第 14 回数値流体力学シンポジウム
A05-4

離散的データからの三次元非定常流動構造の復元について

On Reconstruction of 3-D Unsteady Flow Structure from Discrete Velocity Data

○ 清水　寛正，福井大学大学院，〒 910-8507 福井市文京 3-9-1 Email: shimizu@fv.mech.fukui-u.ac.jp
井戸　健敬，福井大学大学院，〒 910-8507 福井市文京 3-9-1 Email: ido@fv.mech.fukui-u.ac.jp
村井　祐一，福井大学工学部，〒 910-8507 福井市文京 3-9-1 Email: murai@fv.mech.fukui-u.ac.jp
山本富士夫，福井大学工学部，〒 910-8507 福井市文京 3-9-1 Email: yamamoto@fv.mech.fukui-u.ac.jp
Hiromasa SHIMIZU, Dept. of Mech. Eng., Fukui Univ., 3-9-1 Bunkyo, Fukui 910-8507, JAPAN
Takehiro IDO, Dept. of Mech. Eng., Fukui Univ., 3-9-1 Bunkyo, Fukui 910-8507, JAPAN
Yuichi MURAI, Dept. of Mech. Eng., Fukui Univ., 3-9-1 Bunkyo, Fukui 910-8507, JAPAN
Fujio YAMAMOTO, Dept. of Mech. Eng., Fukui Univ., 3-9-1 Bunkyo, Fukui 910-8507, JAPAN

Velocity vectors obtained by PTV are distributed discretely depending on the number density of tracer particles seeded in a flow. In order to extract physical properties, such as streamlines, vorticity contour and so on, of the flow field in detail, velocity vectors have to be rearranged in grid space. This paper shows the applicability of post-processing methods using ellipsoidal equations from PTV data in three-dimensional unsteady flows. Performance of the algorithms was examined with Hill's spherical vortex and a flow around Savonius windmill. As a result, it is recognized that these algorithms are sufficiently available for three-dimensional unsteady flows.

1.　緒言

流れ場の瞬間流動構造を合理的に捕える手法として，PIV(Particle Imaging Velocimetry)(1) が近年急速に進歩し，現在もその高速化，自動化を目的として研究開発が行われている．PIV は，流れの中に微細なトレーサ粒子を混入し，デジタル画像処理による粒子像の追跡によって流速分布を計測する手法であるが，可視化画像中に含まれるトレーサ粒子の数密度により次の二つに大別できる．一つは，瞬間の粒子群の像より局所変位を検出し，得られた変位より速度を算出するいわゆる狭義の PIV である．もう一つは，粒子座標より個々の粒子を追跡することにより速度を算出する PTV(Particle Tracking Velocimetry) である．

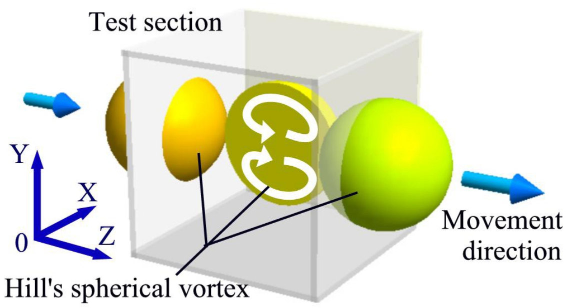
一般に PTV は画像全体ではなく粒子座標そのものを追跡することから，PIV に比べ計算時間が短く，空間分解能が高いとされている．また，全体照明法による 3 次元計測では，ステレオ画像の取込み，速度算出などの過程で PTV しか利用できない．この 3-D PTV では，複数台の CCD カメラで異なる方向から粒子像を同期撮影し，得られた粒子画像から各トレーサ粒子の空間位置を定め，速度を測定する (2)．しかし，個々のカメラより得られる粒子画像は 2 次元であり，粒子の 3 次元位置を再構築するために，高精度なカメラ較正が必要となる．これにより，3 次元位置を再構築して得られる粒子座標は，通常の 26 万画素程度のカメラの場合最大 1000 程度となり，流れ場の瞬間の 3 次元構造を充分な分解能でとらえることはできない．また，流れ場の渦度や流れ関数などの空間微積分量が直接的には得られないため，詳細な評価を行うには PTV データを格子状に再配置する何らかのポストプロセッシングが必要となる．

