

## 混合砂河床における砂州の数値計算に関する考察

### A numerical modeling of the morphodynamics of free bars in graded sediment bed

○ 岩崎理樹 1, 北大, 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目, E-mail: tiwasaki@eng.hokudai.ac.jp  
Toshiki IWASAKI1, Hokkaido university, Kita-13, Nishi-8, Kita-ku, Sapporo, Japan

Effects of graded sediment gives an additional complexity into morphodynamic system, resulting in a large variety of the morphodynamic features. In this study, we specifically focus on the modeling of the free bar morphodynamics with the effect of the graded sediment. We first perform a linear stability analysis of free bars with the effect of graded sediment using a depth-averaged morphodynamic model to discuss how the model determines the formation of bed and sorting waves at linear level. The stability analysis reveals that there are instability mode of free bars and another wave, which is shorter than the free bars. We investigate this point at nonlinear level using a fully-nonlinear numerical morphodynamic model, showing that the shorter bed perturbation indeed forms at the beginning of the calculation, however, this perturbation cannot develop into large bedforms. Instead, the longer feature, i.e., free bars, becomes eventually dominant in the system.

#### 1. はじめに

河川等の地形を形成する土砂は、通常様々な粒径で構成される混合砂である。各粒径の土砂の移動によって、地形が変化するだけでなく、粒径分布も同時に変化し、これらは相互に影響しながら、特徴的な地形と粒径分布を形成する。このような現象を数値的に表現する際には、平野<sup>(1)</sup>により提案された交換層モデルと適当な流砂量モデル、また流れのモデルを組み合わせることが多い。このようなモデルにより、混合砂の分級に関する様々な現象や影響が明らかにされ、それを元にした河床と粒度の予測計算も盛んに行われている。とりわけ、ある程度長い河川区間を解析するには、浅水方程式と平衡流砂量式を交換層モデルと組み合わせ、河床変動と粒度変化の解析を行うことが多いといえる。この種のモデルは一次近似的には大きな成果を上げたといえるが、次第にモデルの詳細や数値計算上の課題が指摘されるようになってきた。例えば、交換層の物理的意義が不明確で、その層厚の決定が難しいこと<sup>(2)</sup>、河床変動によらない交換層以下の河床との土砂の混合現象が表現出来ないこと<sup>(3,4)</sup>、ある条件下で方程式の性質が楕円型となり時間発展系のモデルとして不適当になること<sup>(5,6)</sup>、などがあげられる。従って、本モデルを河川における予測技術として使っていくためには、モデルが持つ性質や予測性能をより詳しく吟味しておく必要がある。

その観点から、ここでは混合砂河床における砂州とその粒度分布の変化予測について一考察を加える。混合砂河床における砂州についてはかなりの研究が行われており<sup>(7)</sup>、粒度分布や交換層厚が砂州の時空間的変動特性<sup>(8)</sup>や多列モードに与える影響<sup>(9)</sup>、さらには中規模河床波と分級波の発生<sup>(10)</sup>などが議論されている。河床材料がある粒径階を持つ混合粒径として扱う場合、粒径階の数だけ波が発生し、これらが相互に関係することで、砂州の時空間変化や河床波一分級波の発生が決定される。一方、混合粒径として扱うことによって発生する種々の波は、条件により様々なものが発生し得て、比較的近い波数領域の波が混合する場合<sup>(11)</sup>や、いわゆる砂州波長と比較してかなり異なった波長の波が発生する場合もある<sup>(9)</sup>。後者については、線形安定解析により分級波との関連が指摘されているが、実験や数値計算といった非線形的な領域における検証が難しく、物理的な現象なのか、モデルが生み出す数値的なものなのかよくわかっていない。河床波や分級波は、自立的に形成される不安定現象であり、モデルが持つ潜在的な要素であるため、どのような条件下でどの程度の波が発生するかを明確にすることは、計算結果を正しく解釈するために必要である。

本研究では、このような比較的異なる波数レンジの波が複数発生し得る条件下における混合砂河床の砂州について、線形安定解析と数値計算により解析して考察を行うものである。

