

# 可変境界条件を有する ALE シームレス仮想境界法の構築

Construction of ALE seamless immersed boundary method with variable boundary conditions

- 大島 昂樹, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : takakinakamura1210@gmail.com
- 西田 秀利, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : nishida@kit.ac.jp
- 田中 満, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : mtanaka@kit.ac.jp
- 田尻 恭平, 京工織大院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, E-mail : tajiri@kit.ac.jp
- Takaki OSHIMA, Dept.of Mechanophysics.,Kyoto inst.Tech., Matsugasaki, Kyoto, 606-8585, JAPAN
- Hidetoshi NISHIDA, Dept.of Mechanophysics.,Kyoto inst.Tech., Matsugasaki, Kyoto, 606-8585, JAPAN
- Mitsuru TANAKA, Dept.of Mechanophysics.,Kyoto inst.Tech., Matsugasaki, Kyoto, 606-8585, JAPAN
- Kyohei TAJIRI, Dept.of Mechanophysics.,Kyoto inst.Tech., Matsugasaki, Kyoto, 606-8585, JAPAN

In this paper, a new approach, i.e., ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) seamless immersed boundary method with variable boundary conditions, is proposed for simulating the flow around a moving object on the Cartesian grid. This method is constructed by the ALE approach and the seamless immersed boundary method. The ALE approach is equivalent to move the computational domain itself. The present approach is applied to the flow around a moving circular cylinder with wall and open boundary conditions, and the present solutions are compared with ones obtained by the conventional approach. As a result, it is found that the present ALE approach gives the appropriate solutions comparable to the conventional ones, and the present computational effort becomes less than the conventional approach. Then, it is concluded that the present ALE approach is very efficient and versatile for simulating the flow around a moving object with variable boundary conditions.

## 1. 緒言

計算流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD) は流れの支配方程式を数値的に解き, コンピュータ上で流れを再現し, 流動現象を解析するものである. CFD の発達に伴い, 製品の設計や開発において, 実験が困難な場合でも数値解を与えることができ, その低コストかつ迅速性により, 開発コストの削減とリードタイム短縮を図ることが出来るようになってきている.

複雑形状を有する物体周りの流れ解析において, 従来では, 境界適合座標系が一般的に採用されてきた. しかし, 物体形状の複雑化により, 格子生成の自動化が困難となるため, 境界適合座標系に比べて, 格子生成が容易であり, 計算効率に優れたデカルト座標系での格子生成が現在再び注目されている. デカルト座標系において物体表面を仮想境界点で表現する方法の一つとして仮想境界法が提案されている. 仮想境界法とは, 仮想境界点での速度条件を満足するように運動方程式に外力項を付加して計算を行う手法である. しかしながら, 仮想境界近傍で, 非物理的な圧力振動が生じるため, 物体表面上の物理量を正確に求めることが困難になる. これを解決するため, 物体内部の格子点上においても物体の速度条件を満たすように外力項を付加して計算を行うシームレス仮想境界法<sup>(1)</sup>と呼ばれる手法が提案されている.

流体内を物体が移動する数値シミュレーションにおいて, 従来では, 計算領域内を物体が移動する手法が採用されてきた. しかし, 従来の手法では主に 3 つの問題点がある. まず, 最初に計算領域が有限の大きさでしか取れない点, 次に移動物体が計算格子を跨いで移動する際に, 非物理的な圧力振動が生じる点, 最後に 1 ステップの移動で 1 メッシュを超えてはならない時間刻み幅の制約がある. この問題点を解決するために, 本研究では, 流体内を物体が移動する数値シミュレーションに対する手法として ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法<sup>(2)</sup>が採用される. 移動境界問題へ適用する場合, 通常, 座標系を物体の移動に合わせて再設定し直す必要があり, 計算時間の増大や複雑化の原因となるが, ALE 法は Lagrange 法と Euler 法の有効な部分を合わせて, 物体の移動を表現する手法である. この手法では, 物体の移動にともなって計算領域を移動させるため, 物体と計算格子の位置関係を変化させることなく計算を行うことができる. そのため, 物体の移動による計算格子の再設定は必要としない.

しかし, 先に述べたシームレス仮想境界法と ALE 法を併用した ALE シームレス仮想境界法<sup>(3)</sup>を, 時々刻々外部状況が変化する可変境界条件適用する試みは行われていない. そこで本研究では ALE シームレス仮想境界法の有効性を検証し, 可変境界条件を有する ALE シームレス仮想境界法の数値シミュレーションを行い, 従来の手法と比較する.

