# 非平衡凝縮を考慮した非定常遷音速タービン翼列流れの数値シミュレーション

Numerical Simulation of Unsteady Transonic Turbine Cascade Flows with Non-equilibrium Condensation

大友 宏之, 東北大院, 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 01, E-mail: otomo@caero.mech.tohoku.ac.jp
山本　悟 , 東北大工, 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 01, E-mail: yamamoto@caero.mech.tohoku.ac.jp
Hiroyuki OTOMO, Dept. of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku Univ., Sendai 980-8579, JAPAN
Satoru YAMAMOTO, Dept. of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku Univ., Sendai 980-8579, JAPAN

Condensation in a steam turbine cascade flow at the final stage is numerically investigated. Flow equations coupled with condensation model based on classical condensation theory are solved using Roe's Riemann solver modified by the higher-order MUSCL-TVD scheme and the maximum second-order approximate-factorization method. The calculated results are compared with the experimental data reported by Bakhtar et al.

## １．緒言

蒸気タービン内部の低圧部最終段 tip 付近では急激な膨張により局所温度の減少にしたがって飽和蒸気圧が急激に減少し、結果的に水蒸気が凝縮を起こして多量の液滴を発生させる。この液滴がタービン段の性能を低下させることがよく知られている。蒸気タービンは電力供給を行なう上での主要な流体機械要素であるため気液二相流を作動流体とするタービン翼列流れの研究は重要であるといえる。

タービン翼列における凝縮の影響のうち特に重要なのが凝縮によって生ずる局所的な熱力学的な非平衡状態である。これは凝縮により蒸気中で潜熱が放出されることによって引き起こされる。また、この潜熱の放出により流れ場の圧力が上昇し、凝縮衝撃波と呼ばれる衝撃波を発生させることが知られている。これはタービン内部の流れをより複雑にし、タービンの効率を著しく悪化させると考えられる。

近年、気液二相流を作動流体とする蒸気タービン翼列に関する実験や解析が行われるようになってきた[(1)(2)]。しかしながら二相流の複雑さや流れの非定常性から精度の良い結果は得られていない。本研究は非平衡凝縮を考慮したタービン翼列の数値解析を、古典凝縮論に基づいた凝縮モデルを用いて計算し、凝縮現象が非定常流れに及ぼす影響を調べる。

### 記　号

$c$ : 音速
$e$ : 単位体積あたりの岐点内部エネルギー
$I$ : 単位体積、単位時間あたりの核生成率
$n$ : 液滴の数密度
$p$ : 静圧
$k$ : 乱れの運動エネルギー
$\varepsilon$ : の散逸率
$T$ : 静温度
$u_i$ : 物理速度の $x_i$ 成分
$x_i$ : デカルト座標成分
$b$ : 液相の質量分率
$\Gamma$ : 液相の質量生成率
$\mu$ : 粘性係数
$\mu_t$ : 渦粘性係数
$\kappa$ : 熱伝導率
$\kappa^t$ : 熱の渦拡散係数
$s$ : 液滴の表面張力
$x_i$ : 曲線座標成分
$\rho$ : 密度
$R_v$ : 蒸気の気体定数

### 添　字

$v$ : 水蒸気
$l$ : 液相
$m$ : 二相流体

## ２．支配方程式

本研究では石坂ら[(3)]が提案した非平衡凝縮を考慮した基礎方程式である水蒸気の質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則、液滴の質量保存則、液滴の数密度の保存則を連立して解く。凝縮粒子と気相は局所的に平衡状態である均質流を仮定した。生成項には古典凝縮論に基づく非平衡凝縮モデルが用いられる。支配方程式を一般曲線座標系で表わせば、

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\hat{L}(\hat{Q})=\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{F}_i}{\partial \xi_i}+\frac{1}{Re}\hat{S}+\hat{H}=0 \tag{1}$$

