

固有直交分解を用いた簡易車体周りの非定常流れの構造解析に関する研究

Investigation of unsteady flow structures around a simplified car body using proper orthogonal decomposition

- 奥 浩希, 九大院, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: 2FS18104P@s.kyushu-u.ac.jp
 木原 尚, 九大工, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: kihara@aero.kyushu-u.ac.jp
 安倍 賢一, 九大工, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744, E-mail: abe@aero.kyushu-u.ac.jp
 Koki Oku, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan
 Hisashi Kihara, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan
 Ken-ichi Abe, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan

In recent years, from a viewpoint of CO₂ reduction and energy saving, further reduction in fuel consumption of automobiles is required. For this purpose, reducing the air resistance of a vehicle body is considered to be essential.

Around a car body, various unsteady vortex structures are generated, and their control is known to be important for the aerodynamic performance of a car. However, these unsteady vortex structures are complex and difficult to understand.

In this study, to investigate the vortex structures around a car body, we performed computations of flow fields around a simplified car body and the obtained results were analyzed using Proper Orthogonal Decomposition (POD).

1. 緒言

近年では自動車の高性能化や高速道路の普及拡大などによる自動車の高速化に伴い、自動車の走行抵抗における空気抵抗の割合が増大している。自動車の空気抵抗は走行速度の 2 乗に比例し、高速走行時は空気抵抗が全走行抵抗の大部分を占める⁽¹⁾。例えば、100km/h 程度で定常走行を行う高速道路走行の場合、空気抵抗は全走行抵抗の約 2/3 程度を占めることとなる。そのため、高速道路網が拡大した近年では、車体空気抵抗の低減は走行抵抗の低減を通して燃料消費の低減に大きく寄与する。また、将来的には電気自動車や水素自動車の普及とともに内燃機関と比較してエネルギー効率が飛躍的に上昇すると予測され、相対的に車体の空気抵抗によるエネルギー消費の割合が大きくなると考えられる。エネルギー問題、環境保護の観点から、更なる燃費の向上による二酸化炭素排出量の削減が要求されている現在の自動車開発においては、空気抵抗の低減は非常に重要な課題である。

自動車に発生する空気抵抗は主に圧力抵抗と摩擦抵抗の二つに分類され、そのうち圧力抵抗は全空気抵抗の 8 割程度を占める⁽¹⁾。この圧力抵抗は車体周りの流れ場に大きく起因する。そして、この車体周りの流れ場は複雑な乱流状態にある。乱流は 3 次元的で非線形性を持つといった特徴があり、古くから研究されてきた現象でありながら、現在でもその完全な解明には至っていない。この問題を解決するため、近年では数値流体解析技術が飛躍的に進歩してきた。また、コンピューターの性能向上により、非定常な乱流場を高精度に予測することが可能となっている。一方で、得られるデータの量も膨大となっており、その中から重要な流れ場の構造や流体力学的な原理・現象を解明することが困難となる恐れがある。加えて、乱流はその非線形性から時間的にも空間的にも自由度が高いため、非定常解析によって得られたデータから直感的な理解をすることが困難であることも指摘されている⁽²⁾。

そこで本研究では、固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition, POD) と呼ばれる解析手法を用いた。この手法は、大規模データから主成分を引き出すのに有効な解析手法の一つであり、主成分分析とも呼ばれ、データを低次元基底 (mode) に分解することで、流れ場の構造的な理解を目指す手法である。本研究では、POD の手法の一つで計算負荷が小さいという特徴を持つ snapshot POD を用いて流れ場の解析を行った。

本研究の最終目的は、車体周りに発生する非定常渦構造と車体形状との因果関係等について詳細に考察することにより、自動車車体空力性能向上へ向けての有用な知見を得ることである。その一環として、今回は Ahmed body と呼ばれる簡易車体モデルを対象とした 3 次元非定常計算を行い、得られた結果に POD を適用することにより、車体周りに発生する渦構造について考察を行った。