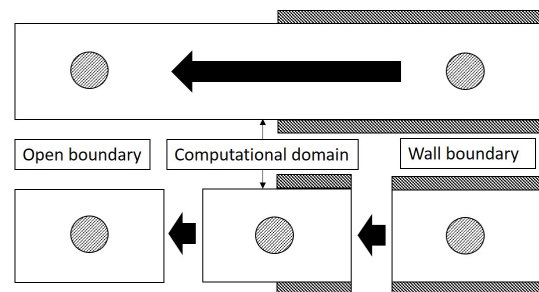


Fig. 1: Computational approaches for flow around a moving object with variable boundary conditions.

## 2. 基礎方程式

基礎方程式は, 以下に示す無次元化された連続の式, ALE 表示非圧縮性ナビエ・ストークス方程式 (ALE 表示 NS 方程式) である.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_j - c_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + G_i \quad (2)$$

ここで,  $u_i$  は速度成分,  $p$  は圧力である. また  $c_j$  は計算格子の移動速度を表す. なお,  $Re$  はレイノルズ数,  $G_i$  は外力項を表す.

## 2.1 ALE シームレス仮想境界法 (ALE-SIBM)

シームレス仮想境界法 (SIBM) に対する運動方程式は、非圧縮性ナビエ・ストークス方程式に外力項  $G_i$  を付加した式 (2) のような形となる。また、支配方程式に付加する外力項を評価することに関して、直接外力評価法<sup>(4)</sup>を採用する。直接外力評価法では、仮想境界上において速度条件を満たすように、境界に最も近いセルでの値を線形補間により導出し、そのセルにおいて支配方程式に付加すべき外力項の値を計算する。すなわち、 $\bar{U}$  に対しては、Fig.1 のように、境界に最も近いセルでの速度  $U$  を、隣接するセルの速度  $u_{i+1}$  と境界上での速度  $U$  から線形的に求め、 $u_i = \bar{U}$  とする。

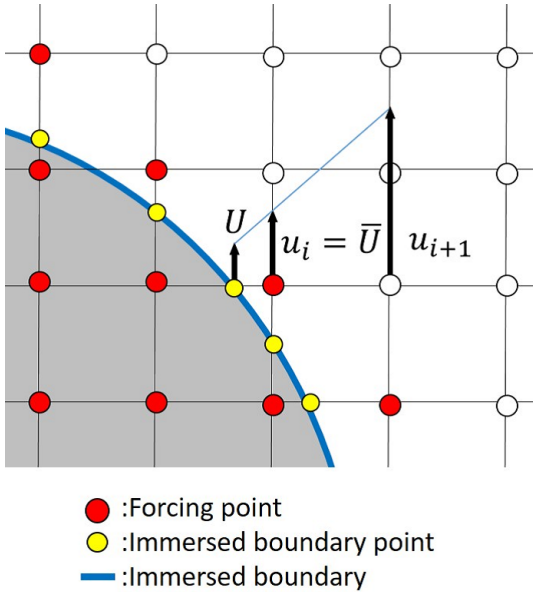


Fig. 2: Forcing points for seamless immersed boundary method.

外力項は時間積分に前進オイラー法を用いる場合、以下のように評価される。

$$G_i^n = [(u_j - c_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}]^n + \frac{\bar{U}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (3)$$

ここで、 $\bar{U}_i^{n+1}$  は線形補間によって評価した速度であり、次時間段階における速度が  $u_i^{n+1} = \bar{U}_i^{n+1}$  の関係を満たすことになる。

## 2.2 数値計算法

計算格子はコロケーション格子を採用し、ナビエ・ストークス方程式の解法には Fractional Step 法を適用する。時間微分項の離散化には前進オイラー法、空間微分項の離散化に関しては移流項に対しては 2 次精度保存性差分法<sup>(5)</sup>、圧力項・拡散項に対しては 2 次精度中心差分法を適用する。圧力方程式の解法には SOR 法を用いて収束解を得るものとする。

## 3. ALE シームレス仮想境界法を用いた移動円柱周りの

### 流れの数値シミュレーション

本章では ALE シームレス仮想境界法を用いて、開境界を有する移動円柱周りの流れと移動円柱を有する 2 次元平行平板間流れの定常解を求める。ここで、 $D$  は円柱の直径を表し、円柱は仮想境界により表現する。

## 3.1 移動円柱周りの流れの解析

### 3.1.1 計算条件と計算格子 流路の概要図を以下に示す。

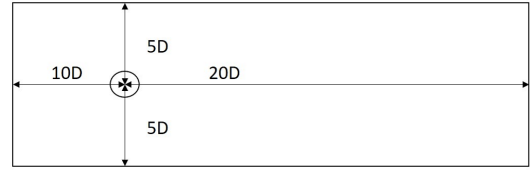


Fig. 3: Computational domain for flow around a circular cylinder.