今日まで最もよく利用された PTV データの再配置法には，PTV データ点からの距離の逆数を重み係数とする再配置法 (Inverse Distance Rearrangement:以下 IDR) やガウシアンフィルタによる平均化を使った再配置法 (3) がある．最近では，多くの研究グループにより高精度かつ合理的な再配置法が提案されている．例えば，Imaichi ら (4) は速度勾配を用いた最小二乗法で再配置する手法を，山口ら (5) は，連続の式と運動量方程式を考慮した費用関数を定義し，$k-\epsilon$ 乱流モデルによる流速分布の補間・修正法を提案している．北条ら (6) は，壁面近傍などの実測した圧力値と，N-S 方程式を基にした最適化手法により壁面近傍などの速度ベクトルを修正することを提案している．石川ら (7) は PTV データから速度勾配テンソルを検出し，その情報を基に流速分布を修正する手法を提案している．3 次元流れ場への適応を目的とした再配置法では，例えば高木ら (8) は疎な流速ベクトルからファジィ推論により密な 3 次元流れ場全体の流速分布を推定する手法を提案している．

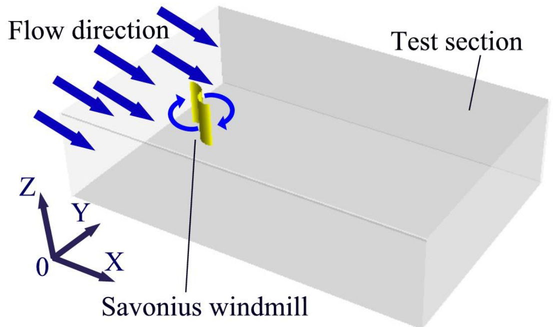
一方，著者らは，既報 (9)~(12) において，PTV データに一切修正を施さないタイプのだ円形方程式に基づく再配置法を開発した．同手法は，文献 (9), (10), (11) の 2 次元流れによるシミュレーションにおいて，PTV データが疎な場合 IDR より高い性能を有することが確認されている．また文献 (12) より，Agüíらのガウシアンフィルタよりも高い波数の構造を抽出できることが確認されている．著者らの手法の特徴は，PTV データに対し修正を一切施さず実験値をそのまま用いている点である．すなわち再配置法に対する著者らのコンセプトは，あくまで PTV の後処理であって，得られる結果には PTV の実測データが完全に残存し，PTV データ数が多い場合では最終的な再配置結果は実測値の精度に帰着する．

本報では，従来のだ円形方程式に基づく再配置手法を 3 次元流れ場に拡張し，非定常流れ場における本手法の適用性を以下の二つの流れ場により評価する．

- Hill の球形渦が流体中のある領域内を一定速度で通過する際に生じるその領域内での流れ (Fig.1(a)) .
- サボニウス風車周りの流れ (Fig.1(b)).



(a) Hill's spherical vortex



(b) A flow around Savonius windmill

Fig. 1 Objective flow for verifying post-processing methods

2. 再配置手法

本報告で用いるだ円形方程式による再配置法は，基礎式が次元により変化せず，3 次元流れ場，また 3 次元空間+時間（4 次元流れ場）への適応が容易である．以下では，3 次元空間に対するだ円形方程式に基づく再配置法について述べる．

2.1 ラプラス方程式による再配置法 (Laplace Equation Rearrangement: 以下 LER)

LER では，次のラプラス方程式を用いて再配置を行う．

$$\nabla^2 \boldsymbol{u} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial z^2} = 0 \qquad (1)$$

ただし，式 (2) により PTV データ点の流速は固定する．

$$\boldsymbol{u}^*_{i,j,k} = \boldsymbol{u}^*_{i,j,k}\alpha_{i,j,k} + \boldsymbol{u}_{i,j,k}(1-\alpha_{i,j,k}) \qquad (2)$$

ここで，$\alpha_{i,j,k}$ は格子点 (i,j,k) が PTV データ点のとき 0，それ以外のときは 1 となるフラッグ変数である．流速 (u,v,w) に対する境界条件は，free-slip，non-slip 条件など対象とする流れ場に応じて適切な条件を選択して課す．

2.2 微分量の連続性を保証した高次精度再配置法 (Biquadratic Ellipsoidal equation Rearrangement:以下 BER)

LER は線形補間の基礎式を用いるため，離散的に分布する PTV データを直線的に補間する．このため，補間される流速分布は滑らかとなるが，渦度等の微分量は階段状になり滑らかに得られない．BER では，流速の 2 階微分値を線形補間する次の基礎式を用いる．

$$\nabla^4 \boldsymbol{u} = 0 \quad ,$$
$$\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial z^4} + 2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial x^2 \partial y^2} + 2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial y^2 \partial z^2} + 2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial z^2 \partial x^2} = 0 \qquad (3)$$