ここで、$\hat{Q}$ は未知変数ベクトル、$\hat{F}_i$ は流束ベクトル、$\hat{S}$ は粘性項、$\hat{H}$ は凝縮・蒸発に伴う生成項であり、以下のように表わされる。

$$\hat{Q}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u_1\\ \rho u_2\\ e\\ \rho k\\ \rho\varepsilon\\ \rho b\\ \rho n\end{bmatrix},\ \hat{F}_i=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho U_i\\ \rho u_1U_i+(\partial x_i/\partial x_1)p\\ \rho u_2U_i+(\partial x_i/\partial x_2)p\\ (e+p)U_i\\ \rho kU_i\\ \rho\varepsilon U_i\\ \rho bU_i\\ \rho nU_i\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\hat{S}=-\frac{1}{J}\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}\frac{\partial}{\partial \xi_i}\begin{bmatrix}0\\ \tau_{1j}\\ \tau_{2j}\\ \tau_{kj}u_k+(\kappa+\kappa^t)\partial T/\partial x_j\\ (\mu+\mu_t/C_k)\partial k/\partial \xi_i\\ (\mu+\mu_t/C_\varepsilon)\partial \varepsilon/\partial \xi_i\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\ \hat{H}=-\frac{1}{J}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ f_k\\ f_\varepsilon\\ \Gamma\\ \rho I\end{bmatrix} \tag{3}$$

ここで $J$ は変換のヤコビアン、$U_i$ は反変速度成分、$\tau_{ij}$ は粘性応力で次のように表わされる。

$$J = \partial(x_1, x_2)/\partial(x_1, x_2) \tag{4}$$

$$U_i = (\partial x_j / \partial x_i) u_j \quad (i=1,2) \tag{5}$$

$$t_{ij} = (m + m_t)\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3} d_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right] \quad (i,j=1,2) \tag{6}$$

$$-\frac{2}{3} d_{ij} r k Re$$

また $f_k$ と $f_e$ は乱流モデルの $k$ および ε 方程式の生成項であり、式中の $C_k$ , $C_e$ は経験定数で Chien の低レイノルズ型乱流モデルに基づいている。

非平衡凝縮における液相の質量生成率 Γ は古典凝縮論に基づき、凝縮核生成と液滴の成長による質量増加の和で本解法では次のように表わされる。

$$\Gamma = \frac{4}{3} p r_l I r_*^3 + 4 p r_l n r^2 \frac{dr}{dt} \tag{9}$$

ここで $I$ は凝縮核生成率[4]、$r_*$ は Kelvin-Helmholtz の凝縮核臨界半径、$r$ は液滴の平均半径とし、次式で与えられる。

$$I = \frac{q_c}{1+q}\left(\frac{2s}{pm^3}\right)^{1/2} \frac{r_v^2}{r_l} \exp\left[-\frac{4 p r_*^2 s}{3kT}\right] \tag{10}$$

$$q = \frac{2(g_v - 1)}{(g_v + 1)} \frac{\Delta H}{R_v T}\left[\frac{\Delta H}{R_v T} - 0.5\right] \tag{11}$$

$$r_* = \frac{2s}{r_l R_v T \ln(s)} \tag{12}$$

ただし $q_C$ は凝縮係数、θ は温度非平衡の補正項[5]、$m$ は水分子 1 個の質量、$\gamma_v$ は蒸気の比熱比、$k$ はボルツマン定数、$s$ は過飽和蒸気圧率、$\Delta H$ は潜熱で気相と液相のエンタルピの差で与えられる。

また、$dr/dt$ は 1 個の液滴の成長を表し、Heltz-Knudsen モデルを用いて次のように表される。

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a}{r_l} \frac{p_v - p_s}{\sqrt{2pR_vT}} \tag{13}$$

ただし α は経験定数である。

湿り蒸気中では液滴の存在により音速が変化することが知られており石坂ら[3]は気液二相流を伝播する音速を均質流の仮定と熱力学的関係から以下のように定式化した。

$$c^2 = \frac{C_{pm}}{C_{pm} - (1-b)R_v} \frac{p}{r} = g_m \frac{p}{r} \tag{14}$$