計算領域は  $x-y$  平面で  $x$  方向に  $30D$ 、 $y$  方向に  $10D$  とする。また、計算格子は、格子幅を  $x$  方向、 $y$  方向ともに  $0.0125D$  とする等間隔格子による計算を行う。格子点数は  $x$  方向に 3200 点、 $y$  方向に 800 点である。また、ALE 法を適用した場合、その計算格子の移動速度  $c_i = (c_x, c_y) = (-1.0, 0.0)$  とする。

**3.1.2 初期条件** 初期条件は一様流中 ( $u = 0.0, v = 0.0, p = 1.0$ ) に突然円柱が出現したとする衝撃出発とする。また、レイノルズ数  $Re$  は  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 、 $Re = 40$  とする。

**3.1.3 境界条件** 境界条件速度、圧力の境界条件は流入境界、流出境界、上下境界、仮想境界・仮想境界内部それぞれに以下のように設定する。

- (1) 流入境界条件：速度は静止流固定であり、圧力は 0 次外挿とする。
- (2) 流出境界条件：速度は線形外挿であり、圧力はゾンマーフェルト放射条件とする。
- (3) 上下境界条件：速度は線形外挿であり、圧力はゾンマーフェルト放射条件とする。
- (4) 仮想境界及び仮想境界内部条件：速度は  $u = -1.0, v = 0.0$  とする。

ゾンマーフェルト放射条件<sup>(6)</sup>は次式で与えられ、境界上で境界に垂直な方向に対する移流方程式を解くことを基本とする。Figure 3 の場合、

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_c \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $u_c$  は移流速度を表す。

**3.1.4 抗力係数** 定量的比較のために次式を用いて抗力係数  $C_D$  を求める。

$$C_D = - \int_S (G_x - \frac{\partial u}{\partial t} - u_j \frac{\partial u}{\partial x_j}) ds / (\frac{1}{2} \rho U^2 D) \quad (5)$$

ここで、 $S$  はシームレス仮想境界法において外力項を付加する領域を表す。

**3.1.5 計算結果** 以上の計算条件に基づいて行った計算結果を以下に示す。

Figure 5 は定常状態における圧力場を表している。Figure 5 を見ると境界近傍において、非物理的な圧力振動が取り除かれていることが分かる。また、境界内部における速度は  $u = -1.0, v = 0.0$  を  $10^{-10}$  のオーダーで満たしている。Table 1 は抗力係数、双子渦長さの特性量の比較を表している。これらより、ALE シームレス仮想境界法は定性的及び定量的に妥当な解を与えることが認められる。

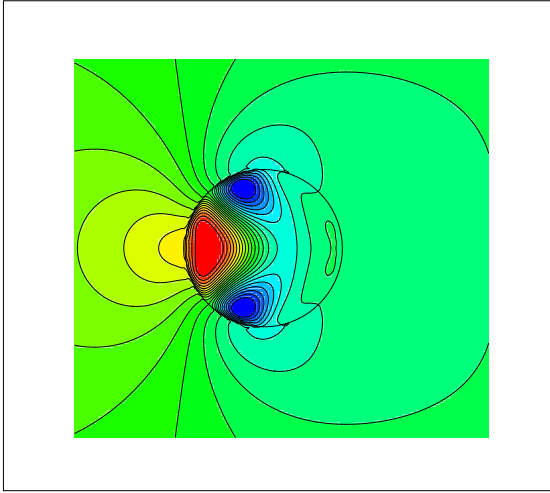


Fig. 4: Pressure profile for flow around a circular cylinder.