LER と同様に BER に関しても，式 (2) により PTV データ点の流速は固定する．

2.3 時空間再配置法 (Spatio-Temporal LER:以下 ST-LER，Spatio-Temporal BER:以下 ST-BER)

通常 PTV 計測では，時系列に情報が得られる．これらの時系列情報を各瞬間の流れ場の補間に有効利用すれば，少ないデータから非定常流れを精度よく復元することが可能となる．時空間再配置法の基礎式は，前節までで述べた手法の基礎式を，時間方向に拡張することにより得られる．すなわち，ST-LER は，次式で与えられる．

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial z^2} + \sigma\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = 0 \qquad (4)$$

同様に ST-BER は，

$$\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial z^4} + \sigma^2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial t^4} + 2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial x^2 \partial y^2} + 2\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial y^2 \partial z^2} + 2\sigma\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial z^2 \partial t^2} + 2\sigma\frac{\partial^4 \boldsymbol{u}}{\partial t^2 \partial x^2} = 0 \qquad (5)$$

で与えられる．
ここで σ は，速度の-2 乗の次元を持つ時空間係数 (11) である．

2.4 連続の式による修正処理 (Velocity Correction Potential:以下 VCP)

LER，BER によって再配置された流速分布は，光学系の構成方法による誤差と，画像処理アルゴリズムにおける計測誤差により連続の式を満足しているという保証はない．そこで非圧縮性粘性流体の CFD で知られる SMAC 法のアルゴリズムを利用して，連続の式（式 (6)）を満足させるように流速分布を修正する．

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (6)$$

式 (6) を中心差分し得られる次式

$$D_{i,j,k} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i-\frac{1}{2},j,k}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+\frac{1}{2},k} - v_{i,j-\frac{1}{2},k}}{\Delta y} + \frac{w_{i,j,k+\frac{1}{2}} - w_{i,j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta z} = 0 \qquad (7)$$

