

土壌の耐食性の空間分布を考慮した流水による浸食の数値シミュレーション

Simulation of Water Flow Erosion with Various Distributions of Local Resistances

- 百々 知史, 日大院, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, Email: cskz18010@g.nihon-u.ac.jp
- 小紫 誠子, 日大理工, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, E-mail: satoko@math.cst.nihon-u.ac.jp
- 河村 哲也, お茶大, 東京都文京区大塚 2-1-1, E-mail: kawamura@is.ocha.ac.jp
- Kazuhiro Dodo, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
- Satoko Komurasaki, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
- Tetuya Kawamura, Ochanomizu University, Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo 112-8610

An erosion of a slope by a water flow is simulated solving the incompressible Navier-Stokes equations using a finite difference method and simple models. A two-phase flow of air and water is computed to study the process the surface shapes develop, which is regarded as the first step to study how large-scale terrains, such as coastlines, river networks and mountain ranges, are generated. A simple erosion model is applied at the slope surface. The local different erosion resistances on the slope surface are imposed using two kinds of random patterns whose scales and the averages of erosion resistances are the same. The computational results show surface shapes of the eroded slope in both cases reach forms which have similar characters.

1. 結論

河川網, 海岸線や大地の起伏など水が長い時間をかけて大地を削り形成する地形はフラクタルとなっていることがよく知られており, DLA モデルなど確率モデルを用いたフラクタルシミュレーションにより地形の形状解析も行われている⁽¹⁾など。しかし, 地形のフラクタルパターン形成においては, 浸食や堆積を伴う水や風の流体力学的な作用が関与しており, より詳細なフラクタル地形の形状解析においてはこれらの作用を考慮する必要がある。泉⁽²⁾は斜面下流端から発生する水路群の形成理論について線形安定解析などを用いて解説している。佐伯ら⁽³⁾は限定的な条件下でシミュレーションを行い, 初期にランダムな凹凸が施された斜面の上を流れる流体の浸食を起因とした形状変化により, フラクタル構造が現れることを示した。

石川ら⁽⁴⁾は流体力学的な作用を考慮して, 斜面の土壌の軟らかさの分布パターンを変化させることにより, 流れる水の浸食によって異なる地形が形成されることを, 数値シミュレーションにより示した。また百々ら⁽⁵⁾は, 土壌の軟らかさをランダムなパターンで分布させた斜面上に水を流し, その浸食による斜面形状の変化を解析している。ここでは, 流れる水がある程度大きな流速のときに, ランダムに与えた土壌の軟らかさの分布パターンよりも相対的に大きなスケールをもつ形状の地形が形成されるという結果を得た。

本研究では, 流体の支配方程式を用いて, 斜面上を流れる水の浸食による地形形成の数値シミュレーションを行い, 地形のフラクタルパターン形成につながる, より局所的な地形の発達について解析を行う。

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本研究では, 簡単なモデルを用いた数値シミュレーションによって流水の浸食作用によって地形が形成される過程を再現する。水の表現は通常自由表面の取り扱いなど複雑なモデルが必要だが, ここでは, 非常に小さな拡散係数をもつある移流拡散物質の濃度 A によって比重差を与え, 比重の大きい流体を水, 小さい方を空気と考えることにする。そして比重差による浮力を考慮した, 式(1)~(4)のナビエ・ストークス方程式と式(5)の濃度 A についての移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う。計算領域全体に角度 θ の傾斜がついているものとして鉛直方向を $(-\sin \theta, \cos \theta, 0)$ と

する。 Fr と Sc はフルード数及び, シュミット数 (動粘度 / A の拡散係数) である。

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + w \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{A}{Fr^2} \sin \theta \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{A}{Fr^2} \cos \theta \quad \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \quad \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + w \frac{\partial A}{\partial z} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial A}{\partial z} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x, y, z), & \mathbf{v} &= (u, v, w), \\ \tilde{p} &= \frac{\beta(A-A_0)}{\rho_0}, & A_0 &: \text{基準濃度} \end{aligned}$$