Tab. 1: Drag coefficient and length of recirculation

	$C_D$	$L/D$
Present	1.505	2.37
Fornberg <sup>(7)</sup>	1.498	2.24
Dennis et al. <sup>(8)</sup>	1.522	2.35
Guo et al. <sup>(9)</sup>	1.475	-
Calhoun <sup>(10)</sup>	1.620	2.18

### 3.2 非対称位置に置かれた移動円柱を有する 2 次元平行平板間流れの解析

#### 3.2.1 計算条件と計算格子 流路の概要図を以下に示す.

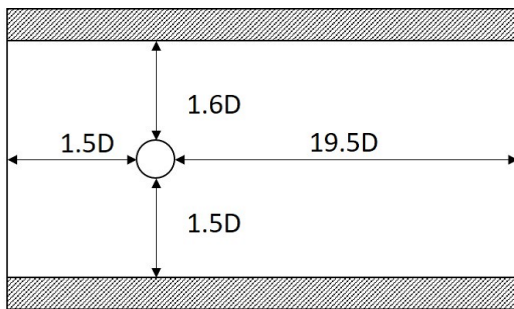


Fig. 5: Computational domain for flow around an asymmetrically located circular cylinder in 2D channel.

計算領域は  $x-y$  平面で  $x$  方向に  $22D$ ,  $y$  方向に  $4.1D$  とする. また, 計算格子は, 格子幅を  $x$  方向,  $y$  方向ともに  $0.0125D$  とする等間隔格子よりの計算を行う. 格子点数は  $x$  方向に 880 点,  $y$  方向に 164 点である. また, ALE 法を適用した場合, その計算格子の移動速度  $c_i$  を  $c_i = (c_x, c_y) = (-1.0, 0.0)$  とする.

**3.2.2 初期条件** 初期条件は一様流中 ( $u = 0.0, v = 0.0, p = 1.0$ ) に突然円柱が出現したとする衝撃出発とする. また, レイノルズ数  $Re$  は  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $Re = 20$  とする.

**3.2.3 境界条件** 境界条件速度, 圧力の境界条件は流入境界, 流出境界, 上下境界, 仮想境界・仮想境界内部それぞれに以下のように設定する.

- (1) 流入境界条件: 速度は静止流固定であり, 圧力は 0 次外挿とする.
- (2) 流出境界条件: 速度は線形外挿であり, 圧力はゾンマーフェルト放射条件とする.
- (3) 上下境界条件: 速度は滑りなし条件であり, 圧力はノイマン条件とする.
- (4) 仮想境界及び仮想境界内部条件: 速度は  $u = -1.0, v = 0.0$  とする.

**3.2.4 抗力係数** 定量的比較のために式 (5) を用いて抗力係数  $C_D$  を求める.

**3.2.5 計算結果** 以上の計算条件に基づいて行った計算結果を以下に示す.

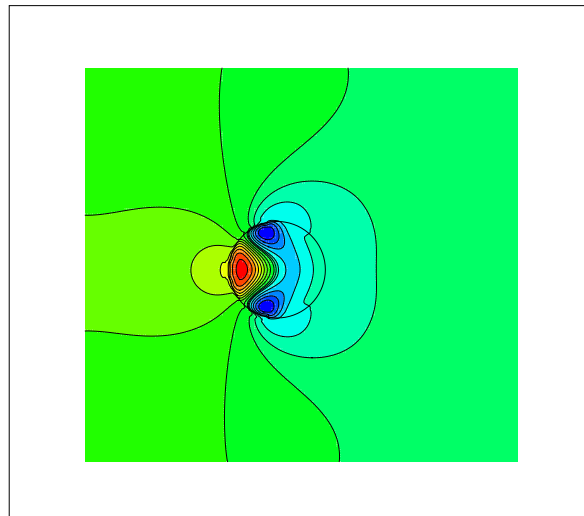


Fig. 6: Pressure profile for flow around a circular cylinder.

Tab. 2: Drag coefficient

	$C_D$
Present	5.649
Chen et al. <sup>(11)</sup>	5.679
Schafer et al. <sup>(12)</sup>	5.57-5.59

Figure 6 は定常状態における圧力場を表している. Figure 6 を見ると, 円柱上方の流路幅と下方の流路幅が異なることによる上下非対称の流れになっており, 流れの特徴が再現されている. また, 境界近傍での非物理的な圧力振動はなく, 仮想境界外から境界内部にかけて滑らかな分布が得られていることがわかる. Table 2 は抗力係数の比較を示している. これらより, ALE シームレス仮想境界法は適切な計算解を得られていることが分かる.