を満たすために，SMAC 法では次式から圧力修正値 δp の分布を求める．

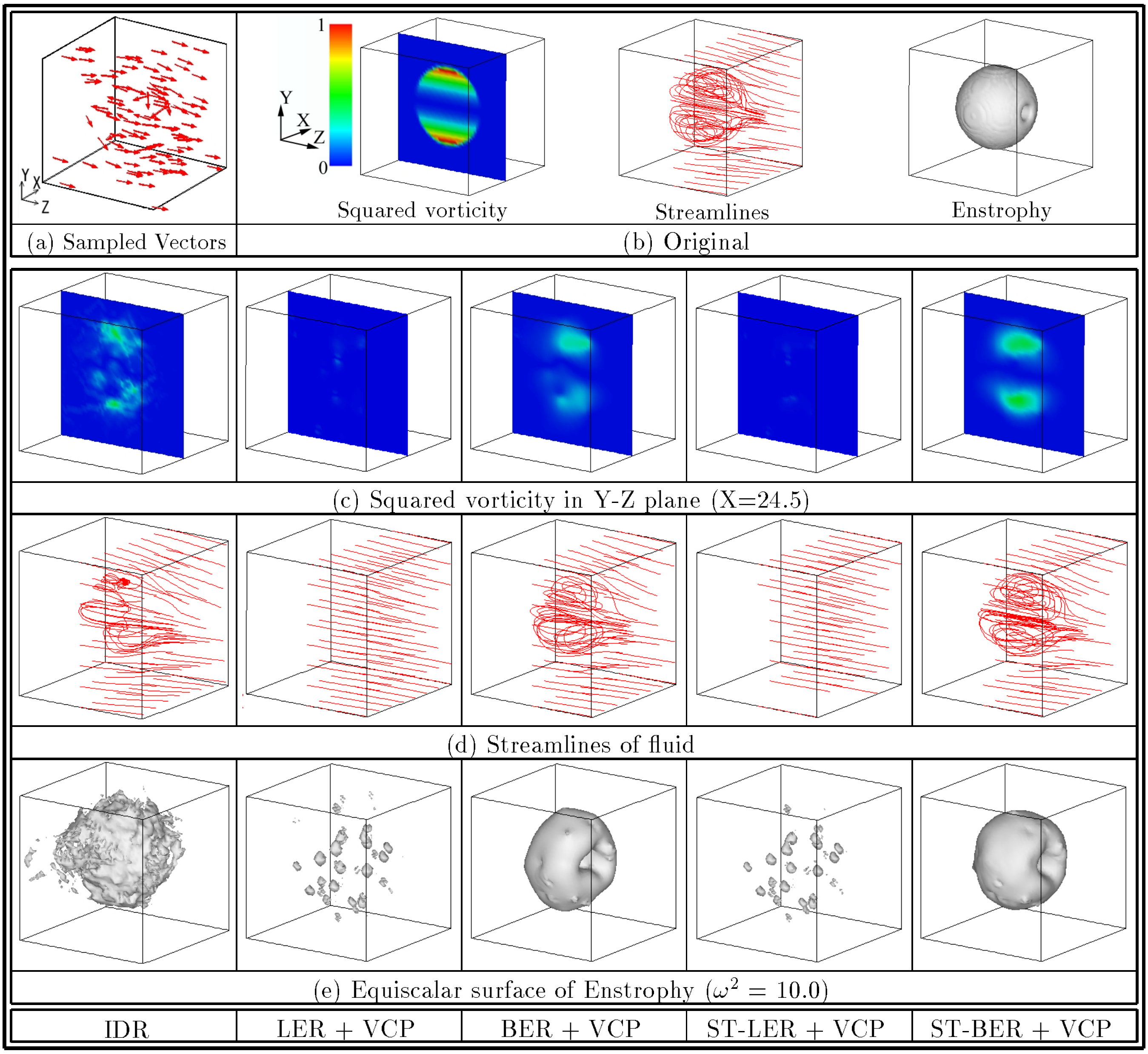


Fig. 2 The rearrangement results of Hill's spherical vortex (number of sampled vectors : 100)

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\nabla^2 \delta p \tag{8}$$

ここで ρ は流体の密度，δp は圧力修正値である．PTV では圧力に関する情報を直接扱わないので，$\phi = \delta p \cdot \frac{\Delta t}{\rho}$ で与えられる速度修正ポテンシャルを定義する．これを用いて，式 (8) を差分すると，

$$\begin{aligned} D_{i,j,k} = & \frac{\phi_{i+1,j,k} + \phi_{i-1,j,k} - 2\phi_{i,j,k}}{\Delta x^2} \\ & + \frac{\phi_{i,j+1,k} + \phi_{i,j-1,k} - 2\phi_{i,j,k}}{\Delta y^2} \\ & + \frac{\phi_{i,j,k+1} + \phi_{i,j,k-1} - 2\phi_{i,j,k}}{\Delta z^2} \end{aligned} \tag{9}$$

上式は ϕ に関するポアソン方程式であり，HSMAC 法の考え方を基に式 (9) の三重対角行列を優対角近似すると，次式のように ϕ の算出が簡単化される．

$$\phi_{i,j,k} = \frac{-D_{i,j,k}}{2\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)} \cdot \omega \tag{10}$$

ω は加速係数で $\omega = 0.8 \sim 1.8$ が適用される．なお，解が収束した時点で式 (9) と式 (10) による結果の差異はない．次に得られた速度修正ポテンシャル $\phi_{i,j,k}$ から，次式の流速修正式により流速分布の修正を実行する．

$$u^*_{i+\frac{1}{2},j,k} = u_{i+\frac{1}{2},j,k} - \left(\frac{\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i,j,k}}{\Delta x}\right) \tag{11}$$

$$v^*_{i,j+\frac{1}{2},k} = v_{i,j+\frac{1}{2},k} - \left(\frac{\phi_{i,j+1,k} - \phi_{i,j,k}}{\Delta y}\right) \tag{12}$$

$$w^*_{i,j,k+\frac{1}{2}} = w_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\phi_{i,j,k+1} - \phi_{i,j,k}}{\Delta z} \right) \tag{13}$$

式 (11)，(12)，(13) により修正した流速を用いて，式 (7) を再度計算し，$|D_{i,j,k}|$ が全格子領域で許容値以下になるまで修正を繰り返す．

なお，LER，BER，ST-LER，ST-BER および VCP は，全てだ円形方程式を基礎式として用いるものであるが，前 4 者はデータ欠落領域の補間，VCP は連続の式を満たすための修正であり，互いに独立した処理である．

本研究では，離散的に得られる流速データを PTV データとし，LER，BER，ST-LER，ST-BER による再配置と，VCP による連続の式を満たす修正処理の組み合せで流れ場を評価する．以後の記述において，LER と VCP の併用型を LER+VCP とする．同様に，BER と VCP の併用型を BER+VCP，ST-LER と VCP の併用型を ST-LER+VCP，ST-BER と VCP の併用型を ST-BER+VCP と記述する．

3.　Hill の球形渦によるシミュレーション

球形渦が流体中の静止座標系内のある領域内を一定速度 U で通過する際，領域内の流れは非定常流れと見なすことができる (Fig.1(a))．そこで，流れ関数が定式化されている Hill の球形渦 (式 (14)) を，人工的に領域内を移動させ，そこから離散的な PTV データをサンプリングし，復元性能を評価した．