(2) 初期条件・境界条件

本計算では, Fig.1 のような計算領域を用いる。この領域を Fig.1 のように角度 $\theta = 5^\circ$ 傾ける。この計算領域を $130 \times 40 \times 100$ の直交不等間隔格子で分割し, 水の流れをより精度よく捉えるために底面付近でより多くの格子点を取る

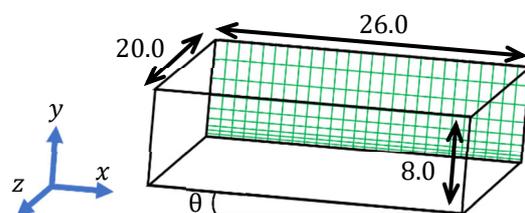


Fig.1 Computational domain

初期にFig.2のように濃度 $A = 1.0$ (水) と濃度 $A = 0.0$ (空気) を与える. 水の深さは0.5とする. 速度は $(u, v, w) = (0, 0, 0)$ から, 浸食を考慮しない状態で斜面を流れる水流の速度が一定になるまで計算し, それを初期速度とする.

境界条件は, 底面はノンスリップ, 天井はフリースリップ, 境界の影響を抑えるために流れ方向(x 方向)と側面(z 方向)の境界について, それぞれ周期境界を課している.

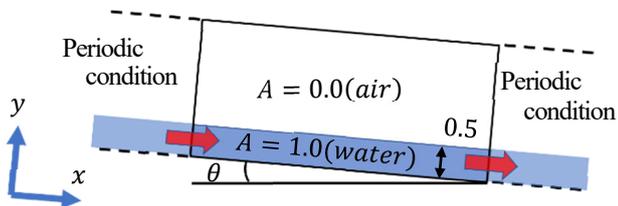


Fig.2 Boundary conditions.

実際の水と空気の物性および格子精度を考慮し, レイノルズ数 Re は 1.3×10^4 (水領域) と 8.6×10^2 (空気領域) とする. Fr は 1.012, Sc は A の拡散を抑えるため十分大きな値 10^{11} としている.

(3) 流水による浸食モデル

本計算では, 流れる水の速度に応じて底面を浸食するモデルを用いる. 底面を削る深さ d は以下の式で与えられる.

$$d = C \left(\frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots (6)$$

U : 底面に平行な速度, n : 底面に垂直な方向

C : 土壌の軟らかさを表す係数

実際の計算では, 式(1)~(5)により流れ場, および A を計算し, その速度場を用いて浸食によって削られる深さ d を式(6)より計算する. そして d の値によって底面形状を変形させ, 計算格子を再構成して浸食を表す. (Fig.3)

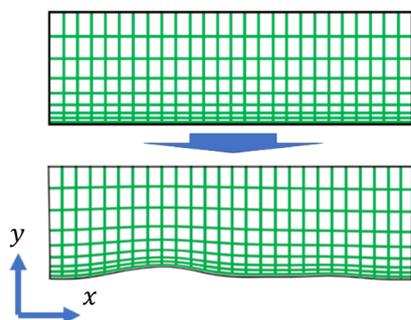


Fig.3 Grid regeneration.

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し, フラクショナルステップ法によって解く. 空間微分は2次精度中心差分を用い, 非線形移流項は3次精度上流差分(KKスキーム)により近似する. またオイラー陽解法により時間積分を行う.

3. 計算方法

土壌の軟らかさを表す係数 C は $C_{min} \leq C \leq C_{max}$ の範囲でランダムに分布させたパターンを与える. パターンはFig.4のように

$case a$ と $case b$ の2通りとする. このパターンの違いが形成される地形にどのように影響を与えるかを調べる. なお, 浸食が進んでも C の値は変わらないものとする. 本計算では, $C_{max} = 10.0 \cdot 10^{-4}$, $C_{min} = 9.0 \times 10.0^{-5}$ とする.