ここで $C_{pm}$ は液相と気相の定圧比熱を液相の質量分率 β で線形結合したものである。$\gamma_m$ は二相流体の比熱比を表わす。

## 3．数値解法

数値計算法は以下のように要約できる。

(1) 4 次精度 Compact MUSCL TVD スキーム[6]によって未知変数を高次外挿する。
(2) 時間積分は、Newton 反復法と Crank-Nicolson 法を導入した時間最大 2 次精度対角化近似因子化法[7]を用いる。
(3) 空間の離散化には、Roe の近似リーマン解法に基づく流束差分離法を用いる。
(4) 粘性項には 2 次精度の中心差分を用いる。

## 4．計算結果

### 4．1　蒸気タービン最終段翼列流れ

本計算では格子点数 151×59 の H 型格子を用いた。翼型は Bakhtar[1] らの行なった実験翼と同型である。計算条件を Table 1 に示す。

Table 1

| | CASE1 | CASE2 |
|---|---|---|
| 岐点温度(K) | 419.4 | 360.8 |
| 過熱度 | +46.6 | -11.9 |
| 岐点圧力(bar) | 0.997 | 0.999 |
| 出口静圧(bar) | 0.423 | 0.427 |
| 圧力比 | 2.36 | 2.34 |

CASE1 は比較のための凝縮が起きない条件での計算である。

Fig.1 に CASE1 における計算で得られたマッハ数線図を示す。実験におけるシュリーレン写真[1]との比較では翼後縁からの衝撃波が隣接する翼の負圧面側にぶつかり反射している様子など流れ場の様子が定性的に良く再現されている。Fig.2 に CASE2 におけるマッハ数分布を示す。CASE1 と比較すると衝撃波が弱まっている。これは凝縮により潜熱が放出されたため温度が上昇し、それに伴って圧力も上昇するからこれによる影響と考えられる。Fig.3 に液相の質量分率を示す。翼列流路内に液相が存在していることが示されている。今回用いられている翼列形状はのど部から流路が拡大するいわゆる中細ノズル形状になっており、液相が存在するのは流路が急拡大している地点に一致する。今回の計算条件ではノズル出口の背圧が十分に低くなっているため流れはのど部の下流で超音速に加速される。そのため急激な圧力低下に伴って凝縮による液滴が発生すると考えられる。

### 4．2　蒸気タービン静動翼列干渉流れ

東芝で開発された蒸気タービン静動翼列干渉流れの数値解析を行った。格子は静翼 151×121、動翼 151×201 の H 型格子で静翼 2 流路、動翼 3 流路を同時に解く。計算条件は入口岐点圧力 0.715[bar]、出口静圧 0.556[bar]である。入口の過熱度はそれぞれ+8℃(CASE1), +4℃(CASE2), 0℃(CASE3), -4℃(CASE4)の４つの条件で計算を行なった。また静翼出口と動翼入口の境界条件について 2 つの条件で計算を行なった。

最初に境界における格子点数で物理量を平均化したときの液相の質量分率を Fig.4(a)-(d)に示す。凝縮はいずれも流路の下流で起こり、また過熱度が減るにしたがって液相の領域がより増えていることが分かる。特に Fig.4(d)では静翼側において液相が流路全体に広がっている様子が分かる。動翼流路においては後流領域だけではなく翼の近傍でも液相が存在している。

次に静動翼列間の境界を平均化しないときの液相の質量分率を Fig.5 に示す。過熱度は-4℃である。CASE4 と比較すると静翼においては液相の領域に関しては定性的によい一致が見られた。しかし動翼流路においては液滴の量や液相の存在する位置に違いが見られた。これは静翼からの後流が影響しているためと考えられる。

