

一様せん断乱流中の単一変形気泡の水平移動

Lateral migration of single deformable bubble in homogeneous shear turbulence

- 中山 将人, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : m8623021@edu.kit.ac.jp
 田中 満, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : mtanaka@kit.ac.jp
 西田 秀利, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : nisida@kit.ac.jp
 田尻 恭平, 京工織大, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : tajiri@kit.ac.jp

Masato Nakayama, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN

Mitsuru Tanaka, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN

Hidetoshi Nishida, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN

Kyohei Tajiri, Dept.of Mechanophysics,Kyoto Inst., Matsugasaki,kyoto,606-8585,JAPAN

In vertical bubble flow, lateral migration of bubbles has a large effect on the flow. In this study, after verifying the effectiveness of calculation method by comparing several calculation methods, numerical simulations of rising single deformable bubble in homogeneous shear turbulence was performed, and the influence of turbulent flow on lateral migration of bubble were investigated.

1. 諸言

気泡を含む乱流は、化学プラントなどの工学装置及び環境用途で重要であるため、多くの注目を集めている。気泡乱流に関する特徴的な現象の1つは、壁に囲まれた垂直流における気泡の不均一な分布である^{(1)~(3)}。このような流れでは、気泡乱流の構造は、その分布に応じて、気泡によって大幅に修正される。このような流れのダイナミクスを予測するためには、気泡の水平方向移動のメカニズムを理解することが重要となる。水平方向に一様にせん断された垂直平均流の影響を受ける乱流は、気泡の水平方向の移動が観測される最も単純なシステムの1つである。一様せん断乱流の二相流について、Rosti⁽⁴⁾が複数の液滴を含む流れを THINC-VOF 法⁽⁵⁾を用いて解析している。また、保存型レベルセット法⁽⁶⁾（以下 CLS 法）も THINC-VOF 法と同様に一様せん断流中の複数気泡についての解析に有効とされている。しかし、両手法とも界面を滑らかな関数で表現する手法であり、ほかの手法よりも高めの格子解像度が必要である。このため、計算負荷が大きく、水と空気のような現実的なパラメータでの解析は難しい。そこで本研究では、比較的計算負荷が軽いとされている PLIC-VOF 法を用いて、より現実的なパラメータでの一様せん断乱流中の気泡の解析を目的とする。しかし、PLIC-VOF 法ではせん断周期境界条件の場合、その境界を気泡が通過するときに気泡を表現する VOF 関数の再配置を行う必要があり、複数気泡を扱う場合は計算が複雑化してしまう。そのため、本研究では単一気泡のみを扱うこととする。本研究ではまず、PLIC-VOF 法の有効性を示すために CLS 法との比較を行い、その後一様せん断乱流中の単一気泡の解析を行う。

2. 解析対象

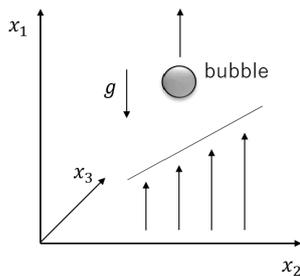


Fig. 1: Uniform shear flow.

解析対象は Fig. 1 に示すように

$$\mathbf{U} = (Sx_2, 0, 0) \quad (1)$$

で表される一様せん断流中を上昇する気泡である。ここでは、液体、気体ともに非圧縮と仮定し、重力を $-x_1$ 方向に与える。また、 S はせん断率である。主流方向に x_1 軸、せん断方向に x_2 軸、スパン方向に x_3 軸をとり、位置座標を $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ と表す。

3. 基礎方程式

流れ場の支配方程式には連続の式及び非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \mathbf{SF} + (\rho - \bar{\rho})\mathbf{g} \quad (3)$$

ここで \mathbf{u} は流速、 p は圧力、 \mathbf{SF} は界面張力、 \mathbf{g} は重力加速度、オーバーラインは全空間での平均を示す。また、 ρ は密度、 μ は粘性係数であり VOF 関数 F を用いて

$$\rho = \rho_d F + (1 - F)\rho_c \quad (4)$$

$$\mu = \mu_d F + (1 - F)\mu_c \quad (5)$$

となる。下付き文字 d, c はそれぞれ気泡、周囲流体を表している。PLIC-VOF 法の場合は上記の基礎方程式を用いるが、保存型レベルセット法の場合は VOF 関数 F を CLS 関数 ψ に変更した式を用いる。