#### 2. 解析モデル

本研究で用いるモデルは、浅水方程式、平衡流砂量式、交換層モデルを組み合わせ、比較的河川における数値解析に広く用いられているモデルである。抵抗則は、以下のように平坦床に対する対数流速分布より求める。

$$C_f = \left[ 6 + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{h}{\alpha d_m} \right) \right]^{-2} \quad (1)$$

ここに、 $C_f$ : 抵抗係数、 $\kappa$ : カルマン定数、 $h$ : 水深、 $d_m$ : 平均粒径、 $\alpha$ : 相対粗度高さでここでは 2.5 とした。

流砂量式としては、矢野ら<sup>(10)</sup>の研究を基に、Meyer, Peter and Muller 式、横断方向流砂量式として長谷川式を用いて河床と粒度分布の計算を行う。ただし、二次流の影響は無視する。限界掃流力に対する遮蔽効果は、浅田の式<sup>(11)</sup>により求めることとする。詳細については、文献を参照されたい<sup>(10)</sup>。

これらの解析モデルに対して、本研究では線形安定解析と非線形の数値計算を行う。まず、線形安定解析により、線形レベルにおいてどのような波が卓越するかについて把握する。次に、非線形の数値計算によって、線形の範囲で示唆される卓越する河床波が非線形の範囲では、どのように変化するかについて明らかにする。線形安定解析については、矢野ら<sup>(10)</sup>と、数値計算については著者ら<sup>(12)</sup>のものとはほぼ同様であるため、詳細については省略する。

#### 3. 結果

ここでは、上記モデルを Lanzoni<sup>(13)</sup>の実験に適用し、モデルの挙動について考察を行う。Lanzoni<sup>(13)</sup>は、混合粒径河床における交互砂州の動態を調べるために、水路長 50 m、水路幅 1.5 m の実験水路を用いて系統的な実験を行っている。ここではその中でも P2009 を対象とする。水理条件は、流量 45 l/s、水路勾配 0.00526 であり、粒径 0.2, 2 mm の均一砂を 2:1 の割合で混合した二粒径型の混合砂を用いている。この実験では、三時間の通水が行われており、平均波長 10.2 m、波高 3.4 cm 程度の交互砂州が形成され、粒度が砂州の瀬で粗粒化、縁で細粒化することが示されている。解析を行うにあたり、実験において使用されている混合砂の特性を考えて、解析においても二粒径として解析を行っている。

(1) 線形安定解析

Lanzoni による条件における線形安定解析から求まる砂州の無次元波数 $\lambda$ , 砂州の横断モード数 $m$ , 増幅率 $\Omega$ の関係に関する結果を Fig.1 に示す. この解析では交換層厚 $L_a$ を平均粒径 $d_m$ の二倍としている. 混合粒径河床における解析では, 粒径階の分割数だけ増幅率曲線が表れるが<sup>2)</sup>, これらの図における増幅率曲線は, それらの最大値をつなぎ合わせることで描いている. まず, Fig.1a を見ると, 波数の変化に対して, 各モードで二つの増幅率ピークが表れていることがわかる. これらの増幅率ピークはその特性から,  $\lambda \sim O(0.1)$ 領域の長波長成分と,  $\lambda \sim O(1)$ の短波長成分に大きく分けられることが出来ると考えられる. すなわち, 長波長の成分については, 交互砂州である $m=1$ のみ正の増幅率になっているが, 短波長成分は,  $m$  が 1 以上でいずれも正で, かつモード数が大きくなるほど増幅率が大きくなっている. 図中の点線は, 混合砂の平均粒径と同じ均一砂に対する解析から得られる増幅率である. 図を見ると, いずれのケースでも混合砂の解析から得られる長波長成分とはほぼ同様の曲線となっている. 均一砂の解析から得られる増幅率曲線は, 交互砂州の成長曲線であるため, 混合砂における解析から得られる長波長成分は, 通常言われている自由砂州の成分に相当する. 一方, 矢野らも示唆するようにこの短波長成分は分級波に相当する可能性がある.

