

# ロケットエンジン H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> 燃焼流れ場に対する噴射器リセス長さの影響 Effects of recess length on the combustion flow fields of a rocket injector

- 太田徹, 北大, 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目, ruto0323@eis.hokudai.ac.jp  
村上峻, 北大, 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目, s-murakami@eis.hokudai.ac.jp  
寺島洋史, 北大, 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目, htera@eng.hokudai.ac.jp  
大島伸行, 北大, 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目, oshima@eng.hokudai.ac.jp  
Toru OTA, Hokkaido University, N13, W8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan  
Shun MURAKAMI, Hokkaido University, N13, W8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan  
Hiroshi TERASHIMA, Hokkaido University, N13, W8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan  
Nobuyuki OSHIMA, Hokkaido University, N13, W8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan

The present study investigates the effects of recess length, momentum flux ratio on H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> combustion flow field of a rocket injector. The compressible Navire-Stokes equations are solved with a detailed chemical kinetics mechanism in the manner of direct numerical simulations. The simulation changing the recess length from 3 mm to 18 mm demonstrates that the recessed injectors enhance the mixing performance of fuel and oxidizer, which is mainly caused by a jet flapping motion inside the recessed region. A significant effect of recessing on the mixing performance suddenly appears around a recess length of 9 mm due to the occurrence of flapping motion. However, the effect of recessing is not strengthened by increasing a recessed length from 12 mm. The increase of the momentum flux ratio results in stronger flapping, which implies that the velocity ratio is a key parameter for generation of flapping motion.

## 1. 結論

宇宙開発利用の需要が高まる昨今, H-IIB ロケットをはじめとする液体ロケットエンジンの噴射器として同軸型噴射器が広く採用されている。ロケット噴射器の設計は推進剤の混合や燃焼現象に大きく影響し, ロケットエンジンの信頼性向上のためにも噴射器形状と燃焼流れ場の関係解明は重要な課題の 1 つである。

ロケットエンジンの燃焼効率や燃焼安定性の向上を図るため, 今日まで噴射器形状に関して数多くの実験・研究が行われてきた<sup>(1-8)</sup>。いくつかある形状パラメータの中で, LOX ポストを噴射面より内側に窪ませたリセスと呼ばれるものがある。リセスは燃料と酸化剤の混合促進効果や燃焼振動に対する安定化効果があるものとして知られている一方, 長くすることで燃焼不安定性を引き起こした報告<sup>(9)</sup>もある。Lux ら<sup>(4)</sup>は実験において燃焼反応の過程で生成される化学種の発光を検出し, リセスを設けた噴射器では噴射直後に火炎の燃え広がりが大きくなることに加え, 不安定燃焼を引き起こすことを明らかにした。しかし, 実験では構造上リセス内部の可視化は困難であることや燃焼室内部の火炎の過大な発光や観察できる化学種の制約により, リセスが燃焼流れ場に与える影響への理解はまだ不十分であるといえる。

一方で近年, 数値計算の分野ではリセスを設けた噴射器と流れ場についての研究が行われている。Kim ら<sup>(5,6)</sup>はリセスを模した形状をモデルとした数値解析を行い, リセス内部では噴流の速度差と密度差に起因する不安定性が成長することを明らかにした。

Muto ら<sup>(8)</sup>は超臨界圧下における 2 次元平行噴流に対するリセス形状の影響について数値計算を用いて調査した。リセスの閉じ込め効果によって内側の噴流が大きく振動し, 混合が促進されることを示した。これらの報告よりリセスが流れ場に及ぼす影響の解明は着実に進んでいるが, 燃焼反応を考慮した解析や複数のリセス形状を扱った報告が少ないことから, リセスと燃焼流れ場の関係について更なる現象解明と理解が必要とされている。

本研究では, 噴射器のリセス内部と噴射器近傍に形成される燃焼流れ場について, リセス長さや運動量流束比に着目して数値解析を行った。これまで扱われてこなかった非常に長いリセスも取り扱う。解析にあたり, リセス内部と噴射器背後では複雑な燃焼

流れ場が形成されるため, 2 次元へモデル化した燃焼室に対して詳細化学反応機構を考慮した 2-D DNS (Direct Numerical Simulation) を行った。

## 2. 数値計算手法

### 2.1. 支配方程式

本研究では支配方程式として, 質量保存式, 運動量保存式, エネルギー方程式, 化学種の質量保存方程式, 及び熱的に完全な状態方程式を用いる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\tau}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [(E + p) \mathbf{u} - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{q}] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\rho Y_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y_s \mathbf{u} - \rho D_s \nabla Y_s) = \dot{\omega}_s \quad (4)$$

$$p = \rho R \sum_{s=1}^N \frac{Y_s}{M_s} T \quad (5)$$

ここで,  $\rho$  は密度,  $\mathbf{u}$  は速度ベクトル,  $p$  は圧力,  $\boldsymbol{\delta}$  は単位テンソル,  $\boldsymbol{\tau}$  は粘性応力テンソル,  $E$  は全エネルギー,  $\mathbf{q}$  は熱流束ベクトル,  $e$  は内部エネルギーである。  $Y_s$ ,  $D_s$ ,  $\dot{\omega}_s$  はそれぞれ化学種  $s$  の質量分率, 拡散係数, 反応率である。さらに  $R$  は一般ガス定数,  $T$  は温度,  $M_s$  は化学種  $s$  のモル質量を示す。添え字  $s$  は 1 から  $N$  までの数字で  $N$  は考慮する化学種の総数である。

粘性応力テンソル  $\boldsymbol{\tau}$  は次式のように表現される。

$$\boldsymbol{\tau} = \mu(2\mathbf{S}) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})\boldsymbol{\delta} \quad (6)$$

