

温度によって変化する粘性を考慮した溶岩流の数値シミュレーション

Simulation of a Lava Flow with Viscosity Varying by Temperature

- 曾根 宏幸, 日大院, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, E-mail: cshi19012@g.nihon-u.ac.jp
- 小紫 誠子, 日大理工, 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14, E-mail: satoko@math.cst.nihon-u.ac.jp
- Hiroyuki Sone, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308
- Satoko Komurasaki, Nihon University, Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8308

In order to investigate the mechanism of the shape formation of a volcano, lava flows having different viscosities are simulated solving the incompressible Navier-Stokes equations, the energy equation and a convection diffusion equation by a finite difference method. It is well known that the basic shape of a volcano is characterized by the lava viscosity. To handle the highly viscous lava flow which is usually difficult to compute, an implicit method is introduced. The computational results show that the lava flows of the various viscosities can be handled by our current approach. While the low viscous lava quickly spreads on the surface, the high viscous lava changes its shape very slowly.

1. 緒論

火山活動の調査や、火山噴火による災害の被害予想、溶岩流による地形の変遷等、溶岩流に関する研究は広く行われている。実験においては現実の溶岩を用いるのは困難であるため、代わりとして似たような性質を持つ物質（一般的にチョコレート、マヨネーズ、歯磨き粉等）が使われることも多い。ところで、火山の基本的な形状を特徴づける大きな要因は溶岩の粘性であると考えられている。溶岩の粘性は温度によって大きく変化するため、火山の形状形成過程においては、時間と共に冷却されて粘性が増大する効果も考慮しなければならない。また、溶岩は冷却されて最終的には固体となるが、流体から固体への遷移も火山の形状決定において重要な因子となっていると考えられる。

本研究では、粘性の変化が創る火山の形状パターンについて解析を行うため、簡単なモデルを用いた溶岩流の数値シミュレーションを試みる。現実には溶岩流はビンガム流体という非ニュートン流体であるが、簡単のためここではニュートン流体として扱い、種々の異なる粘性流体の流れを計算する。

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本研究では、溶岩流を簡単なモデルで取り扱い、数値シミュレーションを行う。溶岩と空気の表現のために、非常に小さな拡散係数をもつある移流拡散物質 S を導入する。そして、 S の濃度によって流体に比重差を与え、比重の大きい流体を溶岩、小さい方を空気と考えることにする。式(1)~(4)は非圧縮性ナビエ・ストークス方程式、式(5)はエネルギー方程式で T は温度を表し、式(6)は S の移流拡散方程式である。温度差ならびに S による比重差から発生する浮力については式(7)に示す通りである。 Pr はプラントル数、 Sc はシュミット数（動粘度/ S の拡散係数）であり、それぞれ T と S の拡散のし難さを表している。

$$\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots (2) \\ & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned}$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g \dots (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots (4) \\ & \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial T}{\partial z} \dots (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial S}{\partial z} \dots (6) \end{aligned}$$

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g = -\beta_T g (T - T_0) + \beta_S g (S - S_0) \dots (7) \quad (\text{浮力})$$

T : 温度 S : 溶岩

β_T : 体積膨張率 β_S : S に対する密度の増加率

(2) 初期条件・境界条件

計算領域としては、Fig.1 のように $8.0 \times 2.0 \times 8.0$ の直方体形状の計算領域を考え、 $80 \times 30 \times 80$ の不等間隔格子で分割する。底面中心に直径0.4の溶岩流噴出口を設置し、この付近の格子をより細かく分割する。(Fig.2).

