士が衝突した際に反発するモデル⁽⁹⁾ を使用している。また、氷粒子の密度 ρ_p と流体の密度 ρ_f を等しくすることで、粒子は重力による影響を受けず、熱膨張による浮力も無視するものとした。

この系の支配パラメータは、レイノルズ数 $Re = U_{\text{ref}}H/\nu$ 、プラントル数 $Pr = \nu/\alpha$ 、および氷充填率 $\text{IPF}[\text{wt}\%] = m_p/m$ である。ここで、 U_{ref} は氷粒子を配置しない場合の定常流れにおける入口断面平均流速、 m_p は全ての氷粒子の質量、 m は全ての氷粒子と水溶液の質量の総和である。本研究では、 $Pr = 19.2$ とし、レイノルズ数、IPF を変化させ計算を行った。

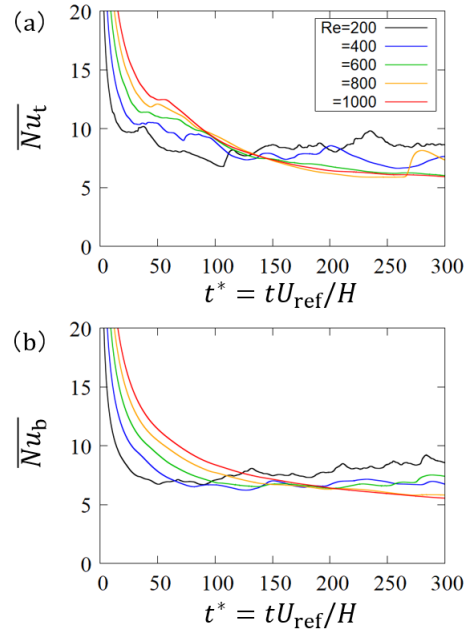


Fig. 3: Time variations of the local-averaged Nusselt numbers of (a) the top wall and (b) the bottom wall of the channel for various Reynolds numbers.

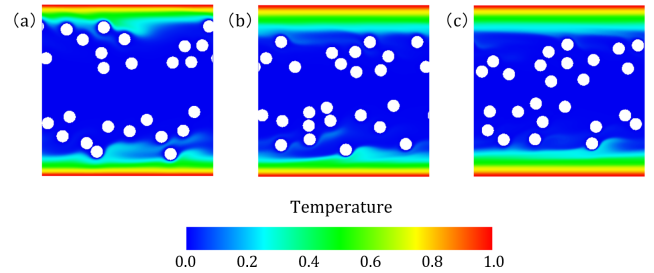


Fig. 4: Snapshots of the temperature fields for (a) $Re = 200$, (b) 600, and (c) 1000.

3.2 レイノルズ数の影響

まず、レイノルズ数の影響を調べるため、 Re を 200 から 1000 まで変化させて計算を行った。このとき、 $\text{IPF} = 10.0\%$ とする。Fig. 3 に各 Re に対する上下境界の平均ヌッセルト数の時間変化を示す。なお、上下境界の平均ヌッセルト数は以下のように定義した。

$$\overline{Nu_b} = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_b dx = \frac{1}{H} \int_0^H -\frac{H}{T_w - T_p} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx, \quad (46)$$

$$\overline{Nu_t} = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_t dx = \frac{1}{H} \int_0^H -\frac{H}{T_w - T_p} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} dx. \quad (47)$$

Fig. 3 より、レイノルズ数が高いほど上下境界における平均ヌッセルト数が低い傾向にあることがわかる。これは、Fig. 4 に示す温度分布図を見てもわかるように、レイノルズ数が高くなるほど、氷粒子が流路中心に多く存在するため、冷熱の影響が壁面に伝わりにくくなったこ

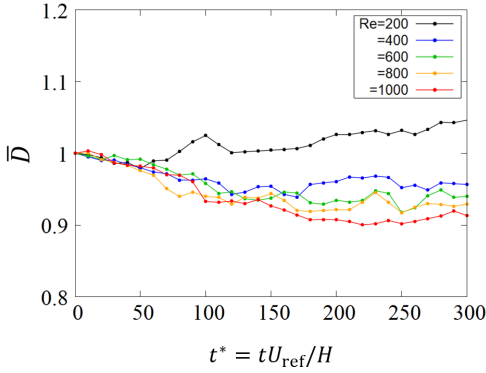


Fig. 5: Time variations of the time-averaged dispersions of particles for various Reynolds numbers.