ここで  $\mu$  は混合気の粘性係数,  $\mathbf{S}$  は対称ひずみ速度テンソルである。さらに, 熱流束ベクトル  $\mathbf{q}$  は次式のように表される。

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T - \rho \sum_{s=1}^N h_s D_s \nabla Y_s \quad (7)$$

ここで $\kappa$ は混合気の熱伝導率を表し、 $h_s$ は化学種  $s$  のエンタルピーを表す。

詳細反応を用いた反応 - 流体連成シミュレーションの高速化を妨げる原因の 1 つとして流体と化学反応の時間スケールが大きく異なることが挙げられる。そこで、本研究では化学反応と流体を分離させて解く operator-splitting 法<sup>(11)(12)</sup>を採用した。具体的には、流体を解く際には反応を凍結させた条件、つまり $\dot{\omega}_s = 0$ の条件を適用する。一方で、化学反応部分は支配方程式を内部エネルギー一定条件および体積一定条件で導出する。本研究で用いた反応方程式は、以下のように記述することができる。

$$\rho \frac{dY_s}{dt} = \dot{\omega}_s \quad (8)$$

$$\rho C_v \frac{dT}{dt} = - \sum_{s=1}^N e_s \dot{\omega}_s \quad (9)$$

ここで $e_s$ は化学種  $s$  の内部エネルギー、 $C_v$ は混合気体の定積比熱を示す。化学反応を解く際には空間微分項は無視される。1つの時間ステップで各計算点において流体部分の方程式と反応方程式と交互に解き進める。そして各計算点で情報を交換し、次の時間ステップに進む。

流体部分には圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解く際に一般的な計算法を用いる。数値流束の計算には Harten-Lax-van Leer-Contact (HLLC) スキーム<sup>(13)</sup>を用いた。また、高次の空間精度を得るため、Monotone Upstream Centered Scheme for Conservation Law (MUSCL) 内挿法を minmod limiter と primitive variable interpolation と共に用いた<sup>(14)</sup>。粘性項、熱伝導項、および拡散項は 2 次中心差分によって計算される。時間積分は 3 次精度の Total-Variation Diminishing (TVD) Runge-Kutta 法<sup>(15)</sup>によって行われる。

化学反応式の時間積分は Extended Robustness-Enhanced Numerical Algorithm (ERENA)<sup>(16)</sup>を用いて行った。ERENA は化学反応の硬直性に対しロバスト性を持ち高速に計算することができる計算手法である。

## 2.2. 計算条件

本研究では計算コスト削減のため、燃焼器からノズルとリセス形状部分以外の噴射器領域を取り除き、2次元空間へモデル化する。

解析では Fig. 1 に示す噴射器形状における H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> 燃焼流れ場を対象とした。各部分の寸法は Table 1 に示すとおりである。本研究では、リセス長さをリセスなし(0 mm)を含め 7 形状、運動量流束比を 3 種類用意し、燃焼流れ場の変化を比較する。以降簡単のため、それぞれのリセス長さに対して R0, R3, R6, R9, R12, R15, R18 と表記する。本解析ではリセス領域より上流の噴射器内部や、下流のノズルについては考慮しておらず、(リセス長さ)×6 mm のリセス領域と 250 mm×12 mm の矩形燃焼室領域を計算対象とした。

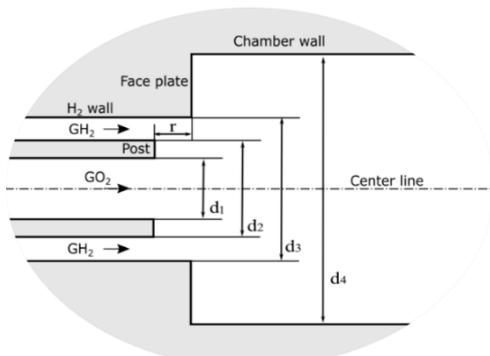


Fig. 1 Schematic of a recessed injector

Table 1 Dimension for recessed injectors

	mm
GO <sub>2</sub> internal diameter, d <sub>1</sub>	4
GH <sub>2</sub> internal diameter, d <sub>2</sub>	5
GH <sub>2</sub> external diameter, d <sub>3</sub>	6
Chamber wall height, d <sub>4</sub>	12
GO <sub>2</sub> post wall thickness	0.5
Recessed length, r	0, 3, 6, 9, 12, 15, 18

燃焼流れ場を解析するにあたり使用した計算格子の例として、R9 の場合について Fig. 2 に示す。格子点数は R9 の形状で 813×279 である。他の条件についてはリセス長さに応じて格子点数を定めており、R0 では 369×279 である。最小格子幅は 1.0 μm としており、ポストは 42 点で解析している。格子依存性を調査するため、R9 において Fine grid (1606×565) を用意して解析を行った結果、本研究において着目する領域における速度、温度、化学種質量分率の空間分布の傾向について変化がないことを確認した。

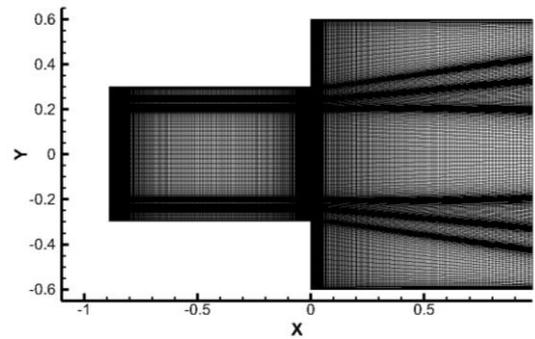


Fig. 2 A computational grid for R9.