2. 計算手法

2.1 POD の数理

POD は与えられた多次元データから低次元成分を抽出する分解方法である。すなわちデータを最も効率よく展開できるように基底を求める手法であり、具体的には変数の分散を最大化する主成分を求めることで低次元成分の抽出を行っていく。POD では、この主成分を 1st mode と呼び、続く成分を 2nd mode, 3rd mode, ... と呼んでいく。乱流場に POD を適用する場合は、物理量の変動成分に対して主成分分析を施し、固有関数系に展開することにより特定のモードにおける乱れの構造を選択的に抽出することが可能となる。POD は目的に応じて効率よくデータから主成分を抽出することができるため、流れ場の特徴はモードの総数に比べてかなり少ないモード数によって捕らえることができる。

ある時系列の変動成分データ

$$x(t) \in R^n, t_{min} < t < t_{max} \quad (1)$$

において、最も効率よく展開できる基底は、 $x(t)$ を r 次元の基底で表して、また、元の n 次元空間に戻した際の残差を最小にする。これは、上述のようにデータの分散を最大にする方向にデータを射影することと同等である。よってこの基底は最適化問題を解くことによって求めることができる。

$$\begin{aligned} \{\Phi_k\}_{k=1}^r &= \operatorname{argmin} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left\| x(t) - \sum_{k=1}^r \Phi_k \Phi_k^T x(t) \right\|^2 dt \\ &= \operatorname{argmax} \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left\| \sum_{k=1}^r \Phi_k \Phi_k^T x(t) \right\|^2 dt \end{aligned} \quad (2)$$

例えば、時系列データとして乱流の変動速度 $u(x, t)$ に適用する場合、式(2)は以下の積分方程式

$$\iint_{\Omega} R_{ij}(x, x') \phi_j^{(m)}(x') dx' = \lambda^{(m)} \phi_i^{(m)}(x) \quad (3)$$

の解として求めることができる。ここで、 Ω は計算領域を表し、 $R_{ij}(x, x')$ は変動速度の空間二点相関テンソルのアンサンブル平均値である。

式(3)は、アンサンブル平均が時間平均と等しくなるというエルゴード仮定のもとでは以下のような積分方程式に書き換えられる。

$$\int_T C(t, t') a_m(t') = \lambda^{(m)} a_m(t) \quad (4)$$

ここで、 T は時系列のスパンを表し、 $C(t, t')$ は以下のような時間の二点相関テンソルである。

$$C(t, t') = \frac{1}{T} \iint_{\Omega} u_i(x, t) u_i(x, t') dx \quad (5)$$

時間の二点相関テンソルを取るとき、その snapshot 時間幅は、捉えたい乱流構造の時間スケールよりも十分短い必要がある。また、snapshot POD はエルゴード仮定のもとに行われるため、理想的には snapshot の総時間は平均統計量を取る長さより十分長い必要がある。式(4)の $a_m(t)$ は、式(3)との整合性により以下のような直交条件を満たす。

$$\frac{1}{T} \int_T (a_m(t) \cdot a_n(t)) dt = \lambda^{(m)} \delta_{mn} \quad (6)$$

固有関数は以下のように求められる。

$$\phi_i^{(m)}(x) = \frac{1}{T \lambda^{(m)}} \int_T a_m(t) u_i(x, t) dt \quad (7)$$

ここで、分母の $\lambda^{(m)}$ は正規化のために導入される。そのため、固有関数は正規直交条件を満たす。

$$\iint_{\Omega} \phi_i^{(m)}(x) \phi_j^{(n)}(x) dx = \delta_{mn} \quad (8)$$

変動速度への再構築は、展開係数 $a_m(t)$ を固有関数 $\phi_i^{(m)}(x)$ に射影することにより、以下ようになる。

$$u_i(x, t) = \sum_{m=1}^M a_m(t) \phi_i^{(m)}(x) \quad (9)$$

ここで、 M は変動速度の再構築に用いるモード数を表し、 $M = \infty$ の場合に完全に元の変動速度が得られる。POD では組織構造を固有関数の形に結び付けて考え、その時間変化は展開係数の時間変化から予測される。低次モードの固有関数は、対象としている領域内での乱流エネルギーに特に大きく寄与する構造の形を表す。また、各モードの固有値 $\lambda^{(m)}$ の大きさはその固有モードの乱流エネルギーを表す³⁾。