## 5．結言

古典凝縮論に基づく凝縮モデルを組み込んだ基礎方程式を高解像差分スキームにより解き、非平衡凝縮を伴う蒸気タービン内部の湿り蒸気流れの数値解析を行った。

蒸気タービン最終段翼列流れにおける結果を実験値と比較したところ、定性的には良い一致を示した。また凝縮に伴う潜熱の放出を捕獲することが出来た。

静動翼列干渉流れでは静翼の後流を考慮した場合としない場合で動翼流路における液相の量や存在位置に違いがあった。これは静翼からの後流による影響と考えられる。

**参考文献**

(1) Bakhtar,F., Ebrahimi,M. and Webb,R.A., *Proc. Instn Mech. Engrs, Part C*, **209**, (1995), pp. 115-124.
(2) Bakhtar,F., Webb,R.A., Shojaee-Fard,M.H. and Siraj,M.A., *Trans. ASME, J.Fluids Engng*, **115**, (1993), pp.128-134.
(3) **石坂浩一, 井小萩利明,大宮司久明, 日本機械学会論文集** (B 編),**60**, (1994), pp.3887-3892.
(4) Flankel,J., Kinetic Theory of Liquids, 1955, Dover.
(5) Kantrowitz,A., *J.Chem. Phys*.,**19**, (1951), pp.1097-1100.
(6) Yamamoto,S. and Daiguji,H., *Computers & Fluids*, **22**, (1993), pp.259-270.
(7) Yamamoto,S. and Daiguji,H., AIAA paper ,92-3044, (1992).

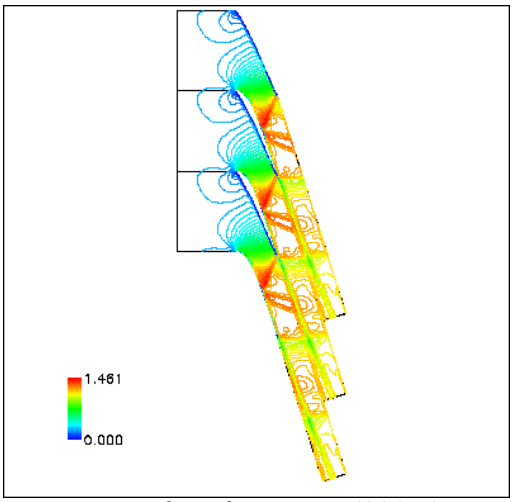



Fig.1 Mach number contours (CASE1)

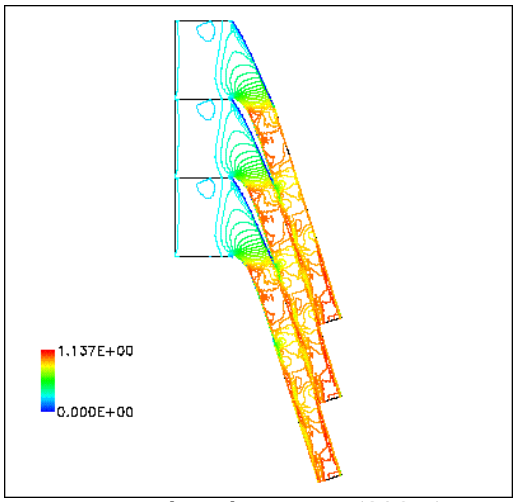


Fig.2 Mach number contours (CASE2)