流入条件について Table 2 に示す。VR, O/F, J についてはそれぞれ速度比と燃料と酸化剤の混合比、運動量流束比であり、以下の式で定義する。

$$VR = \frac{u_{Fuel}}{u_{O_2}} \quad (10)$$

$$O/F = \frac{(\rho u A)_{O_2}}{(\rho u A)_{Fuel}} \quad (11)$$

$$J = \frac{(\rho \cdot u^2)_{Fuel}}{(\rho \cdot u^2)_{O_2}} \quad (12)$$

ここで  $A$  は各噴射口における断面積である。

Table 2 Injection conditions

Case	V <sub>O2</sub> , m/s	V <sub>H2</sub> , m/s	J	VR	O/F
J0.6	124		0.64	3.2	20
J1.0	100	400	0.98	4.0	16
J1.4	83		1.42	4.8	13

初期圧力条件は 2.0 MPa に設定されており、噴流の温度は 300 K である。噴射される酸素と水素の初期速度分布は Table 2 における速度から 1/7 乗則で得たものを用いる。噴流が流入する領域では、圧力の値が燃焼室内部の値によって外挿され、温度及び質量分率は初期条件で固定される。このため、流入する噴流の密度が決定する。質量流量は一定と仮定しているため、入り口における速度分布は計算中に変化する。

燃焼室出口に対しては 2.0 MPa の平均圧力を有する無反射境界

条件を適用した<sup>(17,18)</sup>. また、噴流入り口と噴射器表面、並びに燃焼室壁に対して断熱壁と滑りなし条件を仮定している. 初期の燃焼室内は平衡生成ガスで満たされていると仮定した. これは、圧力とエンタルピーが一定の条件下で、300 K の酸素と水素を化学量論比としたときの組成並びに温度を用いた. このとき、計算には NASA-CEA を用いた<sup>(19)</sup>. この平衡ガスは本研究において約 3800 K であるため、燃焼室内に流入した酸素と水素を着火させる. 計算に際して、Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件を 0.8 とし、これは約  $2 \times 10^{-9}$  秒の物理時間に相当する. 本研究で解析を行う際、水素の反応機構は 8 化学種 35 反応<sup>(20)</sup>で構成される.

### 3. 計算結果と考察

#### 3.1. 推進剤の混合に対するリセス長さの影響

初めに、運動量流束比 1.0、リセス長さ R0, R9 における非定常流れ場を Fig. 3 に示す. 更に、非定常流れ場の観察より得られた燃焼流れ場の模式図を Fig. 4 に示す. 燃料と酸化剤を噴射した直後、いずれの条件においてもポスト背後で小さな再循環領域が形成され、混合及び燃焼が生じている. 燃焼室コーナーでは大きな再循環領

域が形成され、噴射面及び後流から未燃の  $H_2$  ガスと燃焼生成ガスを巻き込んでいる. これらの特徴は他の運動量流束比でも同様に確認することができた. また、R9 以上のリセス長さでは他の条件と比べ噴流が大きく上下に振れるフラッピングが観察された.

時間平均を施した温度場を Fig. 5 に示す. リセスが長くなるに従い、噴射面近傍でより高温の温度場が形成されている. これは Fig. 6 に示すポストから 25 mm の位置における温度分布からも定量的に確認できる. この結果は、リセス領域ではリセスなし条件に比べて噴射直後でより多くの燃焼反応が起きていることを示唆している. そこで、Fig. 7 に center line における  $O_2$  質量分率の分布を示す. 噴射後の  $O_2$  質量分率の減少を推進剤の混合と解釈すると、リセスを長くした場合には混合が促進されていると読み取ることができ、これはリセス内で燃焼反応が増加している結果と合致する. しかし、Fig. 7 に示す分布は R6 から R12 にかけて大きく変化しており、R6 以下及び R12 以上のリセス長さでは大きな変化は見られない. このことから、リセスを設けることによる混合促進効果を得るにはある一定以上のリセス長さが必要であると同時に、効果の増大には上限があることが明らかである.