次にこの短波長成分についてより調べるために, Fig.1b にそれぞれのケースについて, 抵抗係数 $C_f$ を一定として得られる増幅率曲線を示す. この図を見るとわかるように,  $C_f$ が一定の場合は, 短波長成分は消失もしくは増幅率が小さくなり, 長波長の成分が卓越する. このことより, 粒径の変化に伴う粗度変化とそれに伴う流砂量の変化によって, この短波長成分が引き起こされていることが示唆される. この点についてさらに調べるために, 竹林・江頭<sup>2)</sup>と同様に, 交換層厚を変化させた解析を行った. 交換層厚の大小は, 分級の進行具合の遅い早いに対応し, それに応じて分級効果も小さくなったり, 大きくなったりすると予想される. Fig.1c, Fig.1d にそれぞれ交換層厚を $0.5d_m$ ,  $10d_m$ とした場合の増幅率曲線を示す. この交換層厚の変化により長波長成分が受ける影響はそれほど大きくないことがわかる. 一方で短波長成分は大きく影響を受け, 分級の影響がより促進される交換層厚 $0.5d_m$ の場合は, 増幅率が Fig.1a より大きくなり, 反対に分級効果が小さくなる交換層厚 $10d_m$ の場合は, この短波長成分の増幅率は小さくなる. このように, 混合砂の解析から得られる短波長成分は何らかの分級の影響により成長する擾乱といえるが, モード数の増加とともに増幅率が大きくなっており, その物理的意味が不明確であると同時に, 数値計算を実施する場合に, 砂州形状の格子サイズ依存性を引き起こす原因となり得る要素である.

(2) 数値計算

上記の線形安定解析により, 混合砂の場合, 通常の自由砂州と同様な比較的長い波長の擾乱と, それよりもかなり短い波長成分が成長しうるようである. この点については, 矢野ら<sup>10)</sup>の線形安定解析からも示唆されていた. 彼らはこの結果と同条件で実施した実験と比較を行ったが, 理論から示唆される短波長成分の成長を実験的に観測することはできず, 理論解析結果の解釈に課題を残していた. 本研究では, 数値計算ではあるが, 理論から予測された不安定性を有する擾乱が線形から非線形領域にかけて, どのように発生・成長するかについて調べる. 計算における格子サイズ $\Delta x, \Delta y$ はそれぞれ,  $10\text{ cm}, 5\text{ cm}$ としている.

Fig.2 に Fig.1a に対応する条件における計算結果を示す. 線形安定解析が示す様に, 計算初期には $m=1$ のモード数に対応する短波長の擾乱が発生している. これは, モード数が大きくなるほど増幅率が大きくなる短波長成分の擾乱のうち, 計算格子で解像で