Hill の球形渦は，球座標系 (r, θ, ϕ) を用い，軸対称な渦度分布 $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega)$ に対し，$\omega = -ky$ を仮定すると $(y = r \sin\theta)$,

$$\Psi = \frac{1}{10} k r^2 \left(r^2 - a^2\right) \sin^2\theta \quad (r < a)$$
$$\Psi = \frac{1}{2} U \left(r^2 - \frac{a^3}{r}\right) \sin^2\theta \quad (r > a)$$
$$\text{ただし } U = \frac{2a^2 k}{15} \tag{14}$$

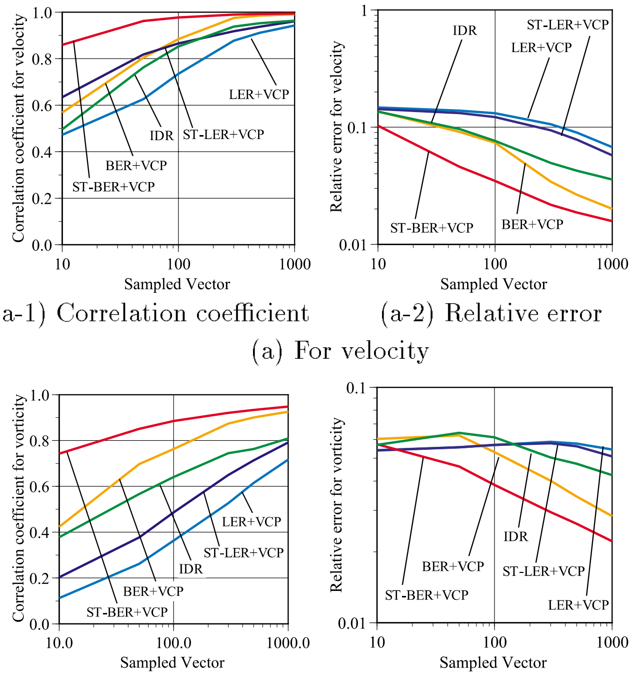
となる．

なお，本シミュレーションでは球形渦の半径 a は 15，k は 1 とした．

3.1　復元結果

再配置試験は，瞬間における PTV データ数 $N = \{10, 50, 100, 300, 500, 1000\}$ の 6 条件について行い，再配置される空間の格子分割数は $50 \times 50 \times 50$ とした．また，境界条件は渦の流入面，流出面で全速度成分に対して速度勾配零条件を，その他の面では free-slip wall 条件を与えた．なお，時空間再配置における時空間係数は $\sigma = 1.0$ とし，20 時刻の時系列 PTV データを用いた．再配置を行う際のだ円形方程式に対する反復計算回数の上限は，PTV データ数が少ない $N = \{10, 50\}$ の場合において 50,000 回とし，それよりデータ数が多い $N = \{100, 300, 500, 1000\}$ の場合では計算時間短縮のため 5,000 回とした．

N=100 における再配置結果を Fig.2 に示す．なお，同図は，球形渦の流体の進行速度に対する相対速度の復元図である．Fig.2(a) は，再配置に使用した PTV データの分布，Fig.2(b) は，式 (14) で与えられる理論値である．Fig.2(c),(d),(e) は，それぞれ再配置結果の渦度分布，流線，エンストロフィーの等値面 $(\omega^2 = 10.0)$ である．



(a-1) Correlation coefficient　(a-2) Relative error

(a) For velocity

(b-1) Correlation coefficient　(b-2) Relative error

(b) For vorticity

Fig. 3 Correlation coefficient and relative error

渦度分布は，X 方向の渦度ベクトル 2 乗を元の流れ場の最大値で正規化した分布である．青色は渦度零を示し渦度が高くなるにつれ緑色，赤色へ変化する．いずれも左から IDR，LER+VCP，BER+VCP，ST-LER+VCP，ST-BER+VCP による結果を示している．

Fig.2(c) より，IDR，BER+VCP，ST-BER+VCP は，領域中央部の $Y-Z$ 平面において渦度の高い領域が確認できる．BER+VCP，ST-BER+VCP では，領域の中上部及び中下部に一対の滑らかな渦が形成されているのに対し，IDR では領域中央部において細かい渦度の変動が見られる．Fig.2(d),(e) より，BER+VCP，ST-BER+VCP では，真値に示されるような渦内部での循環，滑らかな等値面を確認することができる．ST-BER+VCP では，BER+VCP に比べより細かく球形渦の復元が確認できる．それに対し IDR では，領域中央部の流線により中央部の渦の存在は確認できるが，渦度の等値面においては真値に示されるように滑らかには得られていない．LER+VCP，ST-LER+VCP では，真値に示されるような球形渦の存在を捕らえることはできなかった．