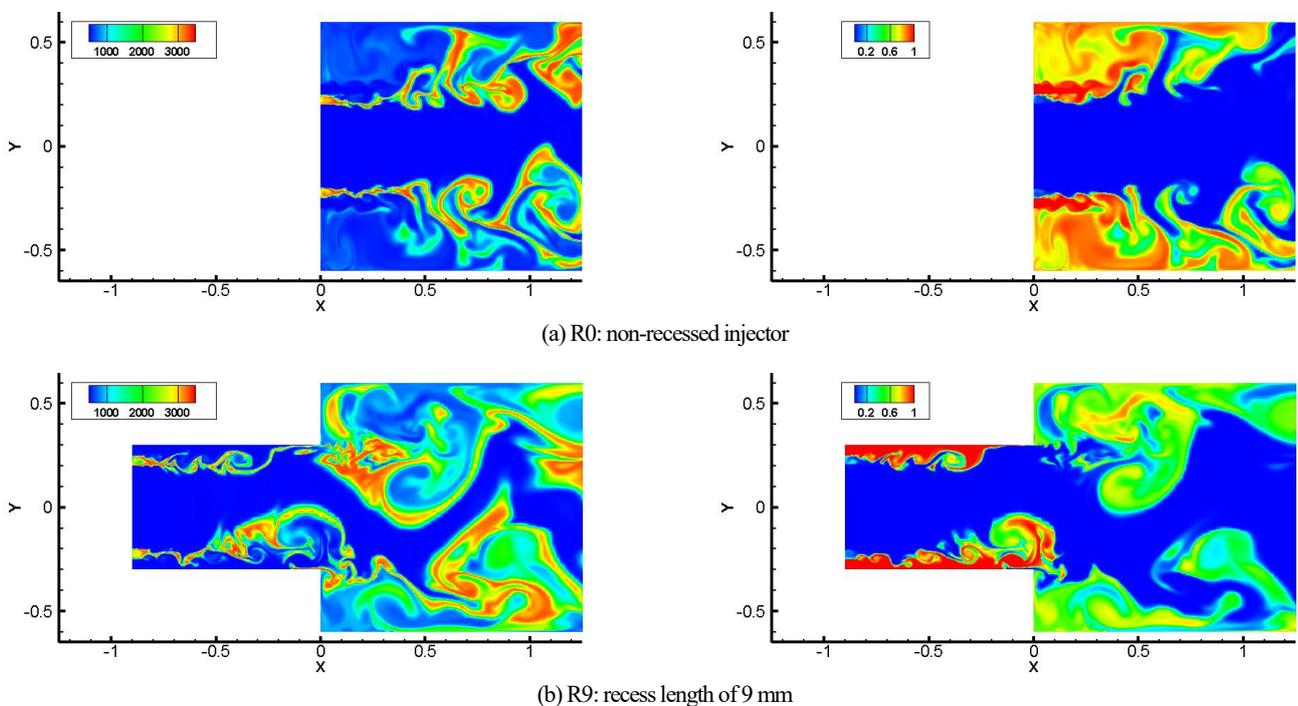


Fig. 3 Comparison of instantaneous combustion flow fields. Left: temperature, right: mass fraction of  $H_2$

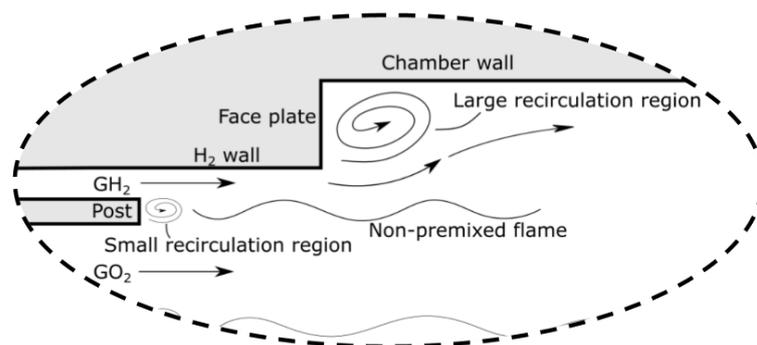
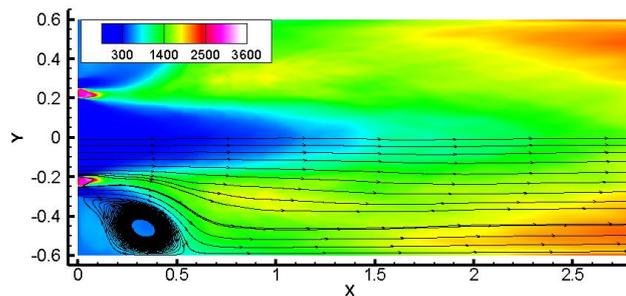
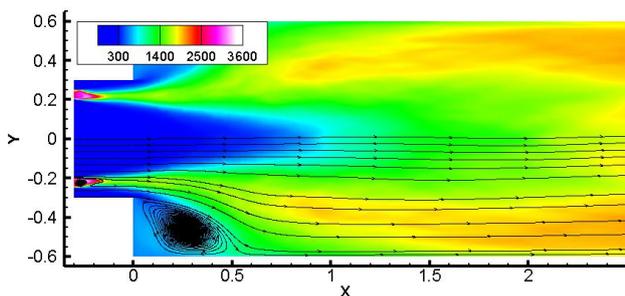


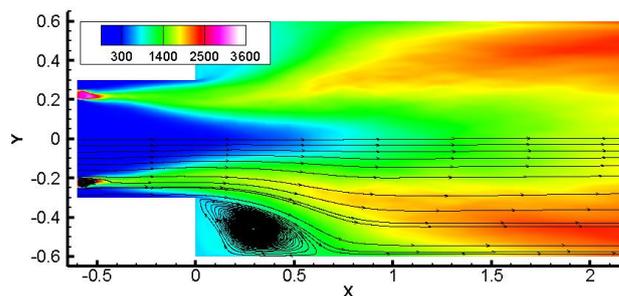
Fig. 4 A schematic of the combustion flow fields