とが原因であると考えられる。また、上下壁において平均ヌッセルト数にあまり差がないことも確認できる。なお、レイノルズ数が小さいほど平均ヌッセルト数が振動しているが、これは粒子が境界付近に点在しているため、冷熱の影響が壁面に伝わりやすくなったためであると考えられる。

次に、管内を流れる氷粒子のばらつきを評価するため、以下のような式を定義した。

$$D = \frac{1}{D_{ini}} \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|}{nC_2}, \quad (48)$$

$$\bar{D} = \frac{1}{10t^*} \int_{10(N-1)t^*}^{10Nt^*} D dt^*, \quad (49)$$

ここで、 D_{ini} は初期における粒子の中心間距離の平均値、 D は粒子の中心間距離の平均値を D_{ini} で無次元化したもの、 n は粒子数、 \bar{D} は無次元時間が 10 毎に D を時間平均したものであり、ばらつきを表す。 $\bar{D} > 1$ のとき初期に比べ粒子がばらつき、 $\bar{D} < 1$ のとき初期に比べ粒子が密集していることを意味する。Fig. 5 に各レイノルズ数に対する粒子のばらつきの時間変化を示す。Fig. 5 から見てわかるように初期ではどれもあまり変化がないが、無次元時間 $t^* = tU_{ref}/H = 50$ 以降からレイノルズ数が高いほど、 \bar{D} が小さくなることが確認できる。

3.3 氷充填率の影響

次に、IPF の影響を調べるため、IPF を 2.4% から 14.8% の範囲で変化させて計算を行った。Fig. 6 に各 IPF における上下境界の平均ヌッセルト数の時間変化を示す。Fig. 6 より、IPF が高くなるほど平均ヌッセルト数が向上することがわかる。これは、Fig. 7 に示す温度分布図から見てわかるように、IPF が高い、すなわち、氷粒子数が多いほど、氷粒子同士が頻繁に衝突するため、粒子が上下の境界近くに多く点在し、冷熱の影響を大きく受けるからだと考えられる。次に、平均ヌッセルト数と IPF の関係を実験結果と比較した。Fig. 8 に、平均ヌッセルト数と IPF の関係を示す。なお、本計算結果の平均ヌッセルト数は無次元時間 $t^* = 500$ の時の値をプロットしている。この図より、IPF が大きくなるほど平均ヌッセルト数が徐々に高くなっていくが、実験に比べ平均ヌッセルト数がかなり小さいことがわかる。これは、系が二次

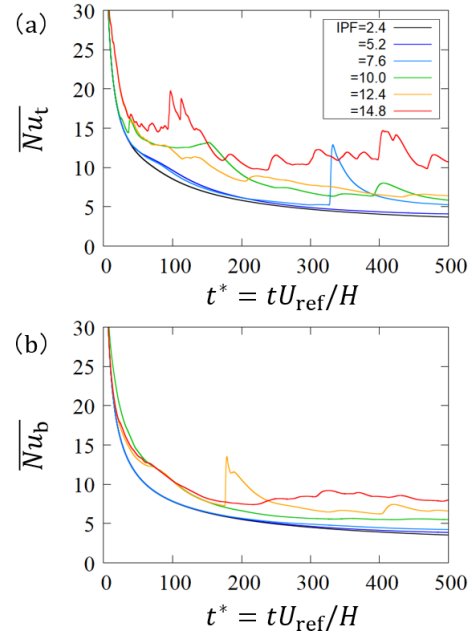


Fig. 6: Time variations of the local-averaged Nusselt numbers of (a) the top wall and (b) the bottom wall of the channel for various IPFs.

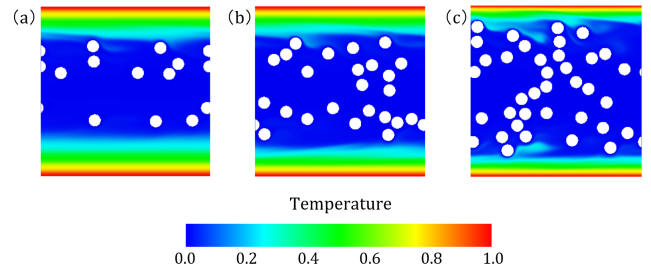


Fig. 7: Snapshots of the temperature fields for (a) IPF = 4.8%, (b) 10.0%, and (c) 14.8%.