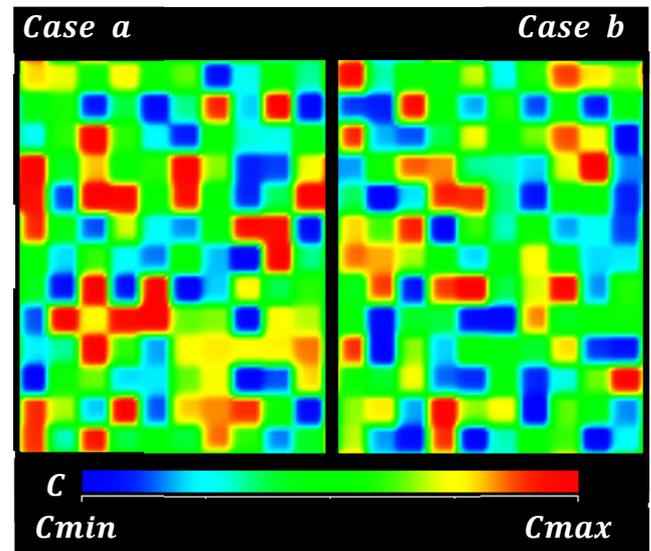


Fig.4 Distribution of erosion resistance coefficient C in each case

$case a$ と $case b$ の結果について比較していく. Fig.5 と Fig.6 は各ケースの底面を真上から見たもので, 底面の浸食開始以降の無次元時間での底面形状の時間発展を表している. 時間は浸食開始後の無次元時間であり, $time = 0.01$ から $time = 6.00$ までを示している. 初期の平面を基準として浸食された深さについて, 各時間での最大値と最小値の間を黒から白で表現している. 黒は, より深く浸食されていることを表す. 浸食開始初期は土壌の軟らかさを表す係数 C の分布パターンと底面形状の相関が強く, 時間経過と共に相関性が低下していく様子が確認できる. 浸食開始からある程度時間が経過した後の地形形状には両ケースで違いが見られる. これは, 係数 C の分布パターンの違いによる影響と考えられる. しかしながら, 大域的に見ると, どちらのケースにおいても流れ方向に平行な深い3つの溝が形成されており, 似た特徴が現れている.

Fig.7 と Fig.8 は底面を3次的に捉えやすい角度から見た図であり, Figs.5,6 と同じく各ケースの底面形状の時間発展を示している. Fig.7 と Fig.8 では鉛直方向の底面の変化がより明確に示されている. 両ケースを比較すると局所的な地形形状の違いは見られるが, 大域的には類似した特徴を持つ形状パターンが現れる.

Fig.9 と Fig.10 は Fig.7 と Fig.8 と同じ構図で水面の様子を $A = 0.5$ の青の等値面で表現している. 浸食によって形成された溝に水が流れ込み, さらにその水が溝を深く浸食していく様子が確認できる. $case a$ では流れに平行な溝だけではなく流れの向きを変化させる様な溝が形成され, 水が流れ込んでいる.

ここで示した計算結果の画像は, (株)計算流体力学研究所の流体専用可視化ソフトウェア Clef3D を用いて作成している.

4. 結論

傾斜をつけた底面を流れる水の流れについて, 浸食を考慮した数値シミュレーションを行った. 浸食開始からある程度時間が経過した地形形状は, 土壌の軟らかさを表す係数 C の分布パターンによって形成される地形に違いが現れた. しかしながら大域的に見ると係数 C の分布パターンが違っても関わらず, 流れ方向に平行な方向性を持つ類似した地形が形成された.