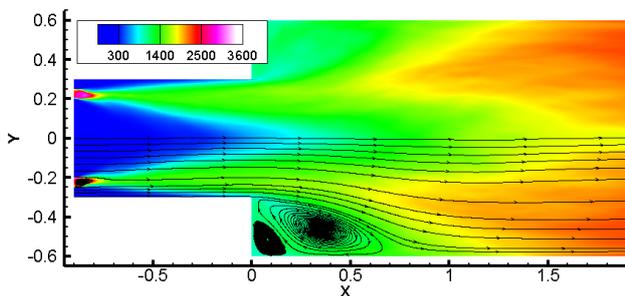
(a) R0



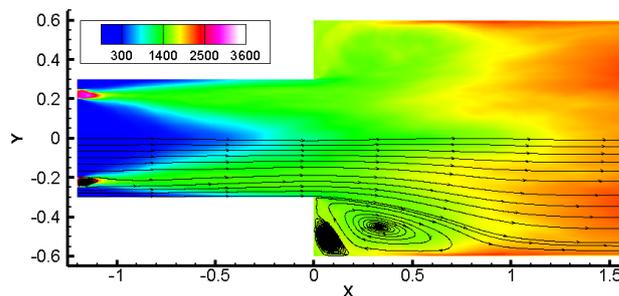
(b) R3



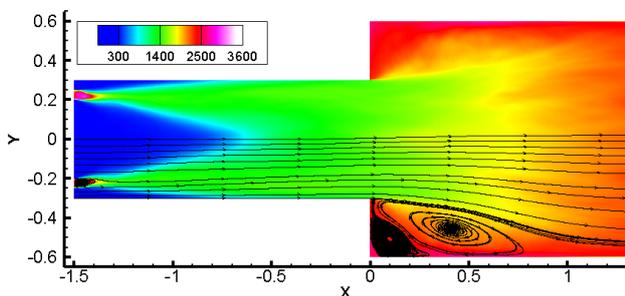
(c) R6



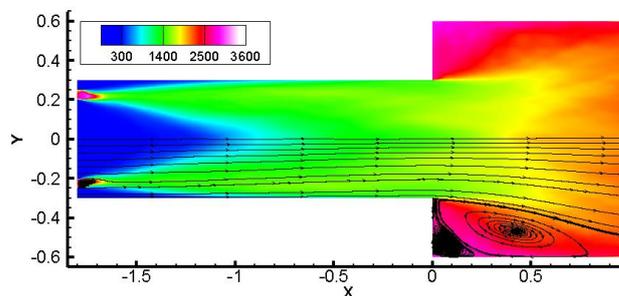
(d) R9



(e) R12



(f) R15



(g) R18

Fig. 5 Comparison of mean temperature distributions with effect of recess length

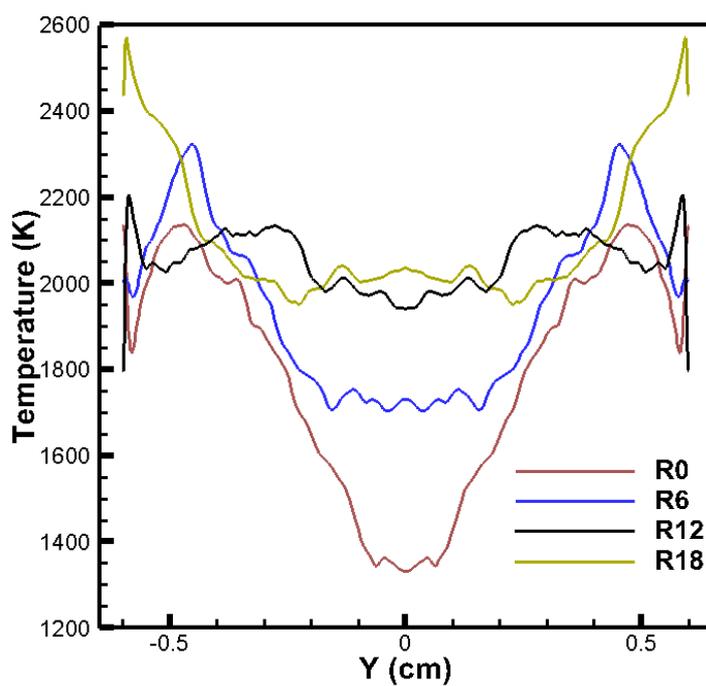


Fig. 6 Comparison of mean temperature profiles in the  $y$  direction at a distance of 25 mm from the post

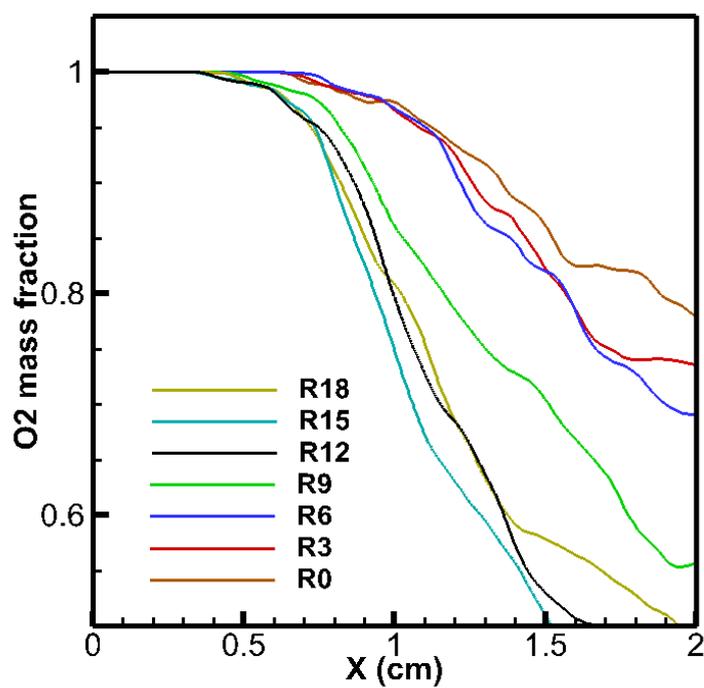


Fig. 7 Comparison of mean  $O_2$  mass fraction profiles on the center line ( $y=0$  cm)

### 3.2. 流れ場構造に対するリセス長さ及び運動量流束比の影響

前項において R6 から R12 にかけて混合促進効果の増大が確認できたことから、この区間のリセス長さに対して燃焼流れ場の構造が大きく変化していると考えられる。本研究では特に R9 以上の長さで発生した噴流のフラッピングに着目し、y 方向速度に対して FFT (Fast Fourier Transform) を用いて周波数解析を行った。解析した点の位置を Fig. 8 に示す。噴射後の変化を見るため、点は center line 上でポスト先端のある面から 1 mm, 8 mm の位置をそれぞれ点 A, 点 B と定めた。