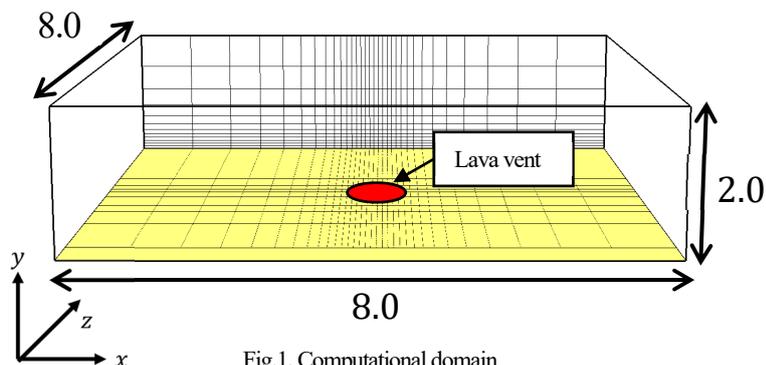


Fig.1. Computational domain

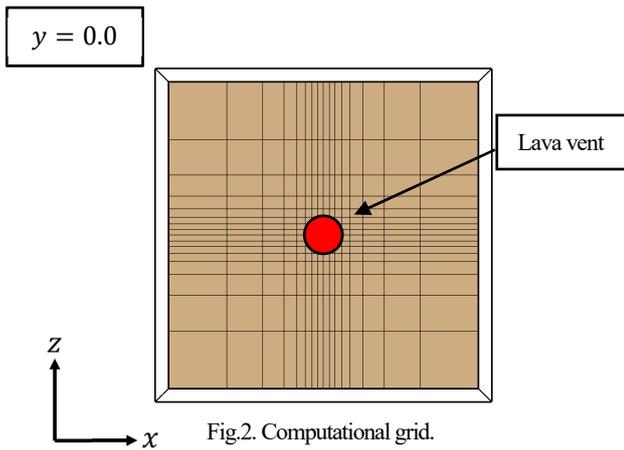


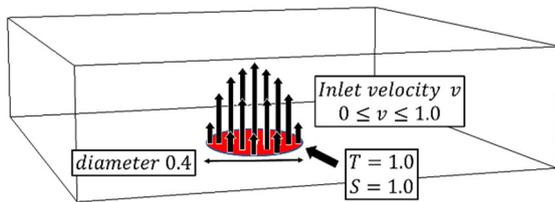
Table 2 Reynolds number of in each case

Case	Re
A	1000
B	20
C	1
D	0.1

Figs.4-7 は、それぞれ Case A~D における溶岩噴出開始時からの溶岩流の時間発展の様子を示している。時間 $time$ は無次元時間である。 $S = 0.5$ の等値面を空気と溶岩流の界面と考え、この等値面によって溶岩流を可視化している。

境界条件として、溶岩噴出口において $S = 1.0$ (溶岩)、 $T = 1.0$ を与える。また、溶岩噴出速度として Fig. 3 に示すような分布で v を与える。その他の境界については、底面はノンスリップ、天井はフリースリップ、側面は速度勾配 0 としている。溶岩噴出口以外は初期条件として $S = 0$ (空気)、 $T = 0$ とする。

最も粘性の低い Case A (Fig.4) では、溶岩流は噴出後すぐに底面上を放射状に広がり、次に粘性の低い Case B (Fig.5) においても、同様に底面上を広がっていくが、Case A に比べて溶岩の厚みが増し、底面上を広がる速さも遅い。溶岩の形状が丸みを帯びていることから Case A より粘性が高い流れとなっていることが確認できる。



溶岩流の粘性が高い Case C (Fig.6)、Case D (Fig.7) では、噴出口で与えられる噴出速度に基づく上方向への運動が支配的となり、高い粘性の影響を受けて横への広がりが抑制され、前の 2 つのケースとは大きく異なった流れ方となっていることが確認できる。

なお、ここで示した計算結果の可視化の図は、(株)計算流体力学研究所の流体専用可視化ソフトウェア Clef3D を用いて作成している。

Fig. 3. Computational domain. Lava erupts from a vent colored red in the bottom.

4. 結論

(3) 溶岩流モデルにおけるパラメータの数値

空気と溶岩の各々の領域に対して、Table 1 のように各パラメータを設定する。各時間ステップでこれらのパラメータを設定する。 S の拡散し難さを表すシュミット数 Sc は十分大きくとる。

粘性の異なる溶岩流について、簡単なモデルを用いた数値シミュレーションを行い、噴出口から噴出する溶岩流の流れについて比較を行った。その結果、粘性が低い場合には噴出後に底面上を溶岩流が広がっていく様子が見られたが、溶岩流の粘性が高い場合には横への広がりが抑制され、流れが大きく異なる様子が示された。

Table 1 Parameters for air and lava flows

	Air	Lava
Re	1000	1000~1
Pr	0.7	10
$\frac{\rho}{\rho_0}$	1	10
Sc		10^8

参考文献

- (1) 河村哲也 他, “環境流体シミュレーション,” 朝倉書店 (2001).
- (2) 桑原邦郎・河村哲也, “流体計算と差分法” 朝倉書店 (2005).
- (3) 河村哲也, “数値シミュレーション入門” サイエンス社(2006)
- (4) 水山高久 他, “溶岩流のシミュレーションと対策手法” 新砂防 Vol. 42, No. 4 (1989).
- (5) 山元孝広 他, “個別要素法を用いた中-高粘性マグマの噴出シミュレーション” 火山 Vol. 58, No. 4 (2003), pp. 551-555.

