<流星と地球大気の相互作用による渦の発生と流星痕発光の問題について>

<Baroclinic vortex generation by meteor and long term luminescence of meteor duration train >

松永　栄一, 東工大・総理工院,〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:ematsuna@es.titech.ac.jp
尾形　陽一, 東工大・工,〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: yogata@mech.titech.ac.jp
矢部　孝, 東工大・工,〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: yabe@mech.titech.ac.jp
Ei-ichi Matsunaga, Dept of Energy Sciences, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1, O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan
Youichi Ogata, Dept of Mechanical Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1, O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan
Takashi Yabe, Dept of Mechanical Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1,ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan

<Abstract > In 1998, comet Tempel-Tuttle revolved in 33 years. This comet is known as the parent comet of Leonid meteor swarms. When high-speed meteor, such as Leonid meteor swarms, passed through atmosphere, it left marks called meteor duration trains in the sky. It is known these duration trains are stable and keep luminescence for several tens or hundred of seconds although meteor it disappeared after a second. This stability might be explained by vortex generated when meteor penetrated atmosphere. In this way of , we examined the vortex generation mechanism and explained long time luminescence of meteor duration trains.

1、研究背景

1998 年、テンペル‐タットル彗星が 33 年ぶりに地球に接近した。この彗星は獅子座流星群の母彗星であり、その結果流星雨が観測されるのではと期待された。この獅子座流星群に属する流星は流星の中でも最も速い対地速度をもつ事が知られている。一般に対地速度の大きい流星ほど明るく輝き、また流星痕というものをよく残すことが知られている。ほとんどの流星痕は 1 秒程度で消滅してしまうが対地速度の大きなしし座流星群やペルセウス流星群の明るい流星が流れたあとには、ときには数分から数十分間も存続する流星痕が観測されることがある。このようなものを特に持続痕(duration train)とよぶ。この持続痕の長寿命のメカニズムは未だ解明されていない。持続痕には次のような特徴があることが知られている。流星痕が観測される高度は 80ｋｍから 100ｋｍでこれ以下ではほとんど観測されない。

永続痕の性質には物理的に説明することが難しいものがある。そのなかでも最も説明が難しいとされているのがその長寿命である。流星現象そのものが 1 秒程度であるのに対して、永続痕は数分から数十分もの間観測されたものが報告されている。この長寿命のメカニズムについていくつかのモデルが提案されているが数十分という長寿命の説明に成功してはいない。

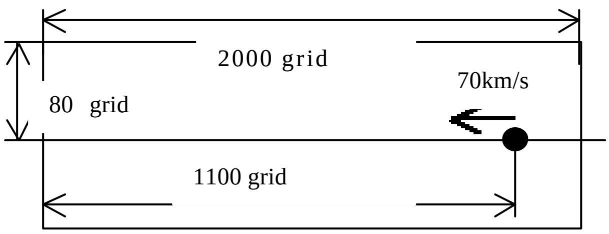
ところで流星という現象を見直してみると高速の物体（塵）が地球大気という流体に突入することによっておこる。流体中に存在する安定なものとしては渦が考えられる。この渦によって流星痕の長寿命性を説明できないだろうか。このような発想のもと、永続痕の長寿命を渦の安定性によって説明することを試みた。