上記の式では、速度場を POD 解析に用いる変数としたときを例にとったが、原理的には他の変数を用いても POD 解析は可能である。この時、固有値 $\lambda^{(m)}$ は、その物理量に対応した寄与度となる。例えば、変数を圧力とした場合は音圧となり、渦度を変数とした場合はエンストロフィとなる。

2. 2 支配方程式

本研究では、対象とする流体现象に基づいて非圧縮性粘性流体を仮定し、以下の支配方程式を用いて計算を行う。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right\} \quad (11)$$

ここで、 \bar{u}_i 、 \bar{p} 、 ρ 、 ν は、それぞれフィルター化（レイノルズ平均化）された i 方向速度、圧力、密度および動粘性係数である。なお、式中の τ_{ij} は、LES においては SGS 応力であり、RANS ではレイノルズ応力となる。

本研究では、 τ_{ij} をモデル化するための乱流モデルとして、Abe⁴⁾により提案された LES/RANS ハイブリッドモデルを用いた。このモデルは、LES 領域に Abe⁴⁾ の非等方 SGS モデルが適応されており、一方で RANS 領域にはレイノルズ応力が非線形表現された 1 方程式 RANS が用いられている。詳細については Abe⁴⁾ を参照されたい。

本研究における数値解析には、非構造格子用 CFD ソフト”FrontFlow/red”⁵⁾を用いた。このプログラムは接点中心の有限体積法に基づいている。本計算では、NS 式の時間発展スキームには Crank-Nicolson 法を用い、対流項の離散スキームには非構造格子に起因する計算の不安定要素を取り除くために、2 次精度中心差分法に一定量の 1 次精度風上差分法を加えたブレンディングスキームを用いた（ブレンディングの割合については後述）。なお、本モデルで解くことが必要となる乱流エネルギーの輸送方程式については、時間方向にはオイラー陰解法を、また対流項については 2 次精度風上差分法を用いた。壁面境界条件には、壁面近傍まで十分に格子を配置して no-slip 条件で設定することが望ましいが、高レイノルズ数の条件で比較的粗い格子を用いる場合はこれを実現することが困難な場合も発生する。そこで本研究ではスポルディング則を利用した壁面境界条件を採用し、壁面隣接格子点の格子幅が no-slip 条件が適応できない程大きい場合には一般的な壁法則に切り替わる仕様になっている。

2. 3 解析対象

本研究では、車体周りに発生する非定常渦構造について解析・考察するために、Fig.1 に示す一般的に Ahmed body と呼ばれる簡易車体モデル周りの流れ場について計算を行った。Ahmed body の代表長 L を 1、代表速度を主流速度 1、動粘性係数を 2×10^{-6} とし、レイノルズ数を 5×10^5 に設定し、時間刻みは 5×10^{-4} とした。計算領域・計算格子の概要と境界条件を Fig.2 に示す。計算格子は構造格子と非構造格子を組み合わせたもので、格子点数は約 1.5×10^6 であった。また、流入部(Fig.2 赤色部分)には一様流を与え、流出部(Fig.2 青色部分)は通常の流出条件とし、その他(Fig.2 水色部分)には対称境界条件を適用した。前述の通り、本計算では NS 式の対流項の離散スキームに 2 次精度中心差分法と 1 次精度風上差分法のブレンディングスキームを用いたが、それぞれの割合は基本的に 2 次精度中心差分法を 95 %、1 次精度風上差分法を 5 % とした。