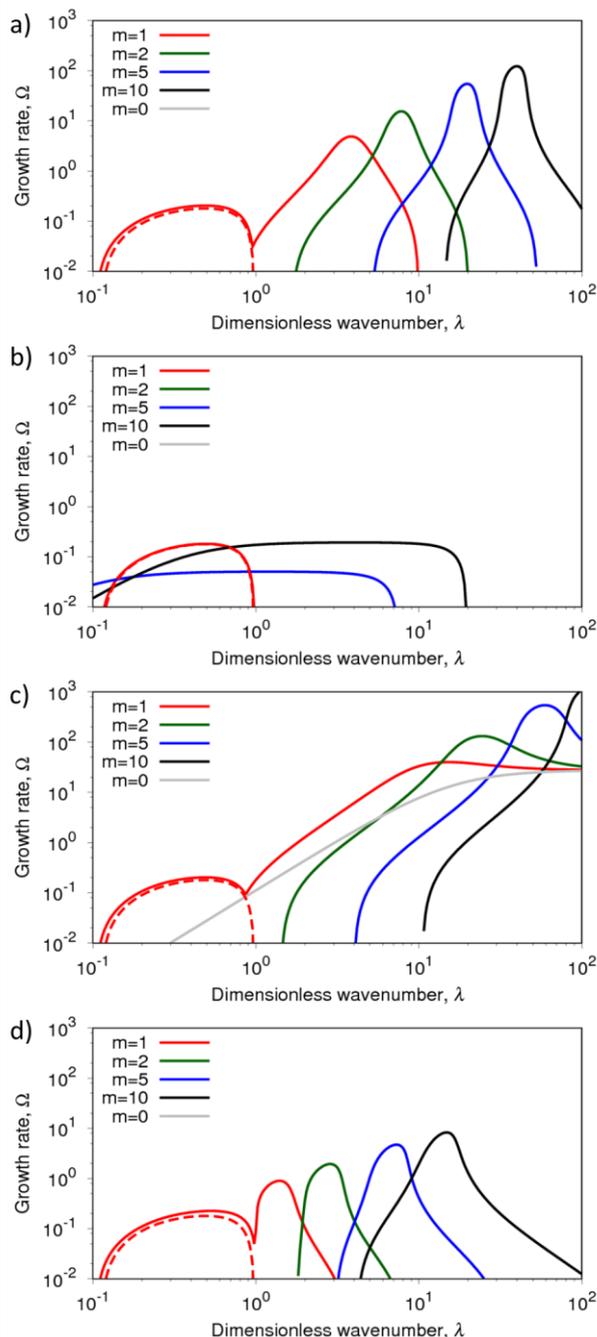


Fig.1 Growth rate of free bars,  $\Omega$ , in the experimental condition of P2009 performed by Lanzoni<sup>(13)</sup>. a) base case ( $L_a=2d_m$ ,  $C_f$ : Eq.(1)), b)  $C_f$  is assumed as constant, c)  $L_a=0.5d_m$ , d)  $L_a=10d_m$ . The dash line in the figures above denotes the growth rate of free bars in uniform sediment case, in which the sediment size is equivalent to the medium grain size of mixture sediment case.

きる範囲の擾乱が計算に表れていると考えられ, 実際この波長と理論から予測される波長はほぼ一致している. しかしながら, このような擾乱は大きく発達することはなく, Fig.2a に示す様に非常に小さな波高と分級しか生じさせない. 一方, 時間の経過とともにこれら細かい擾乱よりも波長が長く, 波高も大きい擾乱が発達してくる. この擾乱は, 線形解析から得られる長波長成分であり, いわゆる交互砂州に相当している. 平衡状態における波長, 波高は, およそ 11m, 4cm 程度であり, 粒度分布が測で細粒化,

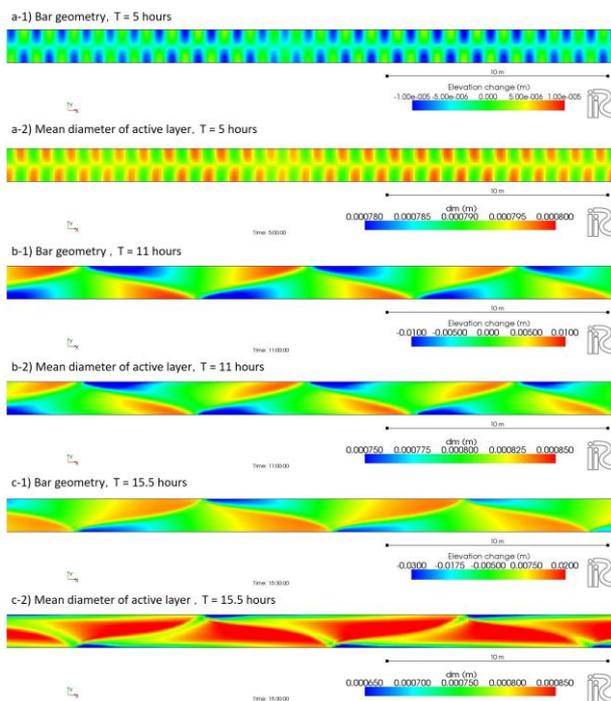


Fig.2 Temporal change of bar geometry and mean diameter of sediment at the active layer in the condition of  $L_a=2d_m$ , which corresponds to the case of Fig.1a.

瀬で粗粒化している様子を含め、実験結果を表現できているといえる。

このように線形理論において、短波長成分の擾乱は長波長成分よりも増幅率が大きく、速く発達する点については、数値計算でも同様である。一方、短波長成分の擾乱はその後大きくは発達出来ずに、砂州擾乱が卓越してくる点は、線形理論の増幅率の大小からのみでは判断できない部分である。