2、流星の大気突入シミュレーション

2-1、計算条件

はじめに流星の大気突入シミュレーションの計算条件についてのべる。

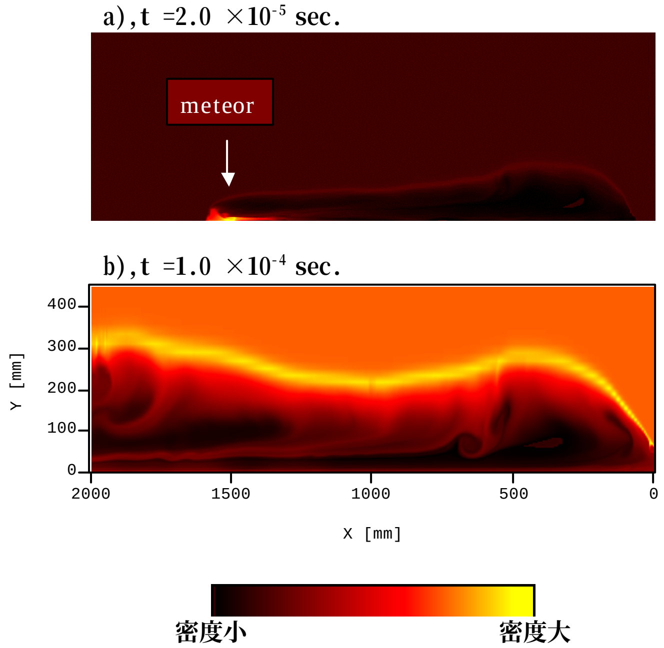
このシミュレーションにおける計算条件は次のとおりである。流星は半径 1㎝ の球形とし、獅子座流星群を想定して、流星核に初速度 70㎞/s　をあたえた。背景大気の密度ρ、圧力 P はそれぞれ、$\rho = 1.999\times10^{-8}$ g/cm³, $P = 1.0366\times10^{1}$ dyne/cm² とした。これらの値は地上 80㎞　での密度、圧力の値である(U.S. 標準大気 1962)。格子数は(2000,80)　とであり、格子間隔は流星核の運動方向は等間隔で、垂直方向は不等間隔とした。流星核の密度は氷を想定して 1g/cm³ とした。また計算は軸対称二次元でおこない、図(1)において実際に計算したのは対称軸に関して半分の面についてだけである。以上の設定のもと、CIP 法に基づく流体コードで計算を実行し、流星通過後に大気中に生じる変化について調べた。



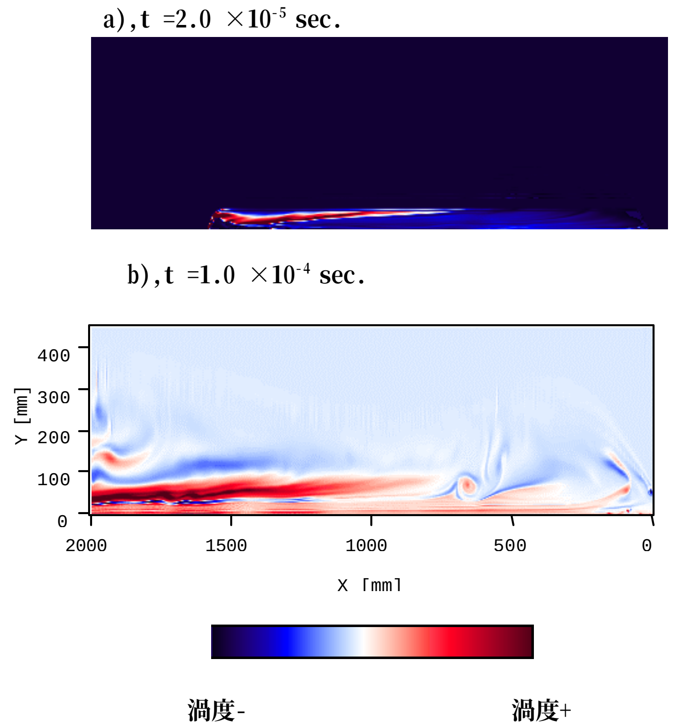
図(1)　流星の大気突入シミュレーションの設定

2-2、計算結果

　以上のような条件のもと、計算を実行すると以下の様な結果が得られた。図（2）は密度分布の時間発展の様子をあらわしている。



図(2)：密度分布の変化　上から a),t=2.0×10^{-5}s　b),t=1.0×10^{4}s における密度分布を示す。



図(3)：渦度分布の変化　上から a),t=2.0×10^{-5}s　b),t=1.0×10^{4}s における渦度分布を示す。

　これによると、流星が大気を通過する際、その前面に衝撃波が生じている様子がわかる。また流星が通過した軌跡に沿っては密度が小さくなっていることが分かる。

　それでは流星がこのように大気を通過する際に、どのような渦度を残していくのだろうか。図(3)は渦度分布の時間発展の様子をあらわしている。

　これによると、流星はその軌跡に沿うような渦度分布をのこしていく。残された渦は徐々に流星の軌跡の垂直方向に拡がって行くが、流星通過後も存在しつづけていることがわかる。

　流星が大気中を通過する際、渦が発生することはわかったが、その渦はどのようなメカニズムによって発生するのだろうか。

　粘性以外で渦が発生するメカニズムとしては、次のようなものがある。流体の運動方程式は、粘性項を無視する場合、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\frac{\nabla p}{r} - \nabla f$$