3.2　復元性能の定量的評価

本手法による流れ場の復元性能を定量的に評価するため，2 つの関数の内積によって定義される式 (15) の相関係数 [13] を復元率として定義した．

$$C = \frac{\sum \left(\psi_{th} \cdot \psi_r\right)}{\sqrt{\sum {\psi_{th}}^2 \cdot \sum {\psi_r}^2}} \tag{15}$$

ここで ψ_{th} は元の流れ場,ψ_r は再配置された流れ場を表わすスカラー関数とする．ψ には流速成分 (u, v, w)，渦度成分 (ξ, η, ζ) を適用し，それぞれの復元率を C_v, C_ω とする．ただし，$C_v = (C_{v_u} + Cv_v + Cv_w)/3, C_\omega = (C_{\omega_\xi} +$

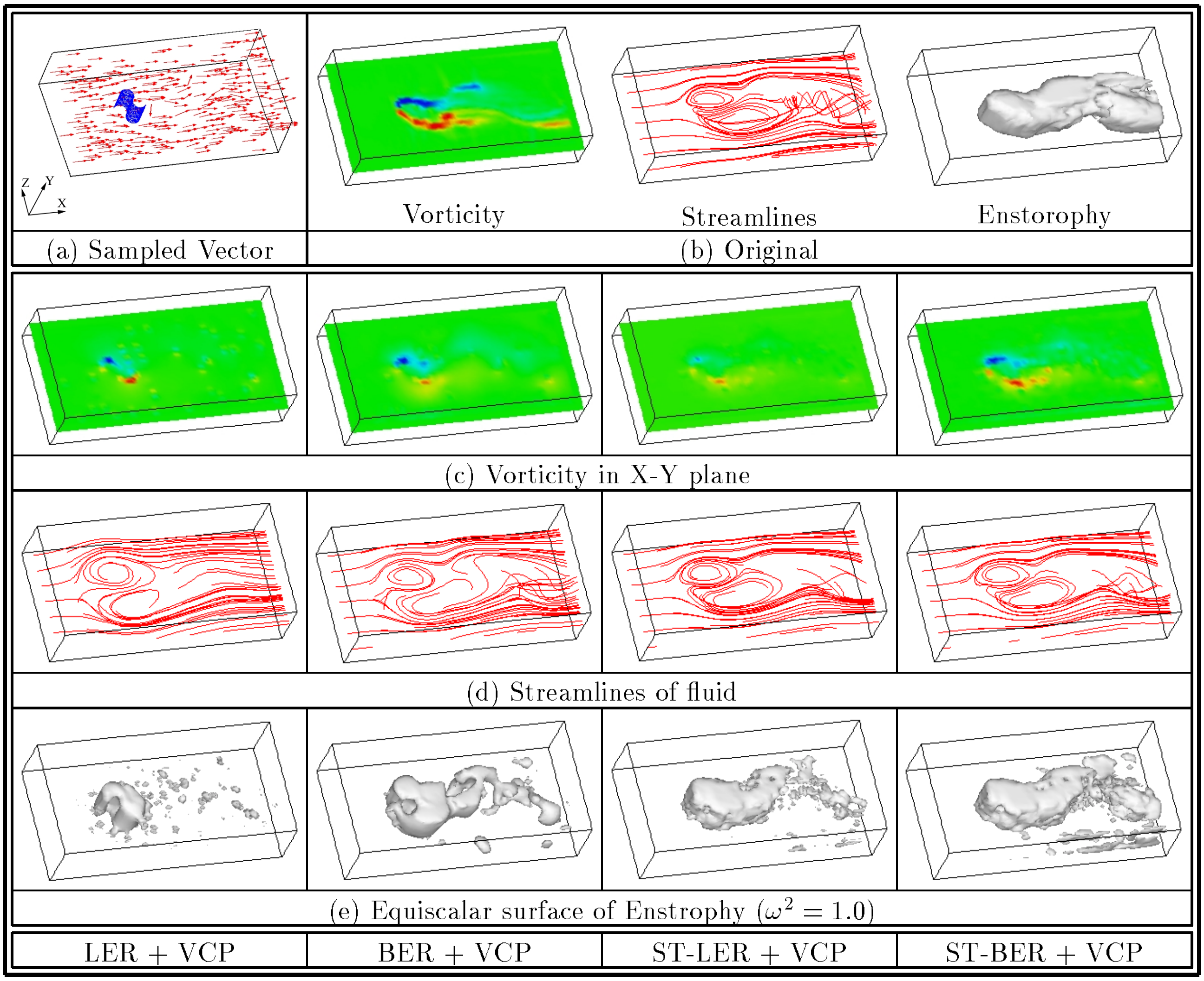


Fig. 4 The rearrangement results of a flow around Savonius windmill (number of sampled vectors : 300)