参考文献

- (1) 吉山昭, “発展する地理的パターンのモデル,” 論理地理学ノート, 8 (1992), pp. 111-118.
- (2) 河村哲也 他, “環境流体シミュレーション,” 朝倉書店 (2001).
- (3) 泉典洋, “河川網の形成,” ながれ 24 (2005), pp.5-14.
- (4) 佐伯亜由美, 岡村誠, “流体浸食モデルによる河川網形成シミュレーション”, 九州大学応用力学研究所所報 No.139(2010), pp.105-109.
- (5) 石川瞳子, 百々知史, 小紫誠子, “流水による浸食と流水路の発達シミュレーション,” 日本流体力学学会 第32回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (2018).
- (6) 百々知史, 小紫誠子, “流水の浸食による斜面上の凹凸パターンの発達”, 日本流体力学学会 年会 2019 講演論文集(2019)

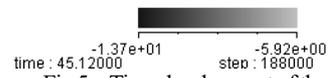
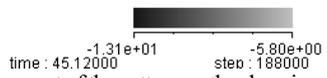
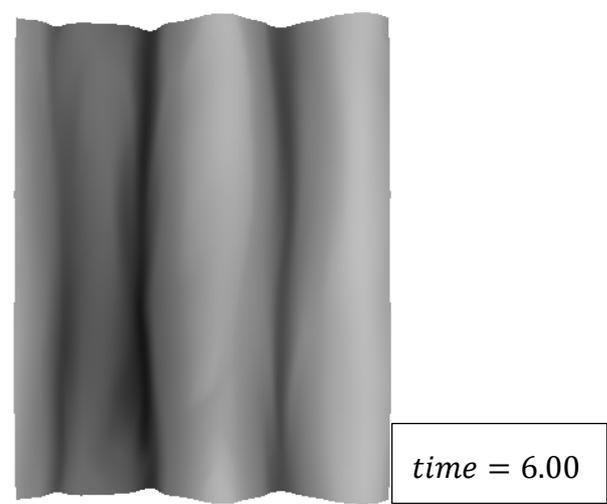
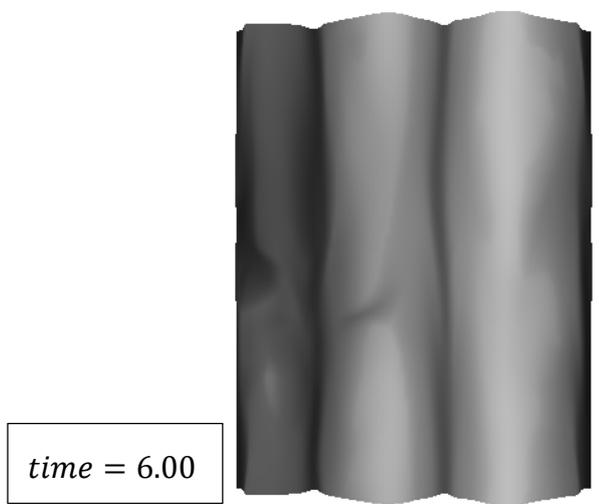
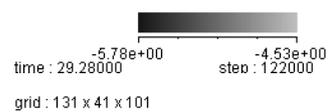
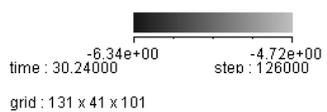
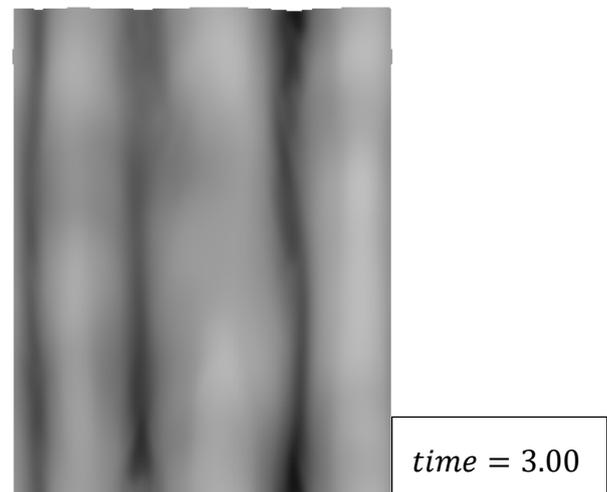
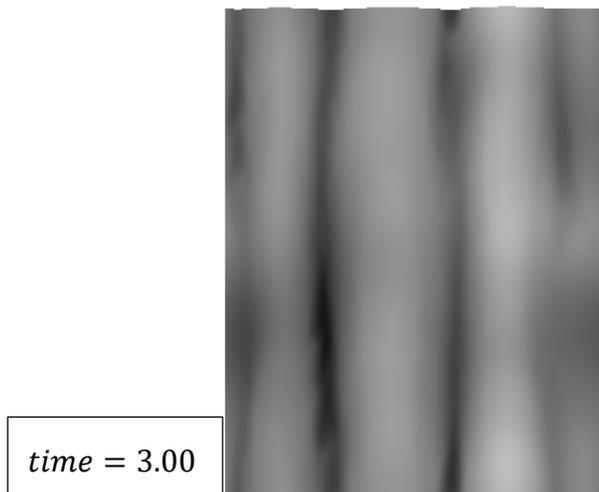
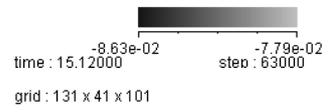
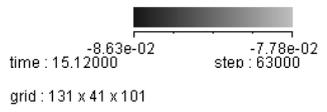
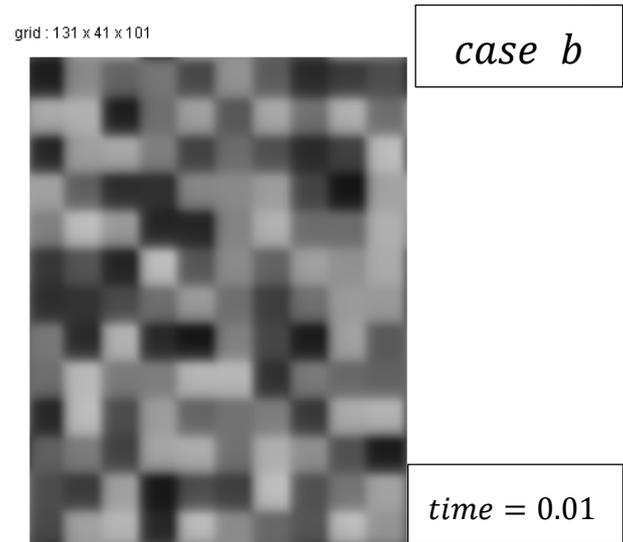
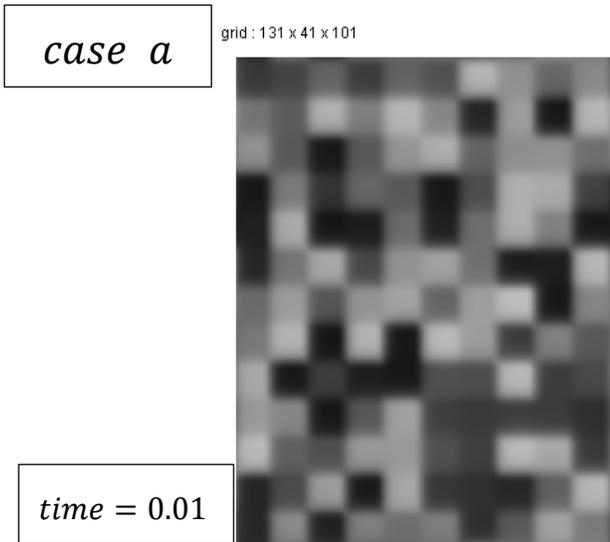