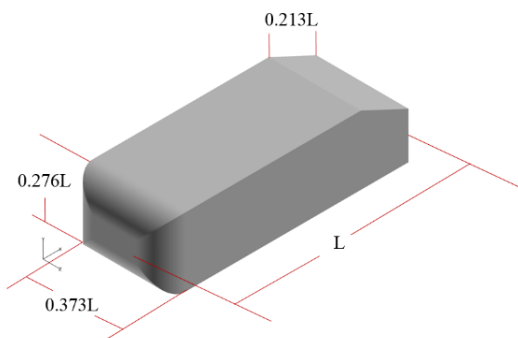


Fig. 1 Ahmed body

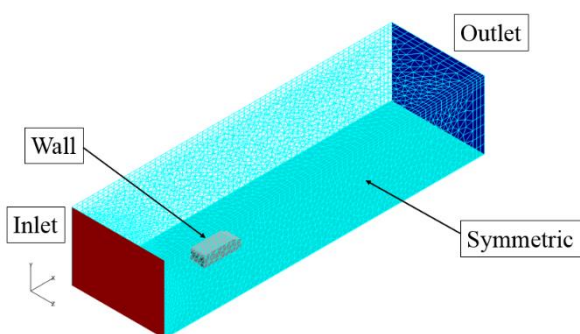


Fig. 2 Computational grid & boundary conditions

3. 結果・考察

ここでは、解析対象の流れ場に対する計算結果に POD 解析を行った結果を示し、考察を行う。本研究では POD 解析の対象とする変数を「速度」と「渦度」とした。このとき、POD のプロセス上で得られる固有値の物理的な次元はそれぞれ「乱流エネルギー」、「エンストロフィ」となる。まず、Fig.3, Fig.4 に変数を「速度」、「渦度」としたときのそれぞれの POD 解析によって流れ場を分解する前の速度変動および渦度変動の分布と分解された全てのモードによって再構築された速度変動および渦度変動の分布を示す。

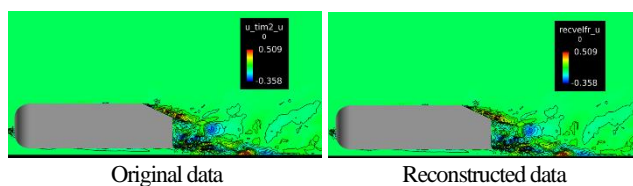


Fig. 3 Variable : velocity

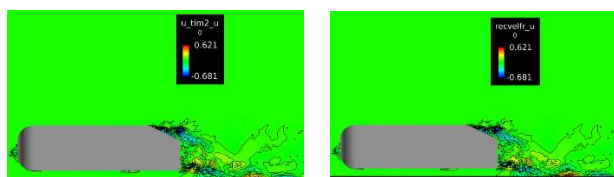


Fig. 4 Variable : vorticity

Fig.3 および Fig.4 から、「速度」と「渦度」のどちらにおいても、再構築した流れ場が分解前の流れ場と完全に一致していることが分かる。これは、式(4), (5), (7), (9)に相当する分解～再構築の処理が適切に行われていることを意味する。したがって、「速度」、「渦度」のどちらにおいても POD 解析が正常に行われたことが確認できた。

次に式(6)を解くことで算出される固有値 $\lambda^{(m)}$ の各モードでの分率とその累積率を Fig.5 と Fig.6 に示す。横軸は各モード、縦軸に固有値 $\lambda^{(m)}$ の分率とその累積率を示しており、「速度」を変数とした場合は「乱流エネルギー」の次元を持ち、「渦度」を変数とした場合は「エンストロフィ」の次元を持つ。なお、Fig.5 には「速度」を変数とした場合、Fig.6 には「渦度」を変数とした場合を示す。

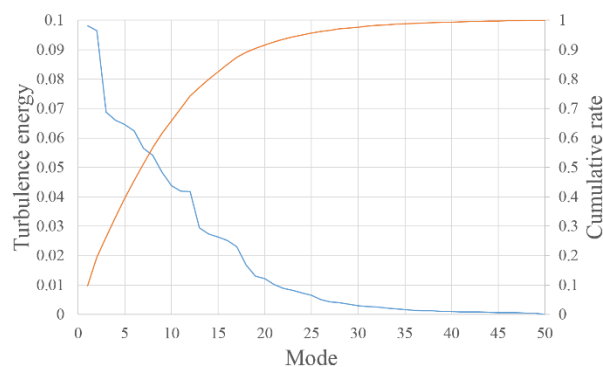


Fig. 5 Fraction and cumulative rate in each mode (velocity)