で与えられる。この式の回転をとり、

$$rot(u) = w$$

とすると、

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \nabla w + w \cdot \nabla u = \frac{1}{r^2} \nabla r \times \nabla P$$

となる。よって

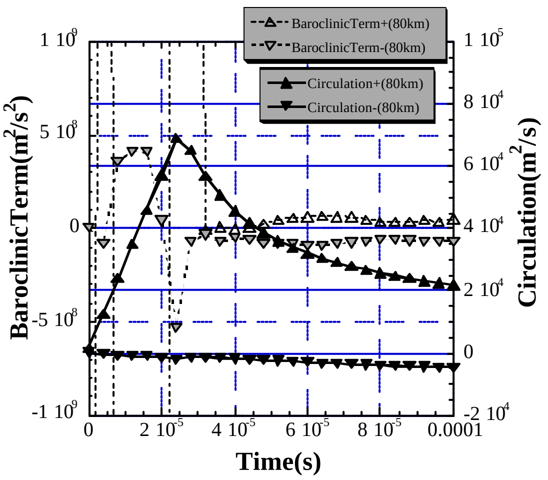
$$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \times (w \times u) = \frac{1}{r^2} \nabla r \times \nabla p \qquad (1)$$

この式から∇ρと∇P が平行でないならば、粘性が0でも渦が発生することが分かる。この右辺の項を Baroclinic Source Term と呼ぶ事にする。(1)式の両辺の面積分を実行すると（左辺第 2 項はストークスの定理を考慮すると 0）

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \int \frac{1}{r^2} (\nabla r \times \nabla p) \cdot dS \qquad (2)$$

ここで循環 $\Gamma = \int w \cdot dS$ である。

　図（4）は計算領域の循環値と Baroclinic Source Term　の時間発展の様子を示している。これは流星痕が観測される、高度 80ｋmにおける物理量を用いた計算結果である。



図(4)：循環と Baroclinic Source Term の時間発展

これによると、時間が経過するにつれ循環がほぼ一定値に近づき、ケルヴィンの循環定理が成り立っていることがわかる。また循環の値としては、2×10^4 m²/s 程度である。また渦(循環)の発生と Baroclinic source term との関係についてみると初期の循環が増加していく段階では Baroclinic Source Term は大きな値をとっているが、時間がたつにつれ Baroclinic Source Term が 0 に近づいていき、それに伴い循環値もある一定値をとるようになることがわかる。これらから渦(循環)の発生と Baroclinic Source Term との間に相関があることがわかる。

それでは、この発生した渦(循環)の性質から、実際の流星痕の性質について説明することができるだろうか。

循環Γ、流速 V，サイズ D の間には Γ=VD の関係があるものと見積もることができる。さきほど得られた循環の値は、$\Gamma\sim10^4$ m^2/s 程度であった。また数値計算による循環値がこの値をとるところ流速は $V\sim10^4$ m/s であった。これらの値を用いると D～1m となり、流星痕の初期サイズとしては数mのオーダーであると評価することができる。これは報告された流星痕の初期半径程度である。

つぎにこのサイズと大気の粘性から、流星痕の拡散時間(寿命)を見積もることにする。流星痕の寿命はつぎの物理過程を想定することにより決定できるであろう。流星が地球大気中を通過する際、流星の経路に沿って渦が発生する。この渦は流星の持っていた運動エネルギーが地球大気に残されたものである。渦という形態で貯えられた流星の運動エネルギーは大気の粘性によって徐々に熱エネルギーに変換され、大気の温度を上昇させる。この温度上昇による大気の発光が観測されたものが流星痕であると考える。すると、拡散時間は次のように見積もることができる。大気の粘性による渦の拡散は、拡散方程式 $\partial u/\partial t = n\partial^2 u/\partial x^2$ によって決定されるであろう。この方程式から拡散の代表的な時間について見積もると $t\sim D^2/n$ と評価することができる。ここでυは大気の動粘性である。この式にさきほど見積もったサイズ D～1m と高度 80ｋｍにおける大気の動粘性 $\nu=6.085\times10^3$ cm²/s を代入すると t～ 1.6s となり約秒程度は渦が持続することがわかる。流星痕の継続時間としては、この渦の運動エネルギーが大気の粘性によって熱に変換するが、それにより高温がどの程度の時間維持されるかが問題となる。この(渦)運動エネルギーの熱への変換については次節で詳しく取り上げることにする。