Fig.4 Time development of the pattern on the slope in case *a*

Fig.5 Time development of the pattern on the slope in case *b*

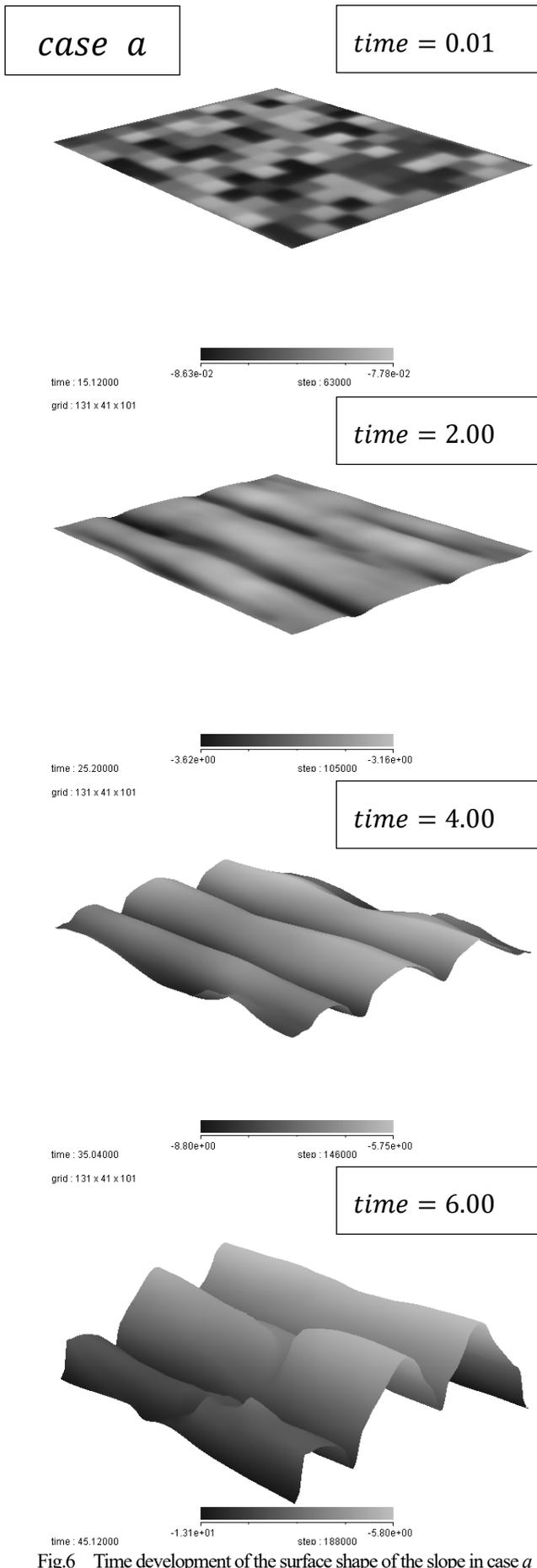


Fig.6 Time development of the surface shape of the slope in case *a*

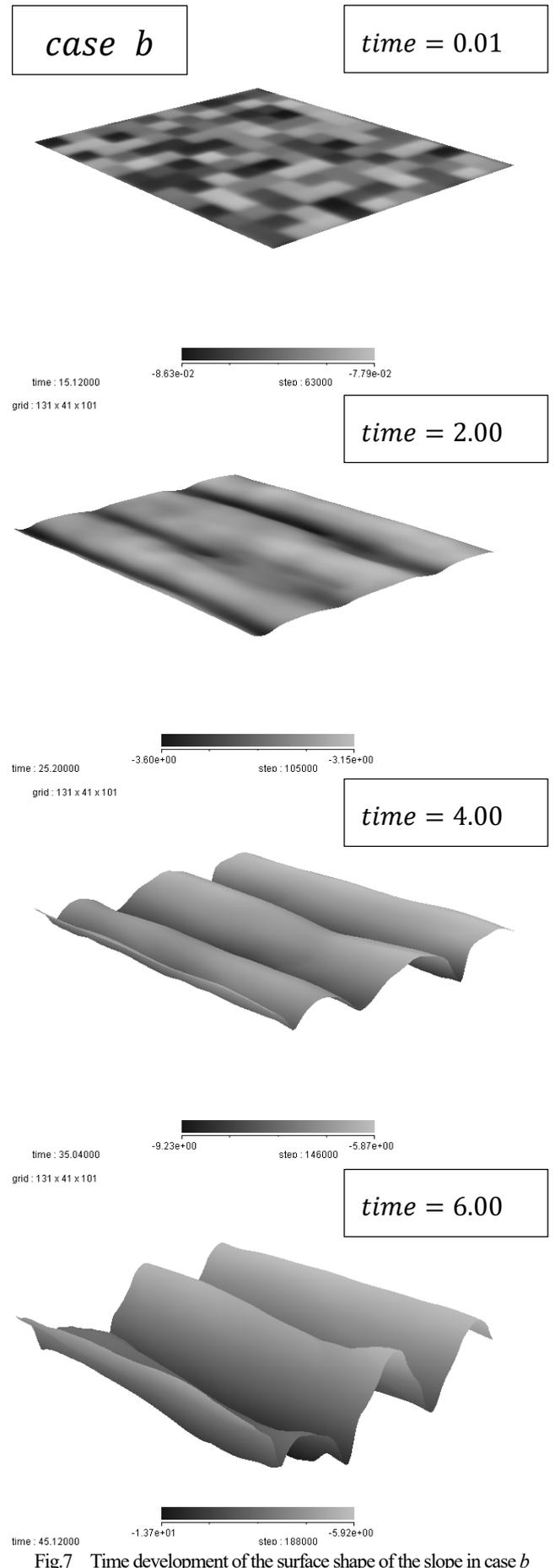


Fig.7 Time development of the surface shape of the slope in case *b*

case a *time = 0.01*