#### 4. 可変境界条件を有する移動円柱周りの流れ解析

本章では, 可変境界条件を有する移動円柱の数値シミュレーションを行う. 計算領域の上下境界を壁面境界から開境界に変化させた. シームレス仮想境界法では, 計算領域中を円柱が移動するのに対し, ALE シームレス仮想境界法では円柱を含んだ計算領域自体を移動させる.

#### 4.1 計算条件と計算格子 流路の概要を以下に示す。

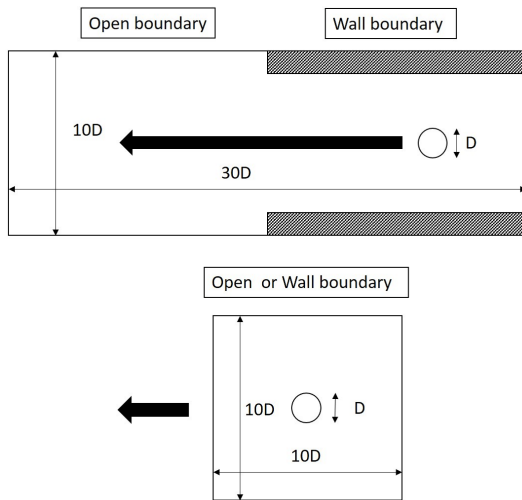


Fig. 7: Computational domains for flow around a moving circular cylinder with variable boundary conditions.

- (1) ALE シームレス仮想境界法：計算領域は  $x-y$  平面で  $x$  方向に  $10D$ ,  $y$  方向に  $10D$  とする。また、計算格子は、格子幅を  $x$  方向,  $y$  方向ともに  $0.025D$  とする等間隔格子によりの計算を行う。格子点数は  $x$  方向に 400 点,  $y$  方向に 400 点である。また、計算格子の移動速度  $c_i$  を  $c_i = (c_x, c_y) = (-1.0, 0.0)$  とする。
- (2) シームレス仮想境界法：計算領域は  $x-y$  平面で  $x$  方向に  $30D$ ,  $y$  方向に  $10D$  とする。また、計算格子は、格子幅を  $x$  方向,  $y$  方向ともに  $0.025D$  とする等間隔格子によりの計算を行う。格子点数は  $x$  方向に 1200 点,  $y$  方向に 400 点である。また、この場合、計算格子は移動しないため、移動速度  $c_i$  は  $c_i = (c_x, c_y) = (0.0, 0.0)$  とする。

#### 4.2 初期条件

両手法とも、初期条件は一様流中 ( $u = 0.0, v = 0.0, p = 1.0$ ) に突然円柱が出現したとする衝撃出発とする。また、レイノルズ数  $Re$  は  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $Re = 20$  とする。

#### 4.3 境界条件

境界条件速度, 圧力の境界条件は流入境界, 流出境界, 仮想境界・仮想境界内部それぞれに以下のように設定する。

- (1) 流入境界条件：速度は静止流固定であり、圧力は 0 次外挿とする。
- (2) 流出境界条件：速度は線形外挿であり、圧力はゾンマーフェルト放射条件とする。
- (3) 上下境界条件：壁面境界において、速度は滑りなし条件であり、圧力はノイマン条件とする。開境界において、速度は線形外挿であり、圧力はゾンマーフェルト放射条件とする。
- (4) 仮想境界及び仮想境界内部条件 (円柱内部領域)：速度は  $u = -1.0, v = 0.0$  とする。
- (5) 仮想境界及び仮想境界内部条件 (壁内部領域)：速度は  $u = 0.0, v = 0.0$  とする。