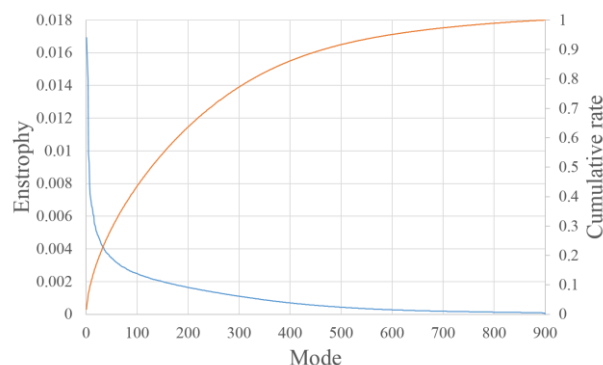


Fig. 6 Fraction and cumulative rate in each mode (vorticity)

ここで横軸のスケールの違いに注目して考察すると、Fig.5 では 50 モードで累積率が 100% になっているのに対して、Fig.6 では 900 モードで累積率が 100% になっている。これは、「速度」を変数とした場合に比べて、「渦度」を変数とした場合の方がより多くのモードで流れ場が構成されていることを示している。ただし、今回はデータを取得する際に、同じ時間幅でサンプリングを行っていることから、支配している流れの構造の時間スケールやその分布が大きく異なっていることも考えられ、今後より詳細な検討が必要である。

次に、「速度」を変数とした場合の 1st mode の構造とそれを速度勾配テンソルの第二不変量を用いて可視化したものを Fig.7 に、同様に 2nd mode の可視化像を Fig.8 に示す。また、Fig.9 には 1st mode および 2nd mode の展開係数 $a_m(t)$ の無次元時間 5 までの時間履歴を示す。

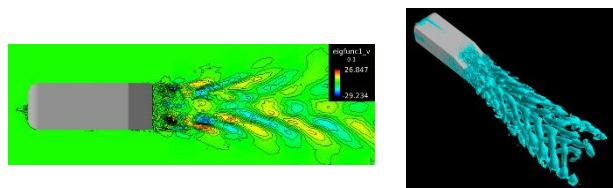


Fig. 7 Flow structure of 1st mode (velocity)

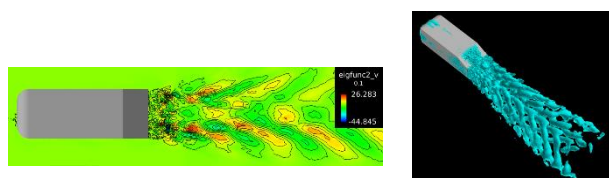


Fig. 8 Flow structure of 2nd mode (velocity)

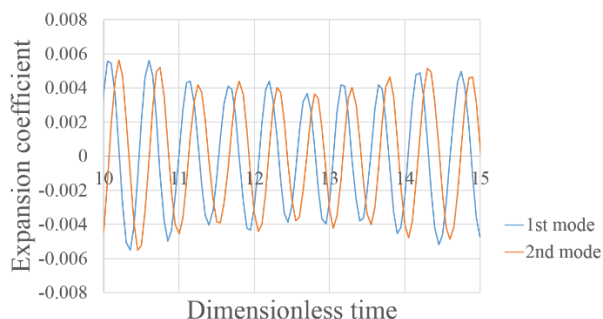


Fig. 9 Time history of expansion coefficient (velocity)

Fig.7~Fig.9 から, 1st mode および 2nd mode は周期性を持っていることが分かる. また, Fig.9 から 1st mode と 2nd mode の時間変化は位相を $\pi/2$ ずらしたような対となる波形であることが確認できた. これは, 時間方向に周期的な物理現象に POD を適用すると, 抽出されるモードの固有値が 2 個ずつほぼ同じ値を持った対として現れるという特徴を持っているためであると考えられる. また, Fig.5 から, この 1st mode と 2nd mode は乱流エネルギーが他のモードに比べて高いことが分かる. つまり, 1st mode および 2nd mode のような周期性を持った流れ場が支配的であることが確認された. しかし, 寄与率が低くなる 3rd mode 以降では特徴的な構造を確認することはできなかった.