次に、安定解析と同様に、数値計算においても交換層厚を変化させた解析結果を Fig.3,4 に示す。これらは、それぞれ Fig.1c, 1d の条件に相当している。Fig.3a からわかるように、交換層厚を薄くすることで、最初に発達する細かい擾乱の発生が抑制されており、Fig.1a よりも無視できるほど小さな波高を持つ擾乱のみが存在している。これは、線形理論が示す様に交換層厚を薄くすると、短波長成分の増幅率ピークがより短い波数領域に移動し、用いた計算格子では表現出来なかったものと考えられるし、そのような波長の擾乱の波高はさらに小さいものとなる可能性がある。一方で、交換層が厚い Fig.4 の結果では、 $m=2$  の短波長成分が表れ、しかもその波高の大きさが、Fig.2a の結果よりも大きくなっている。また、このケースにおける最終的な砂州形状と分級度合いは、Fig.2c と大差ないが、この擾乱の成長過程における河床形状と分級の進行具合は、明らかに Fig.2 の結果と異なる。このケースでは、交換層厚を増加させることにより分級効果が小さくなり、短波長成分の成長が抑制されるが、Fig.1d に示す様に交互砂州の擾乱よりは増幅率が大きい。さらに、この抑制によって増幅率ピークを持つ波長が交互砂州擾乱の方向にシフトし、波長が長くなっている。この場合は交換層厚を薄くした場合とは逆に、短波長成分は波長が長い方向に増幅率ピークを持つことで、波高が大きくなり得て計算結果に持つ影響が大きくなるようである。これは、重要な結果である可能性がある。すなわち、パラメータの度合いにより、短波長成分が大きく発達できる波数領域となった時は、通常の交互砂州の動態に影響を及ぼすほどの河床形態となり得ることが示唆される。

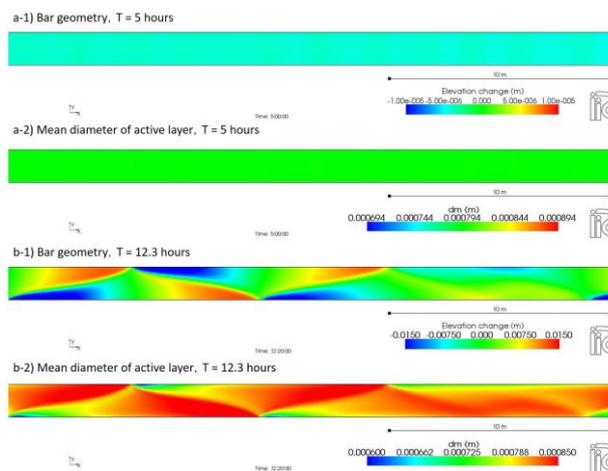


Fig.3 Temporal change of bar geometry and mean diameter of sediment at the active layer in the condition of  $L_a=0.5d_m$ , which corresponds to the case of Fig.1c.

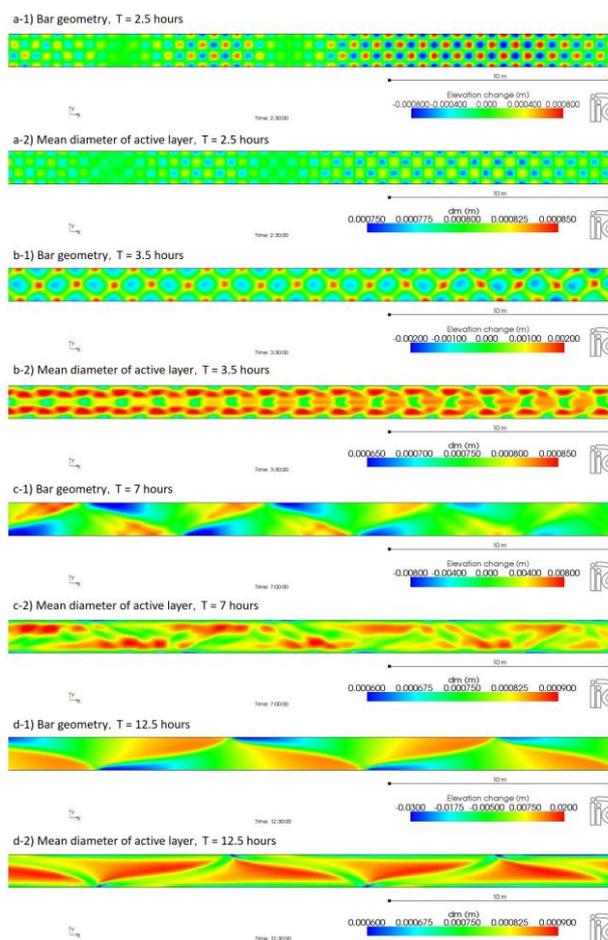


Fig.4 Temporal change of bar geometry and mean diameter of sediment at the active layer in the condition of  $L_a=10d_m$ , which corresponds to the case of Fig.1d.