元であることや、氷粒子が円形であるため実際の氷粒子に比べ表面積が小さいことおよび粒子同士の付着を考慮していないことが原因であると考えられる。

4. 付着の影響

最後に、氷粒子の付着の影響を調べるため、付着モデルを導入し計算を行った。支配パラメータとして、レイノルズ数 $Re = 208$ 、プラントル数 $Pr = 19.2$ 、氷充填率 $IPF = 10\%$ として計算を行った。また、無次元ばね定数 $N_{kt} = k_t/\rho_f U_{ref}^2 = 5.0 \times 10^{-4}$ 、無次元回転ばね定数 $N_{k\theta} = k_\theta/\rho_f D_p^2 U_{ref}^2 = 5.0 \times 10^{-4}$ 、無次元ダンパ係数 $N_{ct} = c_t/\rho_f U_{ref} D_p = 1.0$ とした。Fig. 9 に各無次元時刻における温度場を示す。Fig. 9 より、粒子同士が付着し、クラスタ状になっていることがわかる。しかし、氷粒子のクラスタが大きくなり速い速度で壁に衝突することで、計算領域から出てしまい計算が発散してしまった。また、Fig. 10 に示す平均ヌッセルト数の時間変化からわかるように平均ヌッセルト数が大きく振動してしまった。以上のことから、付着モデルにさらなる改善が必要となる。

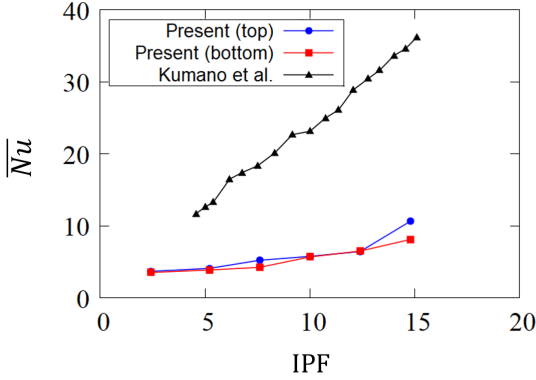


Fig. 8: Relationship between Nusselt numbers and IPFs. The available experimental result by Kumano et al.⁽¹⁾ is also shown for comparison.

5. 結言

熱 IB-LBM⁽²⁾ を用いて二次元管内における氷スラリーの熱流動解析を行った。

まず、レイノルズ数の影響を調べたところ以下の結論を得た。

- ・ IPF=10.0%とし、レイノルズ数を変えて計算を行ったところ、レイノルズ数が高いほど氷粒子が流路中心に近づくため、境界における平均ヌッセルト数が低下する傾向にある。

次に、レイノルズ数 $Re = 1000$ とし IPF を変えて計算を行ったところ、以下の結論を得た。

- ・ IPF が大きくなるほど境界付近に氷粒子が多く点在するため、壁面上の平均ヌッセルト数が増加する。
- ・ 文献⁽¹⁾の結果と比較したところ、IPF が大きくなるほど平均ヌッセルト数が高くなるという傾向はとらえているが、本計算結果の方がかなり小さい。

最後に、付着モデルを導入し計算を行ったところ、以下の結論を得た。

- ・ 粒子同士が衝突し、クラスタ状になることが確認できた。しかし、氷粒子のクラスタが速い速度で壁に衝突することで、計算領域から出てしまい計算が発散してしまった。

今後の課題として、付着モデルの改善、モデルの三次元化、粒子形状の変更を行い、実際の氷スラリーに近づけていくことが必要である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、青山学院大学の熊野寛之教授および信州大学の浅岡龍徳准教授に貴重なご助言をいただきました。ここに謝意を表します。

付録 A 無次元量の定義

本手法で用いる無次元変数の定義を以下に示す。使用される物理量はすべて、代表長さ \hat{L}_0 、粒子の代表速さ \hat{c} 、時間スケール $\hat{t}_0 = \hat{L}_0/\hat{U}_0$ (\hat{U}_0 : 流れの代表速さ)、基準密度 $\hat{\rho}_{f0}$ 、基準温度差 $\Delta\hat{T}_0$ 、基準温度 \hat{T}_0 、定圧比熱 \hat{c}_{pf0} を用いて無次元化したものである。

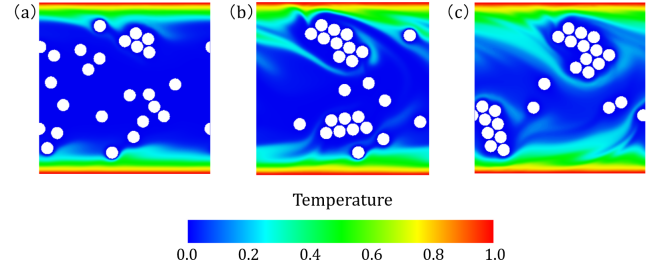


Fig. 9: Snapshots of the temperature fields at (a) $t^* = 21.8$, (b) 43.6, and (c) 65.5.