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し、フラクショナルステップ法を使用して式を解く。空間微分は 2 次精度中心差分を用い、非線形移流項は 3 次精度上流差分 (KK スキーム) により近似する。時間積分においては、本研究では粘性の高い溶岩流を扱うため、陰解法を用いる。

3. 計算結果

噴出する溶岩の粘性による溶岩流の流れ場を比較するため、Table 2 に示す Case A~D のように溶岩の粘性に相当するレイノルズ数 Re を変化させた 4 ケースについて解析を行う。

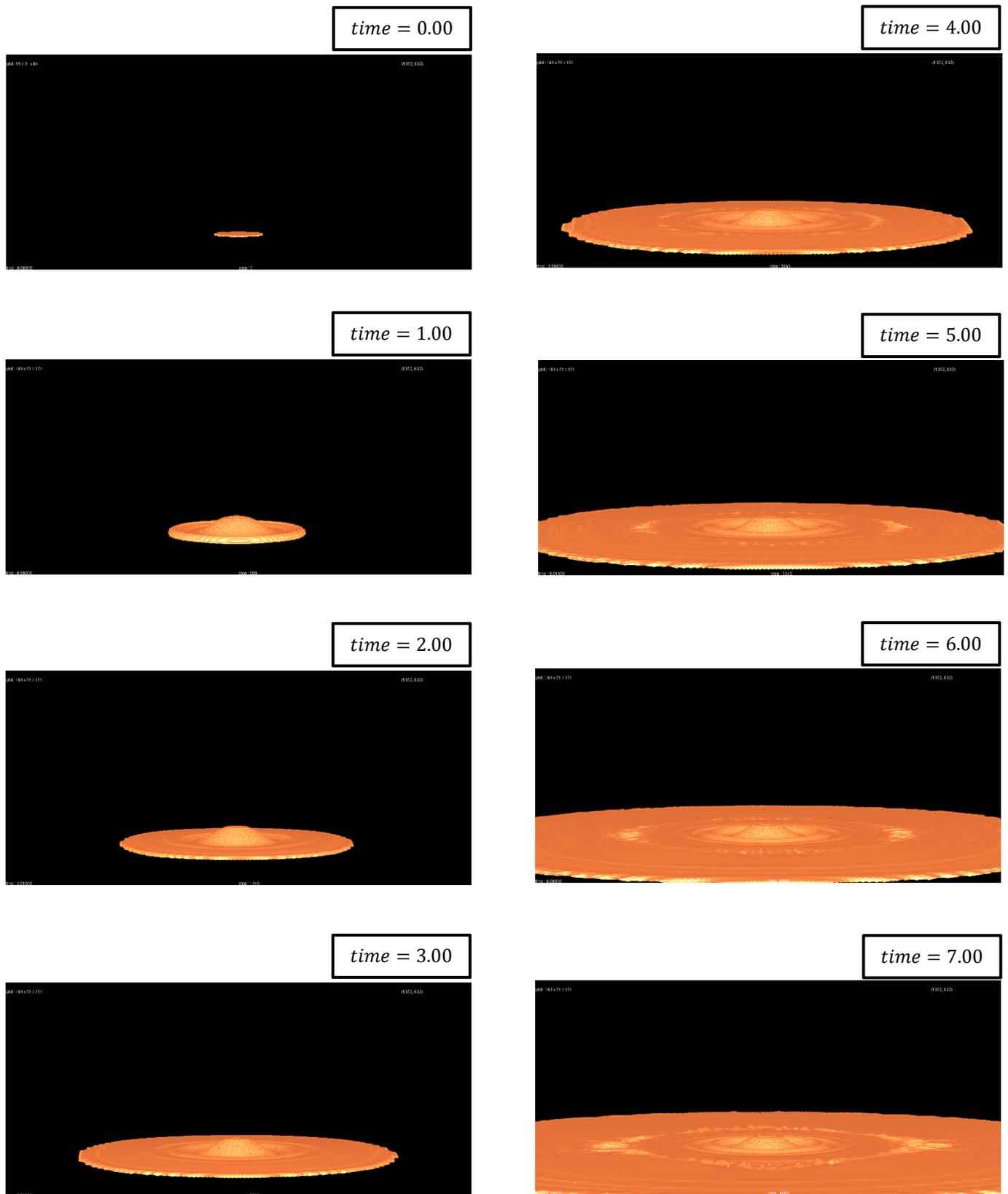


Fig. 4. Time development of the lava flow at Reynolds number of 1000 (Case A).

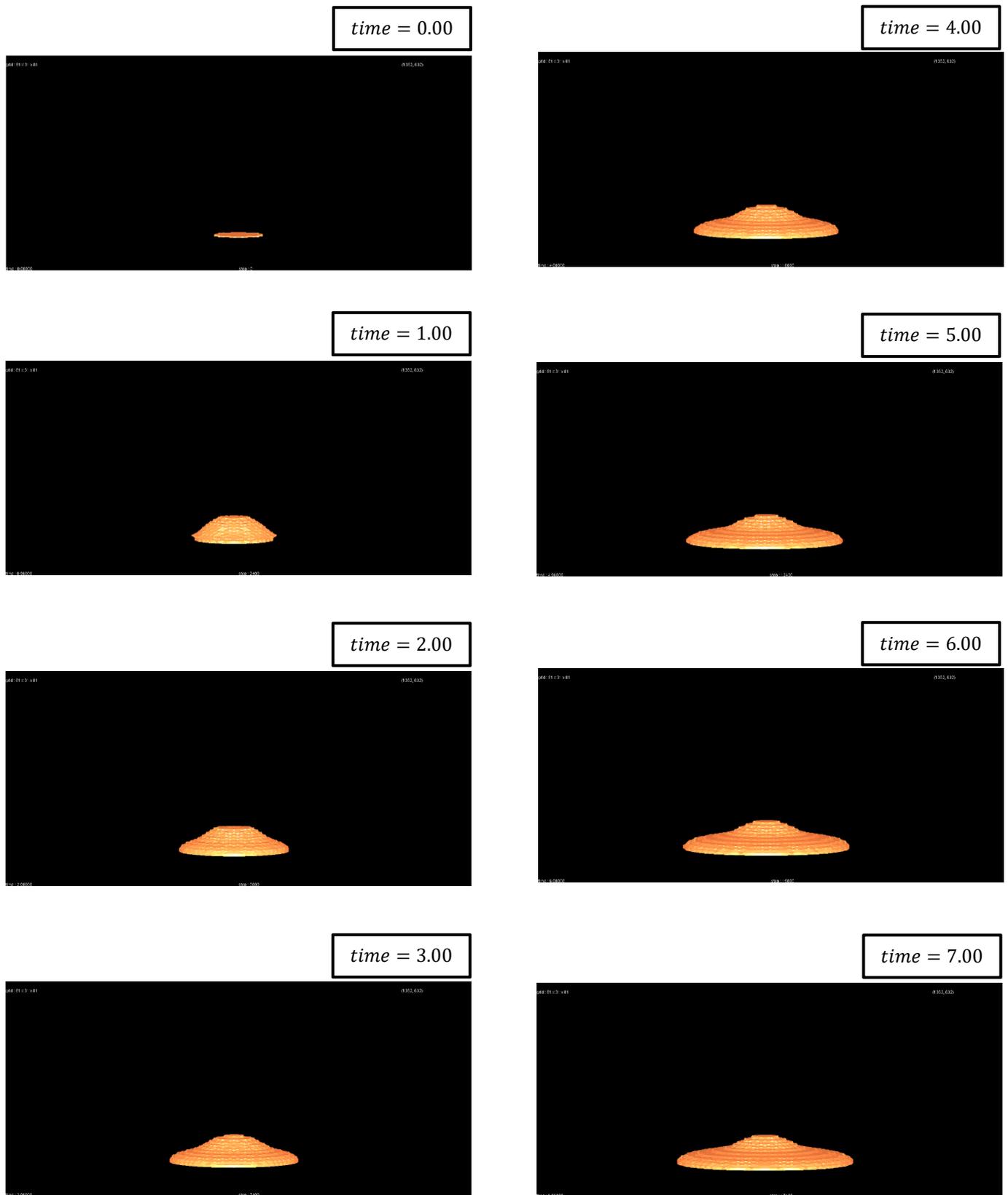


Fig. 5. Time development of the lava flow at Reynolds number of 20 (Case B).