このような物理的に解釈が明確でなく、格子依存性を持つ擾乱の発達は、様々な近似や仮定を施した方程式、サブモデル等を組み合わせる事によって発生することも指摘されており<sup>(12)</sup>、計算結果を正しく解釈する上で問題となることもあるため、注意が必要である。いずれにしても、本モデルで予測される擾乱の発生・発達 が物理的なものであるか、あるいはモデル上の産物かは、この解

析からは判断できず、さらに高精度のモデルを用いて検討する必要がある。

#### 4. まとめ

本研究では、浅水流方程式、平衡流砂量式、平野による交換層モデルを組み合わせた混合粒径河床変動モデルに対して線形安定解析と数値計算を行い、モデルが表現する自由砂州の形態について考察を行ったものである。結果より、分級作用によっていわゆる自由砂州よりもかなり波長の短い擾乱の発生が励起されること、この擾乱はモード数の増加に対して単調に増幅率が増加すること、ただし自由砂州よりも増幅率が大ききとも、数値計算では大きな河床波には発達出来ないことが明らかとなった。この短波長成分の発生・発達、モデルの組み合わせと格子サイズに依存するものであり、数値計算結果の解釈を行う上で重要である。ただし、本研究における検討のみでは、このような河床波一分級波が物理的なものか否かについて結論づけることはできないので、今後は、本モデルから予測された結果の物理的な意味付けやより合理的なモデルの構築について検討を行いたい。

#### 参考文献

- (1) 平野宗夫, "Armoring を伴う河床変動について", 土木学会論文報告集, 195 (1971), pp.55-65.
- (2) 竹林洋史, 江頭進治, "土砂の粒度分布形状及び粒度の予測法が交互砂州の変動特性に与える影響", 水工学論文集, 52 (2008), pp.595-600.
- (3) Parker, G., Paola, C. and Leclair, S., "Probabilistic Exner sediment continuity equation for mixtures with no active layer", Journal of Hydraulic Engineering, 126 (2000), pp.818-826.
- (4) Pelosi, A., Schumer, R., Parker, G. and Ferguson, R.I., "The cause of advective slowdown of traer pebbles in rivers: Implication of Exner based master equation for coevolving streamwise and vertical dispersion", Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 121 (2016), pp.623-637.
- (5) Roelvink, J., "Mathematical modelling of one-dimensional morphological changes in rivers with non-uniform sediment", Ph.D thesis, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1987.
- (6) Chararrias, V., Stecca, G. and Blom, A., "Ill-posedness in modelling mixed-sediment river morphodynamics", Advances in Water Resources, 114 (2018), pp.219-235.
- (7) Lanzoni, S. and Tubino, M., "Grain sorting and bar instability", Journal of Fluid Mechanics, 393 (1999), pp.149-174.
- (8) 寺本敦子, 辻本哲朗, "卓越砂州モード数へ及ぼす河床の粒度構成の影響", 水工学論文集, 48 (2004), pp.1003-1008.
- (9) 長谷川和義, 藤田豊彦, 目黒嗣樹, 竜澤宏昌, "河床不安定及び分級不安定を伴う急勾配混合砂礫河床の形態", 水工学論文集, 44 (2000), pp.659-664.
- (10) 矢野雅昭, 渡邊康玄, 山口里実, 渡邊和好, 平井康幸, "交互砂州形成における混合粒径砂の影響に関する実験と理論", 水工学論文集, 60 (2016), pp.I.775-I.780.
- (11) 浅田宏, 石川晴雄, "水流による河床砂礫の分級機構に関する研究 (III)", 電力中央研究所報告, 71015 (1972).
- (12) Iwasaki, T., Shimizu, Y. and Kimura, I., "Sensitivity of free bar morphology in rivers to secondary flow modeling: Linear stability analysis and numerical simulation", Advances in Water Resources, 92 (2016), pp.57-72.
- (13) Lanzoni, S., "Experiments on bar formation in a straight flume 2. Graded sediment", Water Resources Research, 36 (2000), pp.3351-3363.