#### 4.4 抗力係数

定量的比較のために式 (5) を用いて抗力係数  $C_D$  を求める。

#### 4.5 計算結果

以上の計算条件に基づいて行った計算結果を以下に示す。

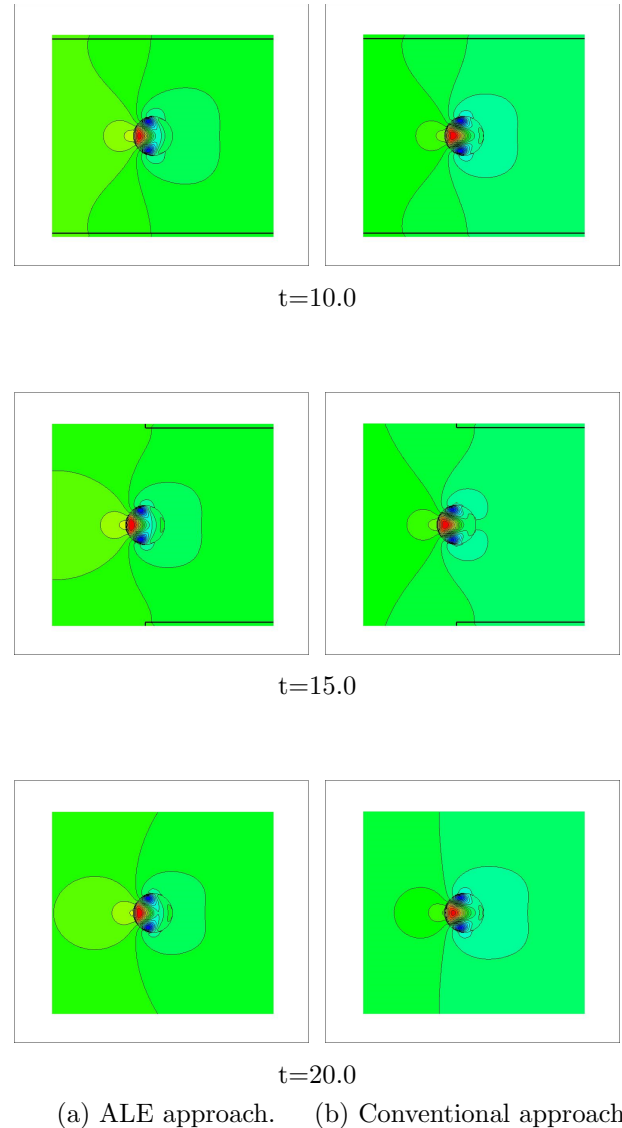


Fig. 8: Comparison of pressure profiles at different times.

Figure 8 は異なる時間における可変境界条件を有する移動円柱周りの圧力場を表している。円柱は  $t = 10.0$  で平行平板間内を移動し、 $t = 15.0$  で平行平板間内を抜け出し始め、 $t = 20.0$  では完全に開境界中を移動する。この時、壁内部領域は計算領域に含まれない状態に達する。従来の手法と比べると、ALE シームレス仮想境界法はその時間段階においても同等な分布を再現できていることが分かる。また、両手法とも境界近傍において、非物理的な圧力振動が取り除かれている。Figure 9 は抗力係数  $C_D$  の時間履歴を表している。Figure 9 を見ると ALE シームレス仮想境界法は従来の手法と若干異なっている。従来の手法では、壁面境界と開境界の両条件が初期状態から考慮されている。一方で、ALE シームレス仮想境界法では初期状態において壁面境界しか考慮されていない。この条件の違いによって、抗力係数が若干異なっていると

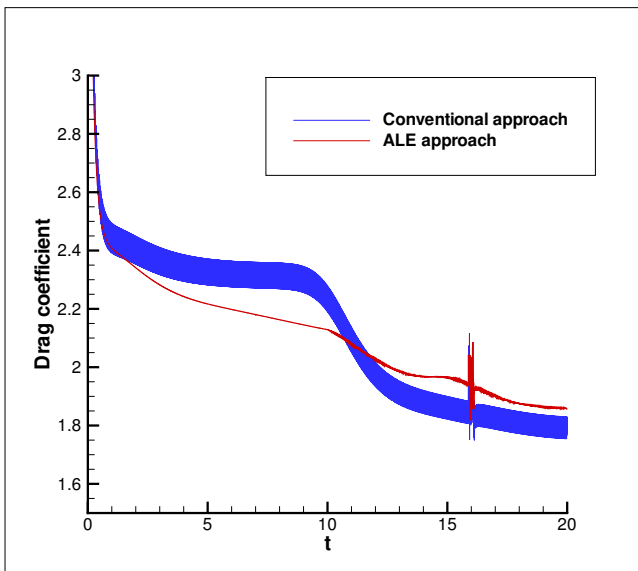
考えられる。しかし、定性的に見て ALE シームレス仮想境界法は壁面境界から開境界への可変境界条件において移動円柱周りの流れを再現できている。従来の手法では、移動円柱が計算格子を跨ぐ際に規則的な振動が発生しているが、ALE シームレス仮想境界法では、振動は抑制されている。両手法とも  $t = 16.0$  において、大きな振動が発生しているが、これは壁面境界から開境界に切り替わったことが要因として考えられる。また、ALE シームレス仮想境界法の計算領域は従来の手法の計算領域に比べ小さく、ALE シームレス仮想境界法は効果的な手法であることが分かる。