次に, 「渦度」を変数とした場合の 1st mode の構造とそれを速度勾配テンソルの第二不変量を用いて可視化したものを Fig.10 に示す. 同様に, 2nd mode と 3rd mode の可視化像を Fig.11 および Fig.12 にそれぞれ示す. また, Fig.13 には 1st mode, 2nd mode および 3rd mode の展開係数 $a_m(t)$ の無次元時間 5 までの時間履歴を示す.

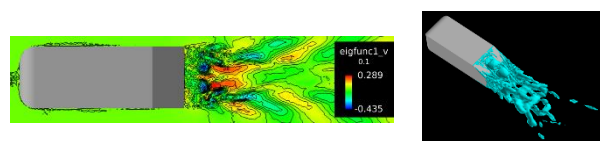


Fig. 10 Flow structure of 1st mode (vorticity)

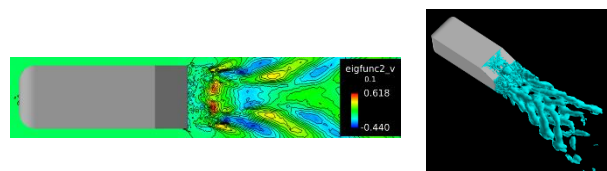


Fig. 11 Flow structure of 2nd mode (vorticity)

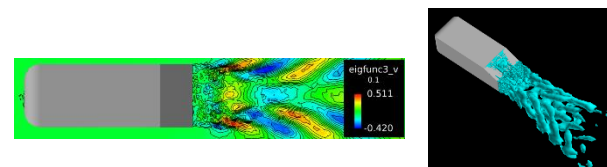


Fig. 12 Flow structure of 3rd mode (vorticity)

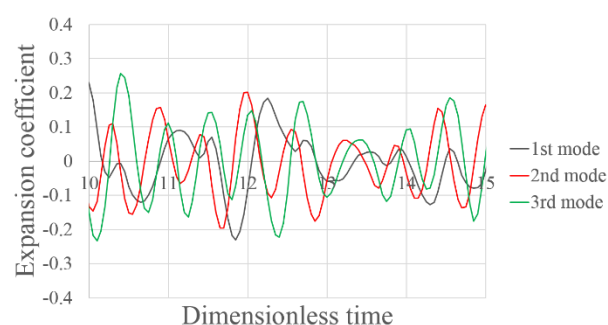


Fig. 13 Time history of expansion coefficient (vorticity)

Fig.10~Fig.13 から, 変数を「速度」とした場合と違い, 2nd mode と 3rd mode で対を為す周期性を持った構造が抽出された. 一般的に, 対を為す周期性を持った構造が最も支配的な構造として抽出されやすいが, その最も支配的な構造である 1st mode は対を為していない構造として抽出された. この構造が車体周りの流れ場にどのような影響を及ぼしているのか, 詳細な考察が必要である.

4. 結論および今後の予定

本研究により, 簡易車体モデルを対象にした流れ場に対して POD 解析が正常に行うことができることが確認され, 流れ場において主要な構造を抽出することができた. 今後は, 例えば空力性能に大きく影響する車体後部の流れ場に限定して POD 解析を行う等, より詳細な考察を実施することにより, 渦構造と空力性能の関係について明らかにしていく予定である.

謝辞

本研究は, 主に九州大学情報基盤センターの研究用計算システムを利用しました.

参考文献

- (1) 炭谷 他, “自動車と流体力学: 車体周り流れと空力特性”
ながれ 23 (2004), 445-454
- (2) 平邦彦, “固有直交分解による流体解析: 1. 基礎” ながれ 30
(2011), 115-123
- (3) P. Moin, R. D. Moser, “Characteristic-eddy decomposition of
turbulence in channel, J. Fluid Mech” 200 (1989) pp, 471-509
- (4) K. Abe, “An advanced switching parameter for a hybrid
LES/RANS model considering the characteristic of near-wall
turbulent length scale” Theoretical and Computational Fluid
Dynamics, 28, 499, 2014
- (5) 文部科学省次世代IT 基盤構築のための研究開発「革新的シ
ミュレーションソフトウェアの研究開発」,
<http://www.ciiss.iis.u-tokyo.ac.jp/rss21>