case b *time = 0.01*

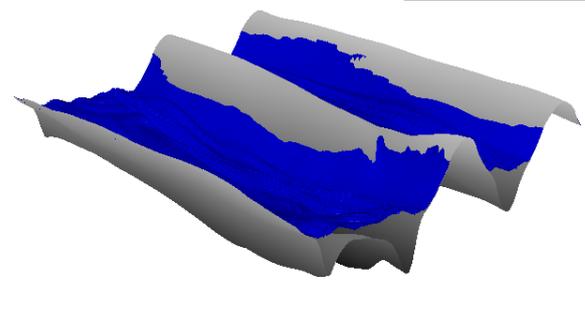
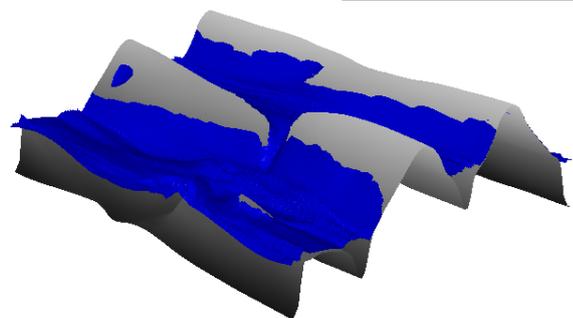
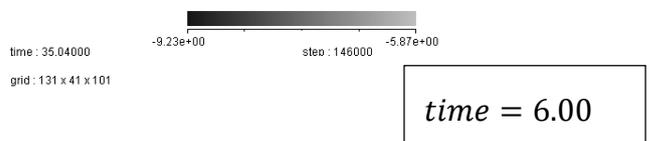
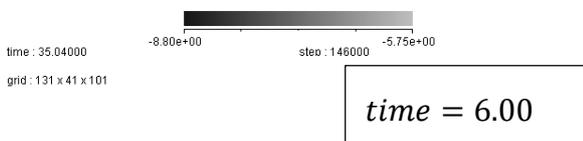
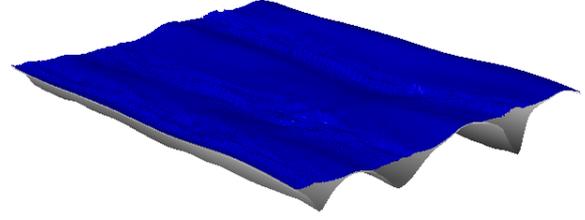
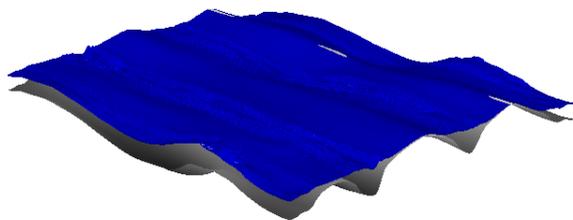
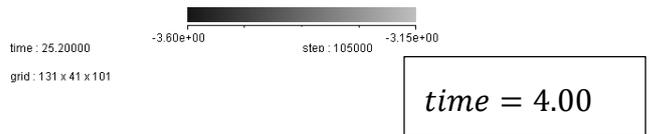
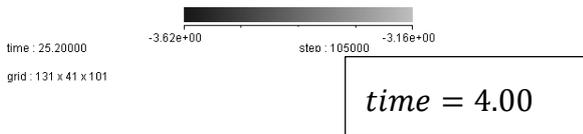
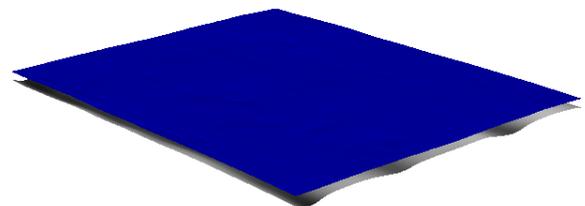