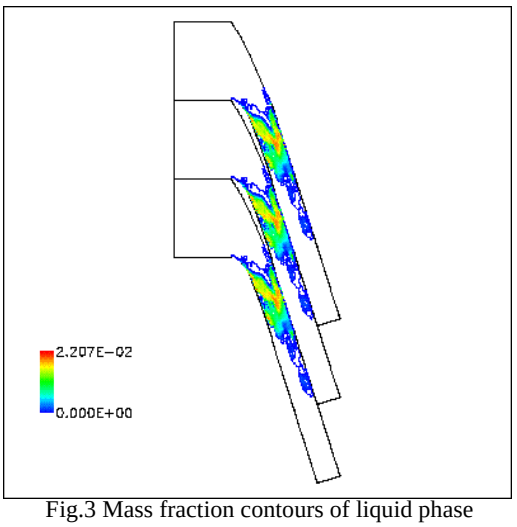
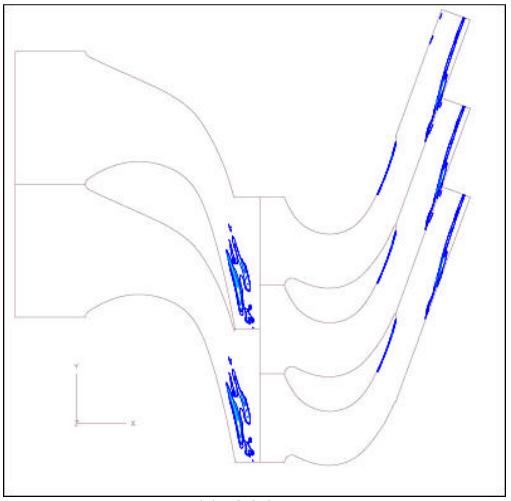
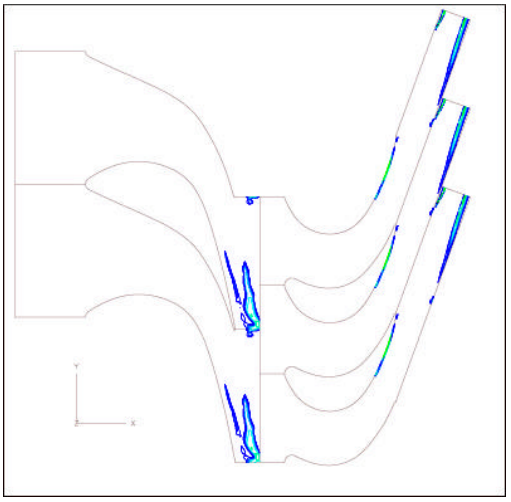
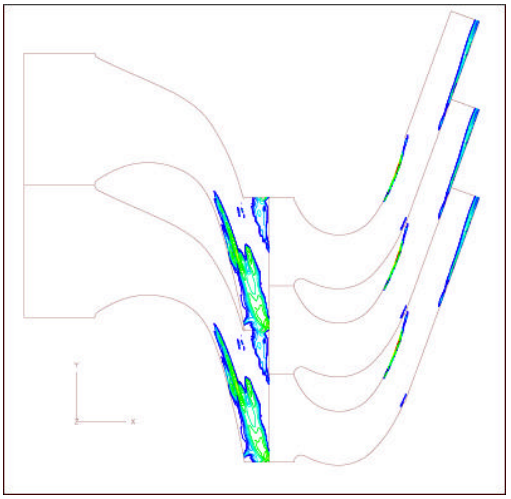


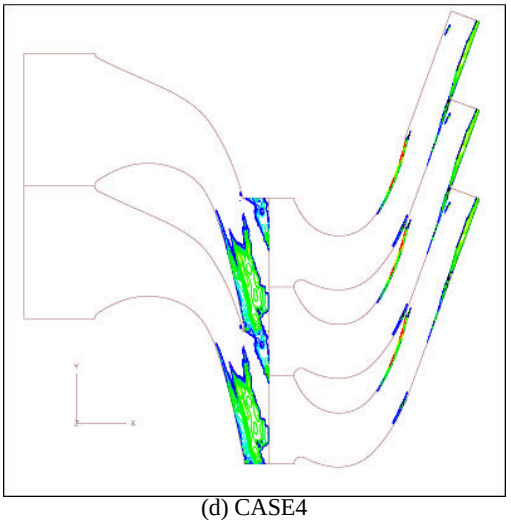
Fig.3 Mass fraction contours of liquid phase


(a) CASE1


(b) CASE2



(c) CASE3



(d) CASE4

Fig.4 Mass fraction contours of liquid phase

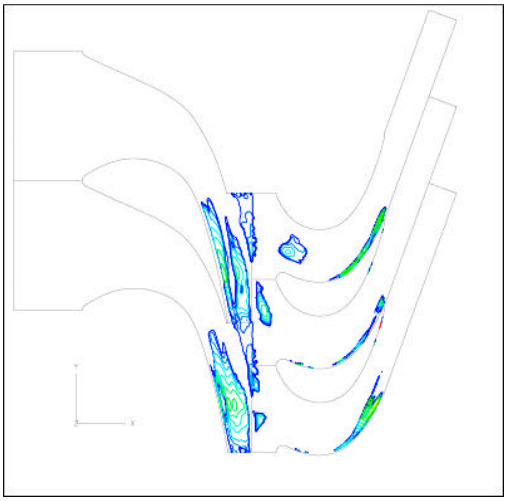


Fig.5 Instantaneous mass fraction contours of liquid phase