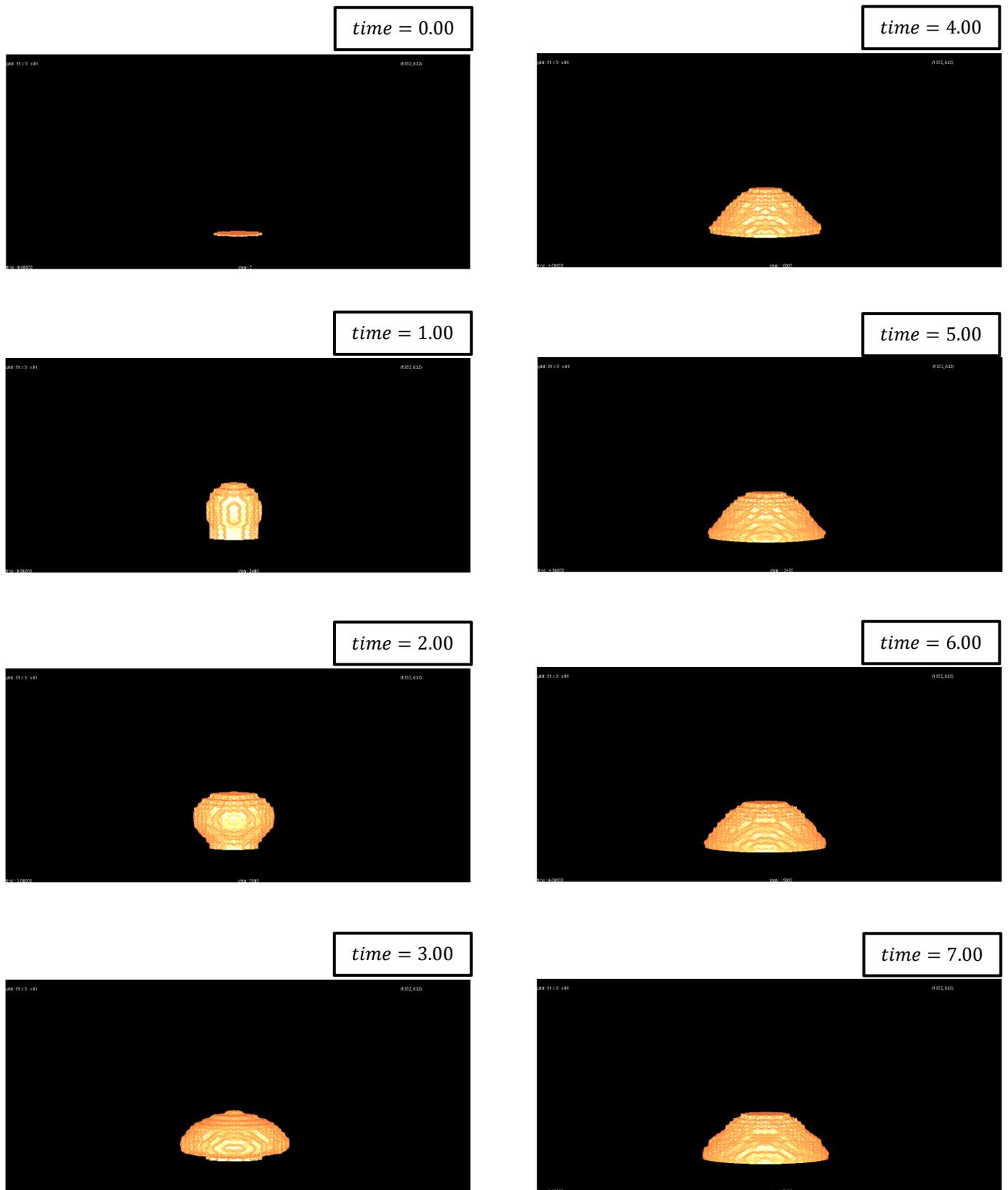


Fig. 6. Time development of the lava flow at Reynolds number of 1 (Case C).