Fig. 9 に各リセス長さで運動量流束比 1.0 における点 A, 点 B の解析結果を示す。まず初めに R9 の結果に注目して頂きたい。いずれの点においても 2 つのモードの存在が確認できる。この 2 つのモードの出現は非燃焼流れ場における解析<sup>8)</sup>と同様の傾向であり、高周波のモード(27.8 kHz)はポスト背後の渦生成による変動に、低周波のモード(13.6 kHz)は噴流のフラッピングによる変動にそれぞれ対応する。一方、R12, R18 の点 B では 1 つのモードのみ確認できる。これは、点 B ではフラッピングによる変動がより支配的になって現れ、点 A で観測された高周波の振動は相対的に小さくなるためである。このようなフラッピングのモードは R6 以下のリセス長さでは現れず、リセスのように閉じ込められた領域の増加が流動不安定性の発達に寄与していると考えられる。また、このモードの振幅スペクトルに着目すると、R9 で出現してから R12 で強くなり、R18 では変化がないことが読み取れる。これは R12 以上のリセス長さではフラッピングが十分に発達していることを示している。

この傾向は Fig. 7 に示した O<sub>2</sub> 質量分率分布の変化にも対応しており、R6 から R12 にかけてフラッピングの発達とともに混合が大きく促進されていることが確認できる。このことから、リセスを設けることによる推進剤の混合促進効果はフラッピングの攪拌作用によるものであると解釈することができる。更にこの影響は Fig. 5 に示す平均温度場にも現れている。R9 以下と強いフラッピングが発生した R12 以上のリセス長さにおける結果を比較すると、前者では拡散火炎が形成される燃料と酸化剤の噴流の境界部分に高温の温度分布が確認できるが、後者では満遍なく燃え広がっているような温度分布になっている。これは R12 以上では噴流の構造が崩壊し、燃料と酸化剤の混合が促進されていることを示すものと考えられる。

次に、R0, R6 の結果について考察する。両条件とも点 A では 1 つのモード、点 B では 2 つのモードが観測された。2 つの内、高

周波数のものは R9 以上と同様にポスト背後の渦生成による変動に対応する。一方、R0, R6 ではフラッピングが観察されなかったにも関わらず低周波のモード(4.2 kHz, 6.4 kHz)が現れている。これは、リセスではなく燃焼室の閉じ込め効果に起因する変動と考えられる。燃焼室も壁面が存在することから広義の意味でリセス内部と同様の環境であり、フラッピングのような変動を引き起こすと考えられる。しかし、燃焼室内はリセス内部よりも壁面間の距離が大きいので閉じ込め効果が小さく、R9 以上で観察される変動と比較すると振幅スペクトルは小さいことが図より読み取れる。

Fig. 10 に、R12 で 3 種類の運動量流束比における点 B の解析結果を示す。図より、リセス内のフラッピングのモードが運動量流束比の増加に伴い強くなっていることが確認できる。本計算では流入する噴流の密度が決定されており、運動量流束比の変化は速度比の変化であることから、リセス内のフラッピングは噴流の速度比に対して依存性があるといえる。また、この特徴は Terashima らの行った GCH<sub>4</sub>GO<sub>2</sub> 燃焼流れ場の数値解析結果との比較からも述べる事ができる。Terashima らの示した結果では、本研究と同じ運動量流束比であるにも関わらず R12 において R9 までと同様の、フラッピングが発生していないような温度場構造が観察された。これは CH<sub>4</sub>の方が H<sub>2</sub>よりも密度が高く、同じ運動量流束比では前者を燃料に用いる方が小さい速度比になるためである。すなわち、同じリセス長さ、運動量流束比の条件であっても速度比によってフラッピングの強さは変化することがこの比較より確認できる。

ここまでの結果より、リセスを設けた噴射器では、①ポスト背後の渦生成による変動のモード、②リセス内の強いフラッピングのモード、③燃焼室内の弱いフラッピングのモードの 3 つのモードが存在することが明らかになった。①はいずれのリセス長さに対しても変わらず存在する。②はリセス長さの増加とともに発達し、③はリセスの長さの増加に伴い減衰するものであるといえる。特に②のモードは燃焼流れ場の構造に大きく影響し、燃料と酸化剤の混合を促進させることが判明した。一方、このモードは強い振幅スペクトルを持つため、燃焼器の固有モードと連成振動を引き起こす場合には燃焼器に重大な損傷を与える可能性があると考えられる。また、本研究は燃焼流れ場に対して 2 次元にモデル化した解析であるが、非燃焼流れ場に対する 2 次元<sup>8,9)</sup>及び 3 次元<sup>6)</sup>の解析でも噴流のフラッピングという現象は確認されており、3 次元の燃焼流れ場においても本研究と同様の傾向が確認できる可能性があるといえる。