4. PLIC-VOF 法

PLIC-VOF 法は計算格子内の分散相の占有率を表す流体率 F を用いて計算する手法である。格子内がすべて分散相の場合には $F=1$ となり、全く存在していない場合には $F=0$ 、界面の場合には $0 < F < 1$ となる。

4.1 移流アルゴリズム

VOF 関数の移流方法として、EI-EA-LE 法⁽⁷⁾を用いた。この方法は、3次元非圧縮流における VOF 関数の移流アルゴリズムであり、EI 法⁽⁷⁾と LE 法⁽⁷⁾を組み合わせた方法である。移流は3ステップの手順で行われる。まず、第1、第2ステップで x, y, z 方向の内2方向に対して EI 法で VOF 関数の移流を行い、第3ステップで残りの方向に対して LE 法で VOF 関数の移流を行う。ここで、EI-EA-LE 法では移流前と移流後で体積が保存されるように第2ステップの EI 法で修正を行っている。

4.2 法線ベクトルの算出

法線ベクトルの算出には MYC 法⁽⁸⁾を用いた。MYC 法とは、Parker and Youngs' method(以下 Youngs' 法)と、Centered Columns method(以下 CC 法)を組み合わせた手法である。両手法の精度を比較すると、全体的に CC 法の方が精度がよいことが確認されている^{(8)~(10)}。しかし、CC 法は計算を行う界面格子の配置によっては精度が著しく低下する。そこで、そのケースの場合のみ Youngs' 法を用いることで、CC 法の精度の低下を防ぐことが出来る。

4.3 界面張力項

界面張力 SF は CSF モデルを使用する。

$$\mathbf{SF} = \sigma\kappa\nabla F \quad (6)$$

ここで σ は界面張力係数、 κ は曲率であり、曲率 κ は高さ関数法⁽¹¹⁾を用いて求めた。

5. 保存型レベルセット法 (CLS 法)

CLS 法では次のような CLS 関数によって気泡を表す。

$$\psi(\phi) = \frac{1}{2} \left(\tanh \left(\frac{\phi}{2\epsilon} \right) + 1 \right) \quad (7)$$

ここで ϵ は界面幅である。この CLS 関数を以下の式に従って移流させる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\psi) = 0 \quad (8)$$

5.1 CLS 関数の再初期化

一般的に CLS の再初期化には Olsson と Kreiss⁽⁶⁾により提案された次式が用いられる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot [\epsilon(\nabla \psi \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \psi(1 - \psi)\mathbf{n}] \quad (9)$$

ここで \mathbf{n} は界面法線ベクトルであり、次式のように求められる。

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \quad (10)$$

再初期化を繰り返すことにより界面が変形してしまう問題があるのでそれを抑制するために Waclawczyk⁽¹²⁾に提案された次式を定義する。

$$\phi_{map} = \epsilon \ln \left(\frac{\psi}{1 - \psi} \right) \quad (11)$$

さらに、安定化のために Chiodi と Desjardings⁽¹³⁾は

$$\psi(1 - \psi) = \frac{1}{4 \cosh^2 \frac{\phi_{map}}{2\epsilon}} \quad (12)$$

のように置き換えることを提案しており、再初期化方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot \left[\frac{1}{4 \cosh^2 \frac{\phi_{map}}{2\epsilon}} (\nabla \phi_{map} \cdot \mathbf{n} - 1)\mathbf{n} \right] \quad (13)$$

また、ここでの界面法線ベクトル \mathbf{n} は、次式のようになる。

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \phi_{map}}{|\nabla \phi_{map}|} \quad (14)$$

今回は式 (9) および、式 (13) の二つを線形結合した以下の式を用いる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \nabla \cdot \left[(1 - \beta)\epsilon \nabla \psi + \frac{1}{4 \cosh^2 \frac{\phi_{map}}{2\epsilon}} (\beta \nabla \phi_{map} \cdot \mathbf{n} - 1)\mathbf{n} \right] \quad (15)$$

ここで β は二つの式の割合を表しており、 $\beta = 0$ の時、式 (9) となり、 $\beta = 1$ の時、式 (13) となる。本研究では $\beta = 0.9$ とした。

5.2 界面張力項

界面張力 SF は CSF モデルを使用する。

$$\mathbf{SF} = \sigma\kappa\nabla \psi \quad (16)$$

ここで σ は界面張力係数、 κ は曲率であり以下のように計算する。

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi_{map}}{|\nabla \phi_{map}|} \right) \quad (17)$$