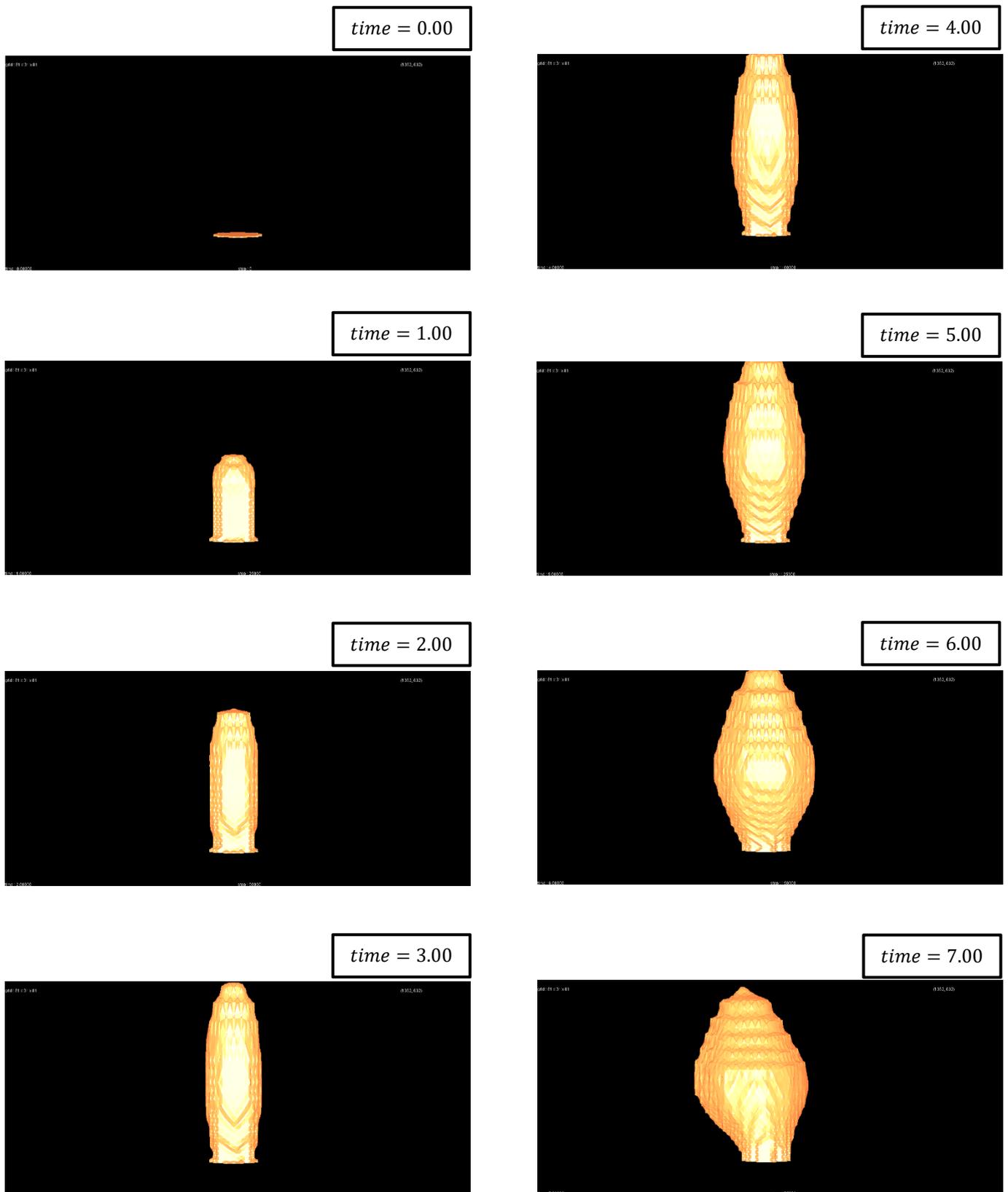


Fig. 7. Time development of the lava flow at Reynolds number of 0.1 (Case D).