3、流星痕発光過程について

3-1、エネルギー変換過程について

本節では、(渦の)運動エネルギーが熱に変換するモデルと理論について説明する。この解析に用いたのは以下の粘性拡散方程式とエネルギー方程式である。簡単のため、1 次元で考察をおこなう。X 方向は流星の軌跡に垂直の方向にとるものとする。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = n\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{n}{C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{K_c}{r\cdot C_p}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{L}{r\cdot C_p} \quad (4)$$

これらの式において、T は温度（K），n は動粘性(cm²/s)，Cp は定圧比熱(erg/g K)，Kc は熱伝導度(erg/cm s K)，L は放射エネルギー（単位体積、単位時間当り）(erg/s cm³)である。Kc はAを定数として $Kc=AT^{1/2}$ (5) と書くことができる。ここでの考察では、大気を窒素であるものとして A=180 とした。式()において右辺第一項は大気の粘性による加熱、第二項は熱伝導による熱の吸収・放出、第三項は放射によるエネルギー損失をそれぞれあらわしている。ここでの考察では第三項の放射の種類としては制動放射を採用した。よってLとしては、つぎの形に書くことができる。

$$L = B_r\cdot Z^2\cdot N_e\cdot N_i\cdot T_e^{\frac{1}{2}} \text{ (erg/sec cm3)} \quad (6)$$

(6)式において Br は数定数であり Br=1.69×10-25(erg cm³/sec eV$^{1/2}$)、 Z はイオン価(この考察では1とした)、Ne は

電子の数密度(/cm3)、Ni はイオンの数密度(/cm3)、Te は eV 単位での温度である。ここで Saha の式

$$\frac{N_e \cdot N_i(Z)}{N_n(z-1)} = 6.0\times10^{21}\cdot\frac{g_i^Z}{g_n^{Z-1}}\cdot T_e^{\frac{3}{2}}\cdot\exp\left(-\frac{E}{T_e}\right) \qquad (7)$$

を用いて(6)式を変形する。(Ne と Ni を消去する。)すると L として次の式が得られる。

$$L = B_r\cdot N_n(0)\cdot S_c\cdot\frac{g_i^1}{g_n^0}\cdot\exp\left(-\frac{E_\infty^Z(n,l)}{T_e}\right)\cdot T_e^2 \qquad (8)$$

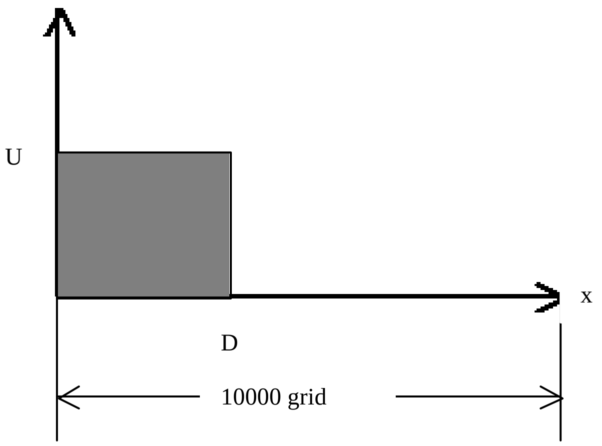
となる。

それでは(3)式と(4)式によって流星痕発光のメカニズムについて考えることにする。図(3)でも見たように、大気中を流星が通過することによりその軌跡に沿って渦が残される。残された渦は拡散方程式(3)にしたがって徐々に拡散するであろう。その際に渦の運動エネルギーが大気の粘性により熱エネルギーに変換される。その変換の仕方は(4)式右辺第 1 項のようなものである。このようにして発生した熱は熱伝導((4)式第 2 項)によってその周囲に運ばれ、また放射((4)式第 3 項)によって発散される。このような過程の結果、光り輝いているものが流星痕であると考えられる。

それでは、実際に(3)式と(4)式によって説明される過程によって流星痕は長時間にわたって輝き続けることが可能だろうか。そこで数値シミュレーションによって(3)式と(4)式を解き、流星痕の発光継続時間程度の間、発光可能な高温部が維持されるかどうか調べることにした。

3-2、計算条件(エネルギー変換過程)