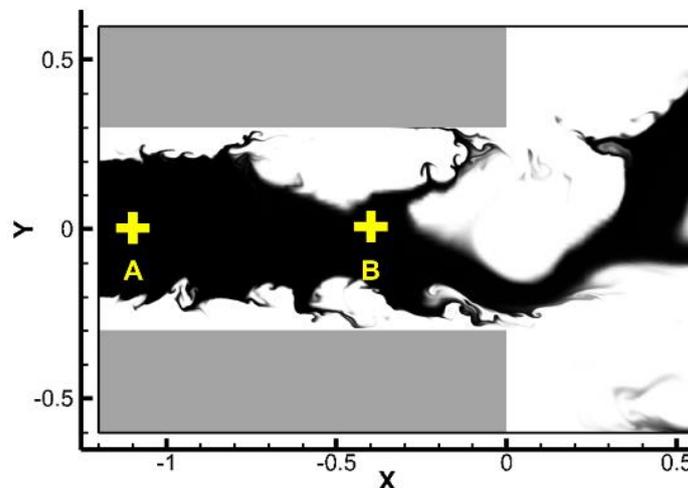
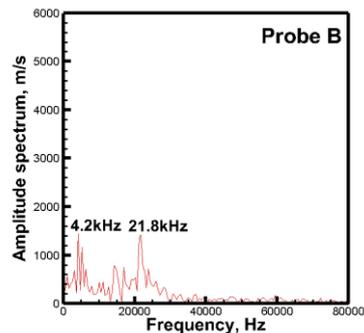
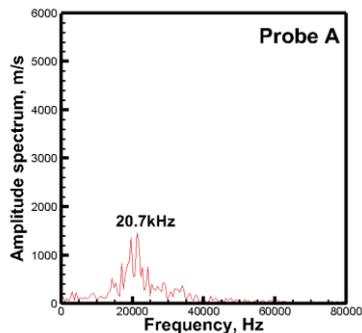
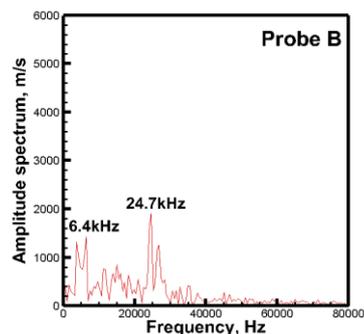
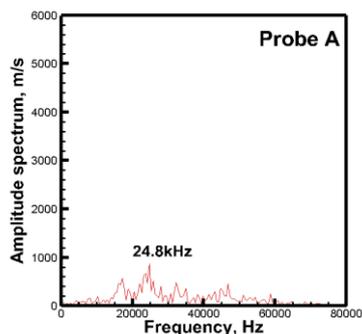


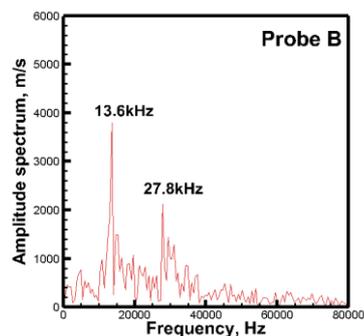
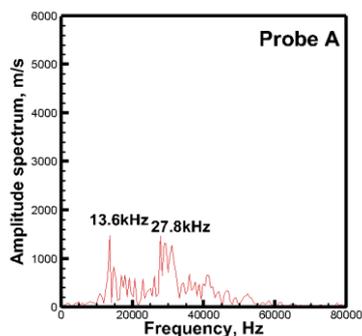
Fig. 8 Three-probe positions  
(Distance from the post, Probe A: 1 mm, Probe B: 8 mm)



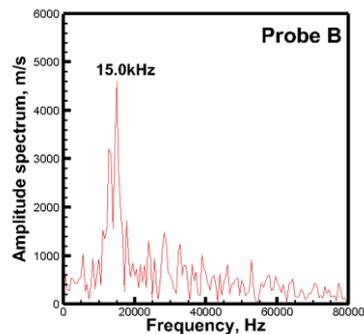
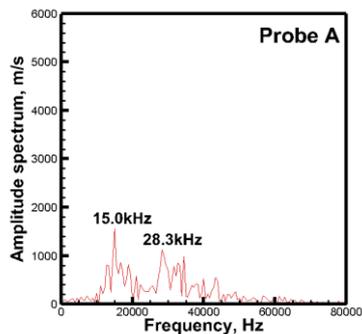
(a) R0



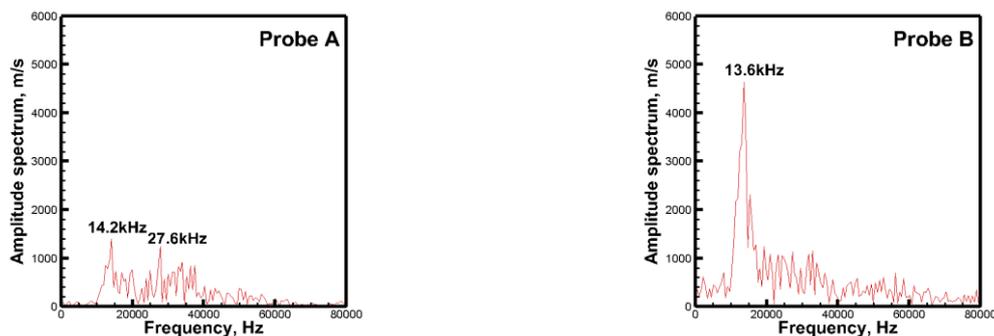
(b) R6



(c) R9



(d) R12



(e) R18

Fig. 9 Amplitude spectrum of y-direction velocity fluctuations for  $J = 1.0$

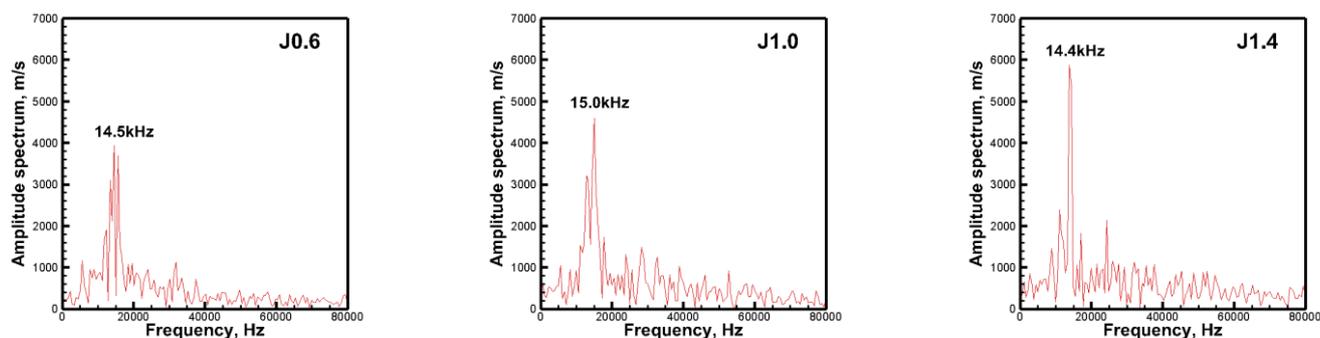


Fig. 10 Amplitude spectrum of y-direction velocity fluctuations for R12 at probe B