$C\omega_\eta)/2$ とする．相関係数は，再配置結果が元の流れ場と相似である場合に 1 を示す．また，相関係数のみの評価では，局所的な物理量の誤差に対して感度が悪いためそれぞれの物理量に対し元の流れ場の最大値で正規化した相対誤差 ϵ_v,ϵ_ω を算出した．Fig.3(a) に流速，(b) に渦度に対する相関係数および相対誤差の結果を示す．なお，算出にはそれぞれ 5 組の異なる PTV データを用いて相関係数，相対誤差を算出しその平均値を用いた．同図より相関係数，相対誤差ともに ST-BER+VCP の復元性能が最も高いことが確認できる．次いで BER+VCP，IDR の順である．ST-LER+VCP，LER+VCP は十分に流れ場を復元できず，本流れ場においては，周囲 10 点のみの流速情報により再配置する IDR よりも性能が低いことが示された．

4.　サボニウス風車周り流れへの応用

4.1　サボニウス風車周りの流れの流動解析

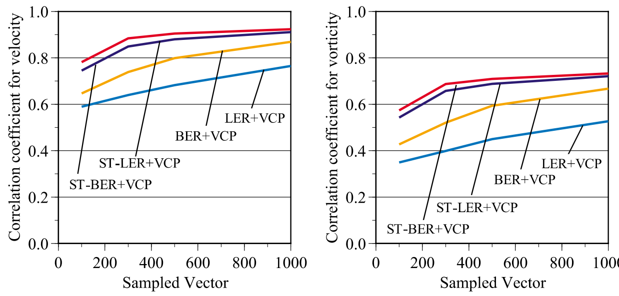
次にこれらの再配置手法を，サボニウス風車周りの流れに適応した．領域内に一様に流入する流体は，サボニウス風車の回転の影響を受けるため，風車後部の流れは複雑かつ非定常な 3 次元流動構造となる (Fig.1(b))．3 次元空間における時空間再配置法の有効性を評価するには好適な対象である．サボニウス風車周りの流れには非定常，粘性，非圧縮性の．Navier-stokes 方程式と連続の式を SMAC 法で解いた数値解を利用する．差分スキームには二次精度 TVD 法を用いた．計算領域は，風車直径を D とすると $8D \times 4D \times 2D$ である．Re 数は 10,000，格子分割数は $80 \times 40 \times 20$，周速比は 0.25 である [14]．なお，時空間再配置における時空間係数は $\sigma = 100$ とし，20 時刻の時系列 PTV データを用いた．境界条件として，流入面，流出面で全速度成分に対して速度勾配零条件を，その他の面では free-slip wall 条件を，風車の翼表面では free-slip 条件をそれぞれ与えた．

4.2　復元結果

PTV データ数 $N = 300$ における再配置結果を Fig.4 に示す．Fig.4(a),(b) は，再配置に使用した PTV データ分布，数値解により得られる値である．Fig.4(c),(d),(e) は，それぞれ Z 方向の渦度分布 (赤:反時計回り，青:時計回り)，流線，エンストロフィーの等値面 ($\omega^2 = 1.0$) を示す．いずれも，左から順に LER+VCP，BER+VCP，ST-LER+VCP，ST-BER+VCP による結果である．同図において流れ方向は，左から右である．渦度分布より，ST-BER+VCP が，他の手法に比べ風車後流における渦度分布を明確に再現できていることが確認できる．流線の復元結果より，いずれの手法においても風車周りにおいて 2 つ

の渦の復元が確認できる．エンストロフィーの結果より，風車後流における渦の放出の様子が，ST-BER+VCP において最も明確に復元できていることがわかる．流れ場の復元結果より，空間情報のみによる再配置法 (LER,BER) に比べ，時間方向に拡張した時空間再配置法が精度良く流れ場を復元できていることがわかる．また，LER を用いた手法においては，PTV データ点近傍において細かな渦の形成が確認された．これは Hill の球形渦の際にも確認されたが，本手法が式 (2) を用いることにより PTV データ点において速度の微分値が不連続となるためである．