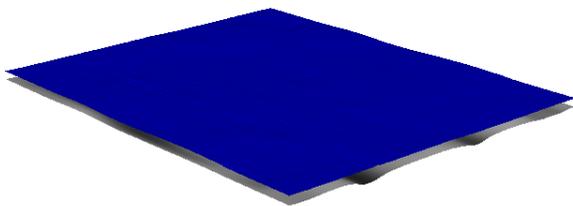
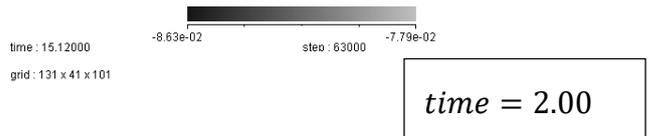
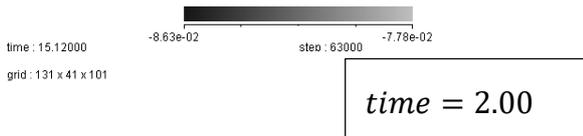
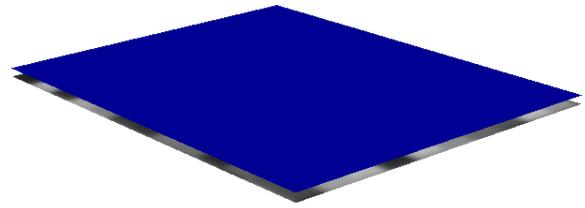
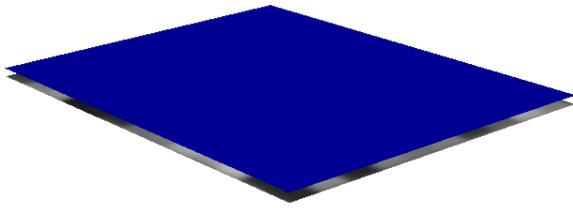


Fig.9 Time development of the water flow in case *a*.
Contour surface of $A=0.5$.

Fig.10 Time development of the water flow in case *b*.
Contour surface of $A=0.5$.