6. 検証と結果

6.1 上昇気泡のテスト

スキームの有効性の検証として、静止流体中を浮力によって上昇する気泡の解析を行い PLIC-VOF 法と CLS 法の結果を比較する。定量的な評価として、気泡上昇速度 u_b 、気泡直径 d に基づく気泡レイノルズ数 $Re_b = u_b d / \nu$ で気泡の終端速度の評価を行う。各種パラメータを Tab. 1 に示す。各種パラメータは Bhaga and Weber⁽¹⁴⁾の実験結果に合わせており、実験値との比較も行う。気泡レイノルズ数の時間変化を Fig. 2 に示し、気泡形状を Figs. 3~5 に示す。

Tab. 1: Parameters for rising bubble test

Domein size	$2\pi \times \pi \times \pi$
Grid number	$160 \times 80 \times 80, 320 \times 160 \times 160$
Diameter of bubbles	$\pi/8$
Viscosity ratio	0.01
Density ratio	0.01
Eötvös number EO	116
Morton number Mo	41.1
Boundary condition	Periodic

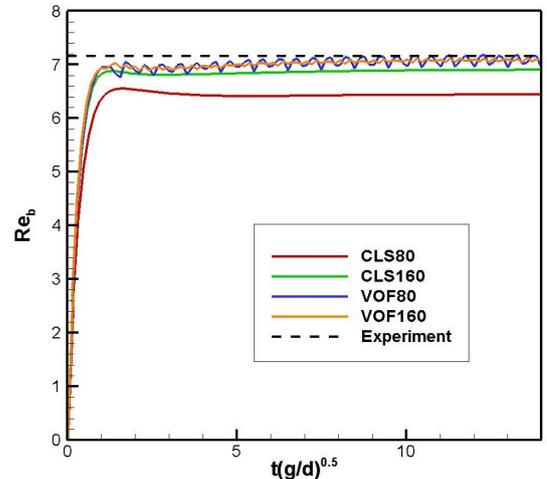


Fig. 2: Time evolution of the bubble Reynolds number.



Fig. 3: Bubble shape observed in experiments⁽¹³⁾.



Fig. 4: Bubbles shape in CLS.

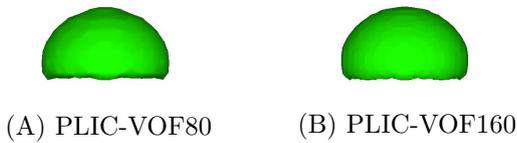


Fig. 5: Bubble shape in PLIC-VOF.

気泡形状は CLS 法と PLIC-VOF 法ともに実験結果と同様なものが再現できていることがわかる。しかし、気泡上昇速度を見てみると CLS 法で格子を細かくしたときよりも PLIC-VOF 法で格子が粗いときの方が実験値に近い値に収束していることがわかる。このことから、PLIC-VOF 法を用いた場合の方が、より少ない格子点数での計算が可能となることがわかる。

6.2 一様せん断流中の上昇気泡

一様せん断流中の上昇気泡の解析を行った。初期条件を静止流体としたときと乱流としたときの 2 通りで行った。初期乱流は Pumir⁽¹⁵⁾ の Run No.3 のパラメータを用いた。各種パラメータを Tab. 2 に示す。CLS 法を用いた場合の解析結果として無次元時間 $St=4$ の時の気泡と渦構造を可視化したものを Figs. 6, 7 に示す。

Figs. 6, 7 を比較すると、乱流の影響により気泡の後流渦が崩れていることがわかる。

PLIC-VOF 法を用いた場合の解析結果については発表時に示す予定である。

Tab. 2: Parameters for rising bubble test

Domain size	$4\pi \times 2\pi \times 2\pi$
Grid number	$512 \times 256 \times 256$
Diameter of bubbles	$\pi/2$
Viscosity ratio	0.05
Density ratio	0.05
Eötvös number Eo	4.56
Morton number Mo	2.05×10^{-9}
Shear Reynolds number Re_S	1.65×10^2
Shear rate S	1.0
Boundary condition	x, z : Periodic y : Shear-periodic

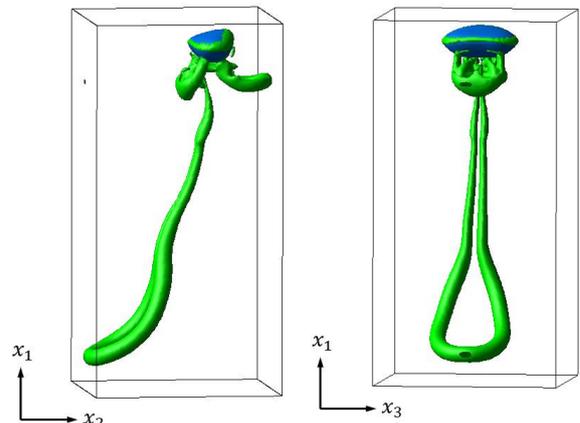


Fig. 6: Bubble and vortex tubes in laminar linear shear flow.