#### 4. 結論

本研究では、2次元へモデル化したリセス領域と燃焼室内の  $H_2/O_2$  燃焼流れに対して詳細化学反応機構を用いた DNS を行い、リセス長さが燃焼流れ場に与える影響について調査した。

リセスを設けることで燃料と酸化剤の混合促進効果が得られることを確認した。更に、噴流の  $y$  方向速度変動に対する FFT 解析より、この効果はリセス内の強いフラッピングによるものであることが判明した。リセス長さを大きくすることでフラッピングの強さが増し、混合性能が向上する。一方、フラッピングが十分に発達した R12 以上のリセス長さでは効果の増大が見込めなかった。また、噴流のフラッピングは速度比に依存することから、リセスが長い条件でも速度比が小さい場合にはフラッピングが発生せず、混合促進効果は期待できないと考えられる。

リセス内の強いフラッピングはリセスを設けた噴射器特有のモードとして現れたが、この他に 2 つのモードの存在も明らかになった。1 つは燃焼室の閉じ込め効果による弱いフラッピングのモード、もう 1 つはポスト背後の渦生成による変動のモードである。これら 2 つのモードはリセスなし条件でも確認することができ、リセスを長くしても変動が大きくなることは無かった。一方、リセス内のフラッピングは他の 2 つのモードと比較して非常に強い振動モードとなることが判明したため、燃焼器の固有モードとの連成振動に注意する必要性が示唆された。

#### 参考文献

- (1) Mayer, W. and Tamura, H., Propellant Injection in a Liquid Oxygen/Gaseous Hydrogen Rocket Engine, *Journal of Propulsion and Power*, 12(1996), pp.137-1147.
- (2) Kendrick, D., Herding, G., Scouffaire, P., Rolon, C., Candel, S.; Effects of a Recess on Cryogenic Flame Stabilization, *Combustion and Flame*, 118(1999), pp.327-339.
- (3) Tamura, H., Tomita, T., Kawashima, H., Nunome, Y., Approaches to Reasonable Design Method of Liquid Rocket Injections (Impinging type injector and Coaxial type injector), *The 19th Symposium (ILASS-Japan) on Atomization*, 2010.
- (4) Lux, J. and Haidn, O., Effect of Recess in high-pressure liquid Oxygen/Methane coaxial injection and combustion, *Journal of Propulsion and Power*, 25(2009), pp.24-32.
- (5) Kim, B. and Heister, S., Two-Phase modeling of hydrodynamic instabilities in coaxial injectors, *Journal of Propulsion and Power*, 20(2004), pp.468-479.
- (6) Kim, B., Heister, S.D., Collicott, S.H., Three-dimensional flow simulations in the recessed region of a coaxial injector, *Journal of Propulsion and Power*, 21(2005), pp.728-742.
- (7) Terashima, H., and Daimon, Y., Effects of recess length on unsteady combustion fields and performance of a rocket injector, in: *Proceedings of the 31th Computational Fluid Dynamics Symposium*,

- 2017.
- (8) Muto, D., Terashima, H., Tsuboi, N., Effects of a recess on supercritical co-flowing planar jets, *Transactions of the Japan society for Aeronautical and Space Sciences*, 62(2019), pp.203-212.
  - (9) Biancofiore, L., Gallaire, F., Pasquetti, R., Influence of confinement on a two-dimensional wake, *J. Fluid Mech.* 688(2011), pp.297-320.
  - (10) Biancofiore, L., Gallaire, F., Pasquetti, R., Influence of confinement on obstacle-free turbulent wakes, *Computers and Fluids*, 58(2012), pp.27-44.
  - (11) Strang, G.: On the Construction and Comparison of Difference Schemes. *SIAM*. 5(1968), pp.506-517.
  - (12) Cuoci, A., Frassoldati, A., Faravelli, T., Ranzi, E.: A computational tool for the detailed kinetic modeling of laminar flames: Application to C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>/CH<sub>4</sub> coflow flames. *Combust. Flame*. 160(2013), pp.870-886.
  - (13) Toro, E.F., Spruce, M., Speares, W., Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves*. 4(1994), pp.25-34.
  - (14) Van Leer, B., Flux-vector splitting for the Euler equation. Springer (1997)
  - (15) Gottlieb, S., Shu, C.-W., Total variation diminishing Runge-Kutta schemes. *Math. Comput. Am. Math. Soc.* 67(1998), pp.73-85.
  - (16) Morii, Y., Terashima, H., Koshi, M., Shimizu, T., Shima, E., ERENA: A fast and robust Jacobian-free integration method for ordinary differential equations of chemical kinetics. *J. Comput. Phys.* 322(2016), pp.547-558.
  - (17) Thompson, K.W., Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comput. Phys.* 68(1987), pp.1-24.
  - (18) Rudy, D.H., Strikwerda, J.C., A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic navier-stokes calculations. *J. Comput. Phys.* 36(1980), pp.55-70.
  - (19) Gordon, S., McVrige, B.J., Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Analysis, (1994).
  - (20) Shimizu, K., Hibi, A., and Koshi, M., Updated kinetic mechanism for high-pressure Hydrogen combustion, *Journal of Propulsion and Power*, 27(2011), pp.383-395.