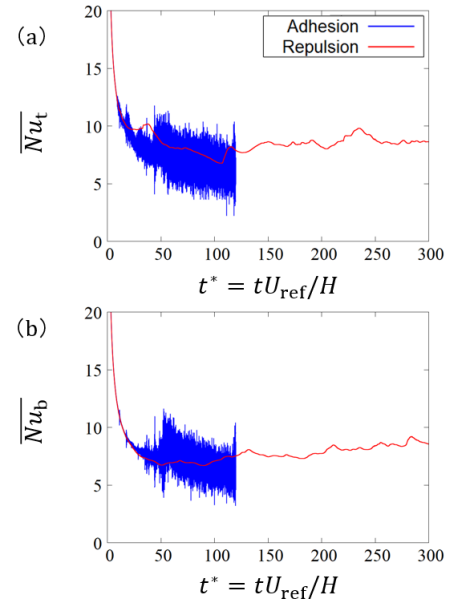


Fig. 10: Time variations of the local-averaged Nusselt numbers of (a) the top wall and (b) the bottom wall of the channel for adhesion model.

$$\left. \begin{aligned}
 c_i &= \hat{c}_i/\hat{c}, & x &= \hat{x}/\hat{L}_0, \\
 t &= \hat{t}/\hat{t}_0, & \Delta x &= \Delta\hat{x}/\hat{L}_0, \\
 \Delta t &= \Delta\hat{t}/\hat{t}_0, & f_i &= \hat{f}_i/\hat{\rho}_{f0}, \\
 g_i &= (\hat{g}_i - \hat{T}_0)/\Delta\hat{T}_0, & \rho &= \hat{\rho}/\hat{\rho}_{f0}, \\
 p &= \hat{p}/(\hat{\rho}_{f0}\hat{c}^2), & \mathbf{u} &= \hat{\mathbf{u}}/\hat{c}, \\
 T &= (\hat{T} - \hat{T}_0)/\Delta\hat{T}_0, & \rho_f &= \hat{\rho}_f/\hat{\rho}_{f0}, \\
 \nu &= \hat{\nu}/(\hat{c}\hat{L}_0), & \alpha &= \hat{\alpha}/(\hat{c}\hat{L}_0), \\
 c_{pf} &= \hat{c}_{pf}/\hat{c}_{pf0}, & \mathbf{g} &= \hat{\mathbf{g}}\hat{L}_0/(\hat{\rho}_{f0}\hat{c}^2), \\
 Q &= \hat{Q}\hat{L}_0/(\hat{\rho}_{f0}\hat{c}_{pf0}\Delta\hat{T}_0\hat{c}), & \mathbf{X}_k &= \hat{\mathbf{X}}_k/\hat{L}_0, \\
 U_k &= \hat{U}_k/\hat{c}, & T_k &= (\hat{T}_k - \hat{T}_0)/\Delta\hat{T}_0,
 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

ここで、 $\hat{\cdot}$ は有次元量を表す。なお、 Δx は正方形格子の間隔、 Δt は時間刻み(粒子が隣の格子点まで移動する時間と等しくなるように設定される)であり、ストローハル数 Sh を $Sh = \hat{U}_0/\hat{c}$ と定義すると、 $Sh = \Delta t/\Delta x$ であることに注意されたい。

参考文献

- (1) Kumano, H., Asaoka, T. and Sawada, S., “Effect of initial aqueous solution concentration and heating conditions on heat transfer characteristics of ice slurry”, *Int. J. Refrig.*, 41 (2014), pp. 72–81.
- (2) Suzuki, K., Kawasaki, T., Furumachi, N., Tai, Y. and Yoshino, M., “A thermal immersed boundary–lattice Boltzmann method for moving-boundary flows with Dirichlet and Neumann conditions”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 121 (2018), pp. 1099–1117.
- (3) Yoshino, M. and Inamuro, T., “Lattice Boltzmann simulations for flow and heat/mass transfer problems in a three-dimensional porous structure”, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 43 (2003), pp. 183–198.
- (4) Peskin, C. S., “Flow patterns around heart valves: a numerical method”, *J. Comput. Phys.*, 10 (1972), pp. 252–271.
- (5) Peskin, C. S., “Numerical analysis of blood flow in the heart”, *J. Comput. Phys.*, 25 (1977), pp. 220–252.
- (6) Wang, Z. L., Fan, J. R. and Luo, K., “Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles”, *Int. J. Multiphase Flow*, 34 (2008), pp. 283–302.
- (7) Suzuki, K. and Inamuro, T., “Effect of internal mass in the simulation of a moving body by the immersed boundary method”, *Comput. Fluids*, 49 (2011), pp. 173–187.
- (8) Wang, Z. L., Fan, J. R., Luo, K. and Cen, K., “Immersed boundary method for the simulation of flows with heat transfer”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 52 (2009), pp. 4510–4518.
- (9) Feng, Z. G. and Michaelides, E. E., “Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows”, *J. Comput. Phys.*, 202 (2005), pp. 20–51.
- (10) Fogelson, A. L. and Guy, R. D., “Platelet-wall interactions in continuum models of platelet thrombosis: formulation and numerical solution”, *Math. Med. Biol.*, 21 (2004), pp. 293–334.