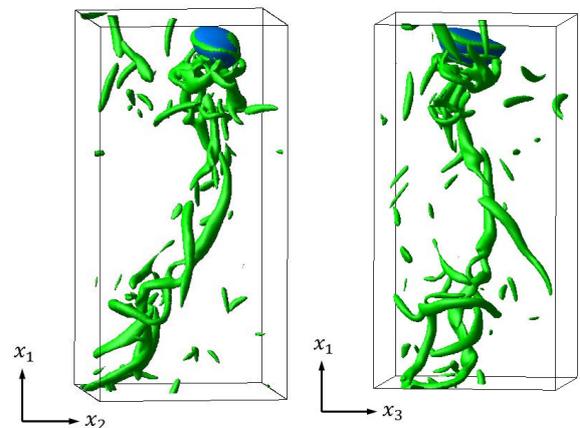


Fig. 7: Bubble and vortex tubes in homogeneous shear turbulence.

参考文献

- (1) Serizawa A., Kataoka I. and Michiyoshi I. , “ Turbulence structure of air-water bubbly flow. II. Local properties” *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.2, (1975), pp. 235-246.
- (2) Liu T. J. , “ Bubble size and entrance length effects on void development in a vertical channel, ” *International Journal of Multiphase Flow*, Vol.19, (1993), pp. 99-113.
- (3) Lu J. and Tryggvason G. , “ Effect of bubble deformability in turbulent bubbly up flow in a vertical channel, ” *Physics of Fluids*, Vol.20, (2008), 040701.
- (4) Marco E. Rosti, Francesco De Vita and Luca Brandt, “ Numerical simulations of emulsions in shear flows, ” *Acta Mechanica*, Vol.230, issue 2, (2019) pp. 667-682.
- (5) Olsson E., Kreiss G., “ A Conservative Level Set Method for Two Phase Flow, ” *Journal of Computational Physics*, Vol.210, (2005) pp. 225-246 .
- (6) Ii S., Sugiyama K., Takeuchi S., Takagi S., Matsumoto Y., Xiao F., “ An interface capturing method with a continuous function: the THINC method with multi-dimensional reconstruction. *Journal of Computational Physics* ” Vol.231 , issue 5 (2012) pp. 2328-2358
- (7) Baraldi A., Dodd M.S., Ferrante A., “ A mass-conserving volume-of-fluid method: Volume tracking and droplet surface-tension in incompressible isotropic turbulence, ” *Computers Fluids*, Vol.13, (2014), pp. 322-337.
- (8) Aulisa E, Manservigi S, Scardovelli R, Zaleski S, “ Interface reconstruction with least-squares fit and split advection in three-dimensional Cartesian geometry, ” *Journal of Computational Physics*, Vol.225, (2007), pp. 2301-2319.
- (9) Scardovelli R. and Zaleski S., “ Interface reconstruction with least-square fit and split Eulerian-Lagrangian advection, ” *International Journal for Numerical Method In Fluid*, Vol.41, (2003), pp. 251-274.
- (10) Aulisa E., Manservigi S., Scardovelli R., Zaleski S., “ A geometrical area-preserving Volume of Fluid advection method, ” *Journal of Computational Physics*, Vol.192, (2003), pp. 355-364.
- (11) Lòpez J. and Hernández J., “ On reducing interface curvature computation errors in the height function technique, ” *Journal of computational Physics*, Vol.229, (2010), pp. 4855-4868.
- (12) Waclawczyk T., “ A Consistent Solution of the Re-Initialization Equation in the Conservative Level-Set Method, ” *Journal of Computational Physics*, Vol.299, (2015) pp. 487-525.
- (13) Chiodi R., Desjardins O., “ A Reformulation of the Conservative Level Set Reinitialization Equation for Accurate and Robust Simulation of Complex Multiphase Flows, ” *Journal of Computational Physics*, Vol.343, (2017) pp. 186-200.
- (14) Bhada D., Weber M.E., “ Bubble in viscous liquids :shapes,wakes and velocities, ” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.105, (1981) pp. 61-85.
- (15) Pumir A., “ Turbulence in homogeneous shear flows ” . *Physics of Fluids*, Vol.8, (1996) pp. 3112-3127.