3.2 節と同様，流れ場の復元を定量的に評価するため，流速成分，渦度成分の相関係数を復元率として本流れ場においても適用した．PTV データ数 $N = \{100, 300, 500, 1000\}$での相関係数の結果を Fig.5 に示す．なお，算出はそれぞれ 5 組の異なる PTV データを用いて行った．同図より，時系列情報を取り入れることにより高い復元性能が得られることがわかる．一方，渦度成分の復元率は，いずれの場合においても 0.8 を下回った．これは，空間分解能に対して PTV データ数が過疎であるためであると考えられ，特にサボニウス風車周りの流れのような複雑な流動において，顕著に示された．このため，3 次元空間における疎な状態における更なる精度向上が望まれる．



(a) For Velocity　　(b) For Vorticity

Fig. 5 Correlation coefficient for a flow around Savonius windmill

5. 結言

本報告では，PTV により離散的に得られる流速データを格子空間に再配置する手法として，著者らの開発しただ円形方程式に基づく再配置法 LER，BER，ST-LER，ST-BER および VCP を 3 次元流れ場に拡張し，PTV データが疎な場合におけるそれらの適用性を評価した．試験対象として，流体中の静止座標系内のある領域内を一定速度 U で通過する Hill の球形渦の流れ場，サボニウス風車周りの流れ場の 2 つを選定した．前者の流れ場において，BER と VCP の併用，ST-BER と VCP を併用した著者らの手法が，IDR よりも渦度分布，流線，エンストロフィーの等値面が高精度に復元できることを明らかにした．また，後者では，前者より複雑な流れ場において時空間再配置法を用いることにより LER，BER などの空間再配置法に比べ，風車後流における渦放出が高精度に復元できることを明らかとした．以上より，3-D PTV では獲得できる速度ベクトルデータに制限があるものの，本論文で提案した後処理によって，他の手法に比べ 3 次元流れをより正確に復元できることが示された．

参考文献

(1). Raffel,M.et al.,Particle Image Velocimetry,(1998), Springer-verlag, [日本語訳；小林監修，岡本，川橋，西尾訳，(2000)，シュプリンガー東京]
(2). 岡本, 佐賀, 西尾, 小林, “三次元粒子画像流速測定法 (3DPIV),” 可視化情報, Vol.17, No.66 (1997), pp. 239-244.
(3). Agüí,J. C., Jiménez,J., “On the performance of particle tracking,” J. Fluid Mech., Vol.185 (1987), pp. 447-468.
(4). Imaichi, K., Ohmi, K., “Numerical Processing of Flow-Visualization Pictures-Measurement of Two-Dimensional Vortex Flow,” J. Fluid Mech., Vol.129 (1983), pp. 283-311.
(5). 山口, 加賀, 近藤, 井上, 山口, 塩田, “費用関数を用いた最適化手法による PIV と CFD の融合,” 機論 (B),**66**-642 (2000), pp.339-345.
(6). 北条, 柏原, “PIV における圧力情報を用いた速度ベクトルの補間法,” 可視化情報, Vol.20, No.77 (2000), pp.139-144.
(7). 石川, 井戸, 村井, 山本, “PTV における速度勾配テンソルを用いた速度ベクトル再配置法の開発,” 可視化情報, Vol.20, No.79 (2000), pp. 365-372.
(8). 高木, 岡本, “疎な流速ベクトルからのファジィ推論による 3 次元流速分布再構築,” 可視化情報, Vol.20, No.77 (2000), pp.165-171.
(9). 村井, 井戸, 石川, 山本, “CFD の手法を用いた PIV 計測結果のポストプロセッシング法の開発,” 機論 (B),**64**-626 (1998), pp.3249-3256.
(10). 井戸, 村井, 山本, “だ円形方程式に基づく PTV 結果のポストプロセッシング (第 1 報, 補間手法の高精度化と数値シミュレーションによる評価),” 機論 (B),**66**-649 (2000), pp.2257-2264.
(11). 村井, 井戸, 山本, “だ円形方程式に基づく PTV 結果のポストプロセッシング (第 2 報, 非定常流への拡張・誤対応ベクトル除去法・応用実験),” 機論 (B),**66**-649 (2000), pp.2265-2273.
(12). Ido, T., Murai, Y., Yamamoto, F., “New Post-Processing Method for PTV Measurement Results Using Ellipsoidal Differential Equations,” 9th International Symposium on Flow Visualization. (2000), CD-ROM.
(13). Yamamoto, F., Wada, A., Iguchi, M., Ishikawa, M., “Discussion of the Cross-Correlation Methods for PIV,” J. Flow Visualization and Image Processing, Vol.3 (1996), pp.65-78.
(14). 大野, 村井, 増田, 西村, 山本, “モニュメント型サボニウス風車の流動解析,” 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集 (IV), (2000), pp.5-6.