開境界への可変境界条件を有する移動円柱周りの流れへ適用した。その結果、以下の結論を得た。

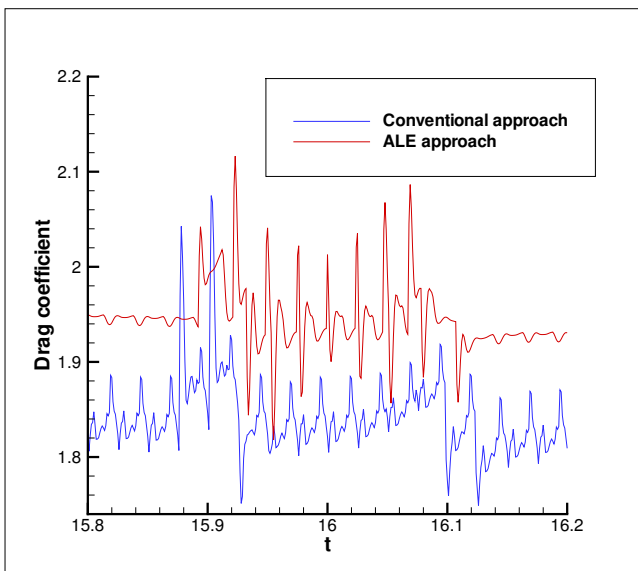
- (1) ALE シームレス仮想境界法は、計算領域内を物体が移動する従来の手法と同等な流れ場の再現が可能である。
- (2) ALE シームレス仮想境界法は、時間と共に外部状況が変化する可変境界条件に対しても、有効に機能する。

#### 参考文献

- (1) Nishida, H. and Sasao, K., (2009): "Incompressible flow simulations using virtual boundary method with new direct forcing terms estimation". Computational Fluid Dynamics 2006, Springer, pp.371-376.
- (2) Hirt, C.W., Amsden, A.A., and Cook, A.L., "An arbitrary Lagrangian-Eulerian method for all flow speeds," J.Comput. Phys., 135, (1997), pp.203-216.
- (3) Tajiri, K., Nishida, H., and Tanaka, M., (2014): "Large eddy simulation of turbulent flow using seamless immersed boundary method". Proc. 8th International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD8-197, pp.1-13.
- (4) Fadlun, E.A., Verzicco, R., Orlandi, P., and Mohdysosof, J., "Combined immersed boundary finite difference methods for three-dimensional complex simulation," J.Comput. Phys., 161, (2000), pp.35-60.
- (5) Morinishi, Y., Lund, T.S., Vasilyev, O.V., and Moin, P., (1998): "Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow", J.Comput. Phys., 143, pp.90-124.
- (6) Kawakami, K., Nishida, H., and Satofuka, N., (1994): "An open boundary condition for the numerical analysis of unsteady incompressible flow using the vorticity-streamfunction formulation", Trans. JSME (B), 60-574, pp.1891-1896, (in Japanese).
- (7) Fornberg, B., (1980): "A numerical study of steady viscous flow past a circular cylinder", Journal of Fluid Mechanics, 98-4, pp.819-869.
- (8) Dennis, S.C.R. and Chang, G.Z., (1970): "Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100", Journal of Fluid Mechanics, 42-3, pp.471-489.
- (9) Guo, Z. and Zhao, T.S., (2002): "Explicit finite difference lattice Boltzmann method for curvilinear coordinates", Physical Review E, 67, pp.1-12.
- (10) Calhoun, D., (2001): "A Cartesian grid method for solving the two-dimensional streamfunction-vorticity equations in irregular regions", J.Comput. Phys., 165, pp.231-275.
- (11) Chen, D.J., Lin, K.H., and Lin, C.A., (2007): "Immersed boundary method based lattice Boltzmann method to simulate 2D and 3D complex geometry flows", International Journal of Modern Physics C, 18, pp.585-594.
- (12) Schafer, M. and Turek, S., (1996): "Benchmark computations of laminar flow around a cylinder", Notes in Numerical Fluid Mechanics (Vieweg Verlag, Braunschweig), 52, pp.547-566.



(a) Overall view.



(b) Close-up view.

Fig. 9: Time history of drag coefficient.

#### 5. 結論

本研究では、物体の移動に伴って計算領域を移動させる ALE シームレス仮想境界法を提案し、壁面境界から