この計算において、解くべき方程式はさきほどあげた(3)式と(4)式である。このシミュレーションにおける計算条件は図()のようなものである。

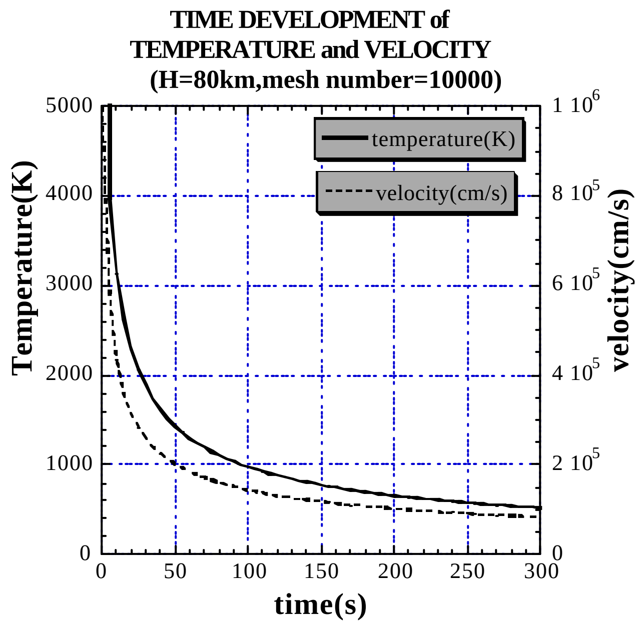


図(5):エネルギー変換シミュレーションの設定
初期条件として x<D の領域では初期流速 U
x>D の領域では初期流速 0

図(5)に示したとおり、x<D の領域では初期流速 U をあたえ、x>D の領域では初期流速を 0 とした。ここで、D は流星痕の初期サイズに相当する。初期温度はすべての計算領域において T_0=180.65 K とした。これは流星痕の観測される高度 80km での大気の温度である。また動粘性ν の値も高度 80km のおける大気の動粘性値ν=6.085×10^3 cm^2/s とした。定圧比熱は窒素のものを用いて C_p=1.038×10^7 erg/g k とした。熱伝導度 K_c は地球大気を窒素とみなして K_c=180$T^{1/2}$ (erg/cm s K) とした。大気密度は高度 80km での値を採用して ρ=1.999×10^{-8} g/cm とした。放射 L は(8)式の制動放射を採用した。このような条件のもと(3)、(4)式を数値計算によって解き、高温部の継続時間について調べることにした。

3-3、計算結果(エネルギー変換過程)

前節で説明した計算を実行したところ、以下のような結果が得られた。図(6)は D=2m, U=10km/s と設定したときの最大流速、最大温度の時間発展の様子を示している。

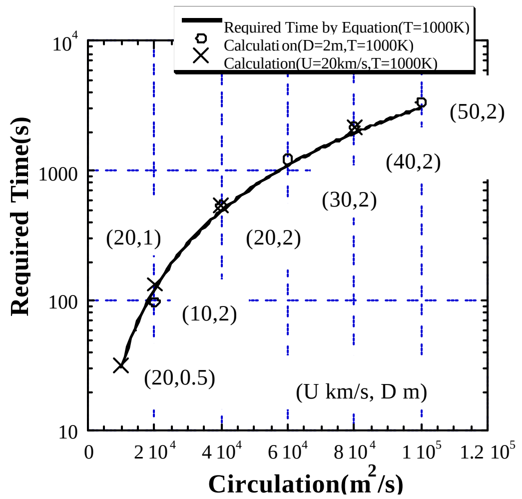


図(6):高度 80km、初期流速 10km/s、初期サイズ 2m での最大流速、最大温度の時間発展の様子

これによると流速、温度とも徐々に減少していくがその減少のしかたは徐々にゆるやかになっている。いま、流星痕を発光させるのに必要な温度の目安として 1000K を採用すると、t=98 秒まではその温度以上の領域があることがわかる。この時間は観測された流星痕の発光継続時間に匹敵するものである。

