リザーバコンピューティングを用いた乱流エネルギー散逸率の予測

Inference of turbulent energy dissipation rate by reservoir computing

○ 後藤 晋，阪大基礎工，豊中市待兼山町 1-3，E-mail：goto@me.es.osaka-u.ac.jp
犬伏正信，阪大基礎工，豊中市待兼山町 1-3，E-mail：inubushi@me.es.osaka-u.ac.jp
Susumu Goto, Osaka Univ., 1-3 Machinkaneyama, Toyonaka, Osaka
Masanobu Inubushi, Osaka Univ., 1-3 Machinkaneyama, Toyonaka, Osaka

Using machine learning (the reservoir computing), we can infer the spatial distribution of the energy dissipation rate, from the kinetic energy, of turbulence in a periodic cube. This implies that the former small-scale quantity is dependent on the latter large-scale one through an energy cascading process. Since the feature of the energy cascade is independent of the Reynolds number, we may employ the transfer learning technique for this problem.

1. はじめに

乱流の（単位質量あたりの）運動エネルギーの（単位時間あたりの）散逸率 $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ は，乱流の統計を考える上で中心的な量である．たとえば，コルモゴロフの相似仮説 [1] によれば，乱流の小スケールの統計はエネルギー散逸率の平均値 $\overline{\epsilon}$ と流体の動粘性係数 ν とで決まる．しかし，一般に，エネルギー散逸率を直接計測することは（流速そのものの計測と比べて）難しいし，乱流モデルではこれをグリッドスケールの情報から評価する必要がある．

もしも，局所平衡仮説 [1] が成立すれば，小スケールの運動は大スケールの緩やかな時間変動に瞬時に追従するので，エネルギー散逸率の瞬時値を大スケールの量の瞬時値で記述できる可能性がある．しかし，実際にはエネルギーカスケードには有限の時間がかかるので，小スケールの運動の活発度は，大スケールのそれに時間遅れで追従する．つまり，局所平衡は厳密には成立しない．これが，テーラーの散逸則（$\epsilon \sim K^{3/2}/L$，ここで K は乱流の変動エネルギー，L は乱流の大スケールの特徴長さ）が，エネルギー散逸率の瞬時値に対しては成立しない理由である [2]．（もちろん，統計的に定常な乱流に対しては，そのアンサンブル平均 $\overline{\epsilon}$ は，$\overline{K}$ や $\overline{L}$ を用いてよく表されることが確かめられている．）

ところで，テーラーの散逸則が瞬時値 $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ には使えないとすると，これをモデル化するには，より洗練された理論が必要である．実際，新しい形の散逸則 [3] も提案されているが，$\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ の時空間分布の予測には使えない．しかし，前段落で述べたように，$\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ は，$K(\boldsymbol{x},t)$ に時間遅れで従属する．したがって，$K(\boldsymbol{x},t)$ の時系列データがあれば，これをもとに $\epsilon(\boldsymbol{x},t)$ を予測することが（原理的には）可能なはずである．そこで本研究では，機械学習を用いてエネルギー散逸率の時空間分布の予測を試み，確かにこれが可能であることを示す．

2. 扱う乱流場と機械学習法

周期境界条件下で定常な外力に駆動される乱流 [4] のデータを用いる．粘性係数を変化させて，テーラー長レイノルズ数 R_λ を変化させた複数のデータを扱う．数値シミュレーションにより得られた乱流場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ を用いて，運動エネルギーの局所平均値，

$$K(\boldsymbol{x},t|\ell) = \frac{1}{\ell^3}\int_{V_\ell} \frac{1}{2}|\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}',t)|^3\,d\boldsymbol{x}' \qquad (1)$$

を定義する（ただし，V_ℓ は $\boldsymbol{x}$ を中心とする一辺が ℓ の立方体を表す）．同様に，エネルギー散逸率の局所平均値 $\epsilon(\boldsymbol{x},t|\ell)$ も定義する．

以下の目的は，リカレントニューラルネットワーク（RNN）を用いて，乱流の時間発展を「記憶させる」ことにより，$K(\boldsymbol{x},t|\ell)$ の瞬時値から $\epsilon(\boldsymbol{x},t|\ell)$ の瞬時値を予測することである．具体的には，リザーバコンピューティング [5] と呼ばれる機械学習法を用いる．この手法は，RNN からの出力重みのみを学習する方法である．十分に長い時系列の教師データを用意して学習したのち，学習に用いていない時間帯のデータにより予測の検証を行う．

3. 結果と議論

得られた結果の例を Fig. 1 に示す．右の図がある時刻における $\epsilon(\boldsymbol{x},t|\ell)$ の予測値の等値面を表す（ℓ は境界条件の周期の 1/8 とした）．左の図の実測値と比べると．よく予測できていることが分かる．紙面の都合で図は省略するが，この分布の時間発展もよい精度で予測できることを確かめた．つまり，機械学習を用いれば，確かにエネルギー散逸率の空間分布 $\epsilon(\boldsymbol{x},t|\ell)$ を，大スケール（グリッドスケール）の情報（$K(\boldsymbol{x},t|\ell)$）から評価できる．

この結果は，乱流モデルの基礎付けとなる．つまり，たとえば周期境界条件の乱流では，外力を決めてしまえば，慣性領域におけるエネルギーカスケード過程はレイノルズ数には依存しない．したがって，あるレイノルズ数で学習した結果を他のレイノルズ数における予測にも「使い回す」ことができる．これは転移学習と呼ばれる手法である．実際，我々はこの手法がエネルギー散逸率の予測に有効であることを示した [6]．講演ではこの点についても詳しく報告する．

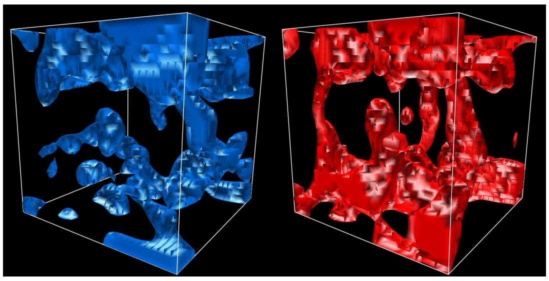

Fig. 1: Inference (right panel) of the energy dissipation rate of turbulence. The left panel shows the real data.

参考文献

(1) Kolmogorov, A. N., Dokl. Akad. Nauk SSSR, 30 (1941) pp. 301–305.
(2) Goto, S. and Vassilicos, J.C., Fluid Dyn. Res. 48 (2016) 021402.
(3) Vassilicos, J.C., Ann. Rev. Fluid Mech. 47 (2014) pp. 95–114.
(4) Goto, S., Saito, Y. and Kawahara, G., Phys. Rev. Fluids, 2 (2017) 064603.
(5) Jaeger, H. and Haas, H., Science, 304 (2004) pp. 78–80.
(6) Inubushi, M. and Goto, S., Lec. Notes Comp. Sci., 11731 (2019) Springer.