ところでこの発光継続時間の、初期流速 U 依存性、初期サイズ D 依存性はどのようなものであろうか。これらのこと調

べるためにU，Dを変えていくつかの計算を実行した。図(7)にその結果を示す。



図(7)：循環値(流速 U とサイズ D の積)と継続時間の関係

図(7)は初期サイズ D=2m において、初期流速 U=10、20、30、40、50 km/s と変化させたものと、初期流速 U=20km/s において、初期サイズ D=0.5、1.0、2.0、4.0　mと変化させたもののエネルギー変換の数値計算をおこない、最大温度が 1000K になるまでの時間をプロットしたものである。これによると、初期流速が大きいほど高温部の持続時間が長くなることが分かる。これは対地速度が大きい流星(明るい流星)による流星痕ほどその継続時間が長くなることをあらわしている。また、初期サイズが大きいほど高温部の持続時間が長くなることが分かる。初期サイズ D は流星核のサイズに対応すると考えられるので、サイズの大きい流星による流星痕ほどその継続時間が長くなることが分かる。これらの結果については次節で改めて取り扱う。また図(7)に描かれている実線については後で述べる。

3-3、計算結果の考察

本節では、数値計算によって得られた結果について考察を行なう。

式(3)は速度(渦度)の拡散方程式、式(4)はエネルギー方程式である。ここで、これらの式から導かれる 2 つの特徴的なサイズを導入する。

1 つは、式(3)より導入されるサイズ D_v である。式(3)を評価することにより、

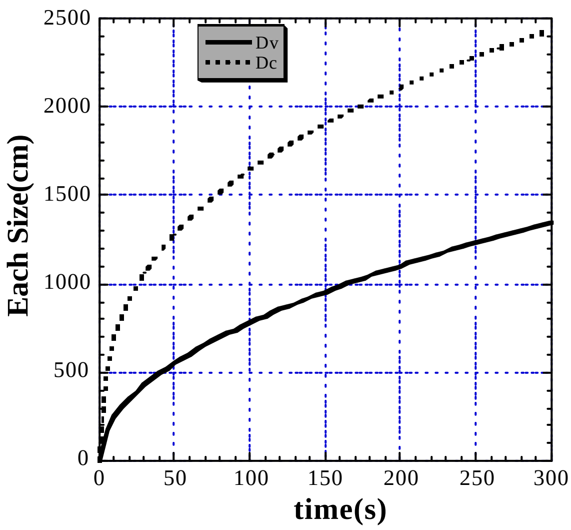
$$\frac{U}{t} \approx n \frac{U}{D_n^{\ 2}} \qquad \therefore D_{\acute{\imath}} = \sqrt{\acute{\imath}t} \qquad (9)$$

というサイズ D_v が得られる。D_v により、粘性によって速度(渦度)が拡散されたサイズについて評価することができる。

もう 1 つは、式(4)より導入されるサイズ D_C である。式(4)の左辺と右辺の熱伝導項(第 2 項)を評価することにより、

$$\frac{T}{t} \approx \frac{K_c}{r \cdot C_p} \frac{T}{D_C^2} \qquad \therefore D_c = \sqrt{\frac{K_c t}{r \cdot C_P}} \qquad (10)$$

というサイズ D_C が得られる。D_C により、熱伝導によって熱が伝達するサイズについて評価することができる。図(8)は式(9)、(10)を高度 80ｋmにおける大気の動粘性、密度の場合をプロットしたものである。これによると D_C のほうが D_v より大きいという結果になっている。

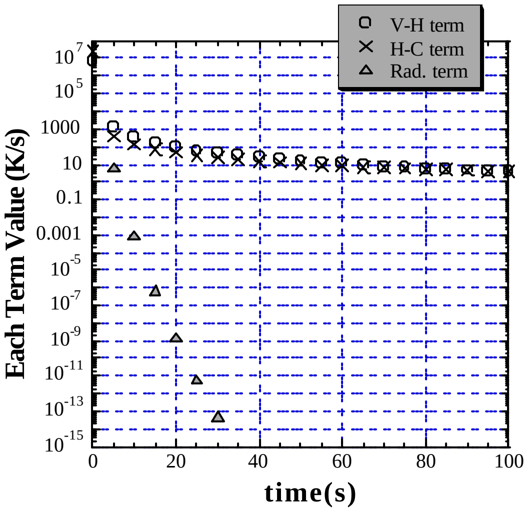


図(8)、D_v と D_C の比較

この結果により、流星痕の発光エネルギーの供給についてつぎのように解釈できる。ある領域に供給された運動エネルギーは大気の粘性により徐々に熱に変換される。そのエネルギーは発光による放射や熱伝導により失われる。しかしその後に粘性による流速の拡散おこなわれ、その領域に渦度が分配される。この新たに供給された運動エネルギーにより、その領域は再び粘性加熱により温められ発光する。このように継続するエネルギーの供給プロセスにより流星痕は長時間発光できるものと考えられる。ちなみに $D_n < D_C$ の大小関係が逆転するのは温度が 50K よりも低くなる場合である。高度 80ｋmにおける大気の温度は 180.65K(U.S.標準大気(1962))　なので、流星痕が生じる領域でこの関係が逆転することはないものと考えられる。

ここでの考察からもわかるように、式()は流星痕発光のエ

ネルギー供給源である運動エネルギーが分配されるサイズの程度をあらわしている。それでは、供給された運動エネルギーにより、どの程度温度が上昇するのだろうか。そのことに関しては式()から情報が得られる。図(9)は式(4)の右辺の各項の大きさの時間発展を追ったものである。



図(9)：式(4)右辺の各項の時間発展

これをみると、粘性加熱項(式(4)右辺第 1 項)と熱伝導項(式(4)右辺第 2 項)は同程度の大きさであり、放射項(式(4)右辺第 3 項)はそれらに比べて極端に小さいことが分かる。よって式()の右辺についてつぎのように評価できるであろう。

$$\frac{n}{C_P}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \approx \frac{K_c}{r \cdot C_P}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (11)$$

この式(11)の物理量をそれぞれ代表値によって評価すると、

$$\frac{n}{C_P}\frac{u^2}{{D_n}^2} \approx \frac{K_c}{r \cdot C_P}\frac{T}{{D_c}^2} \qquad (12)$$

この式(12)により、温度 T については、つぎのように見積もることができる。

$$T = \frac{nr}{K_c}\left(\frac{D_c}{D_n}\right)^2 u^2 \qquad (13)$$

この式(13)に、式(9)、(10)を代入すると

$$T = \frac{u^2}{C_P} \qquad (14)$$

となる。この式(14)から温度を見積もるためには流速値について評価する必要がある。そのために、流速の拡散方程式（3）の解をつぎのように仮定する。

$$u = \frac{A}{\sqrt{nt}}\exp\left(-\frac{x^2}{4nt}\right) \qquad (15)$$

この解の定数 A を決定するためにケルヴィンの循環定理を利用する。流速 u の初期条件として、

u=U (0<x<D)

u=0 (x>D)

とする。1 次元の場合、循環Γは$\Gamma = \int u dx$ とかけるので、

$$\int_0^\infty \frac{A}{\sqrt{nt}}\exp\left(-\frac{x^2}{4nt}\right)dx = UD \qquad (16)$$

となる。式(16)を実際に計算して A を決定すると、

$$A = \frac{UD}{\sqrt{p}} = \frac{\Gamma}{\sqrt{p}} \qquad (17)$$

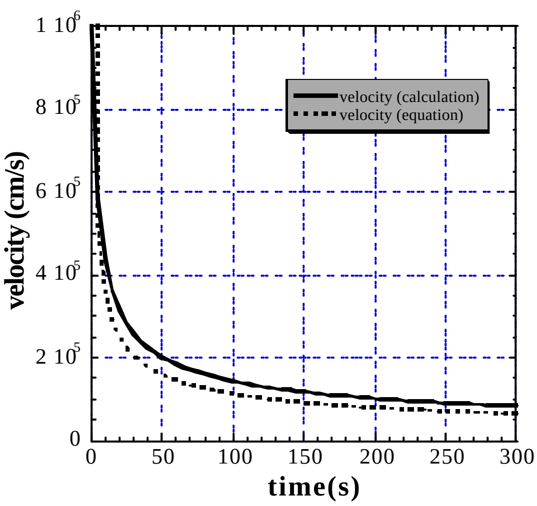
となる。式()においてΓは全領域の初期循環値であり、いまの場合はΓ=UD である。この A を式(15)に代入する流速 u に関するつぎの表式が得られる。

$$u = \frac{\Gamma}{\sqrt{pnt}}\exp\left(-\frac{x^2}{4nt}\right) \qquad (16)$$

いま x として、粘性によって速度(渦度)が拡散されたサイズ D_v(式(9))を用いると、

$$u = \frac{\Gamma}{\sqrt{pnt}}\exp\left(-\frac{1}{4}\right) \qquad (17)$$

となる。図(17)は数値計算による流速の時間発展と式()を比較したものである。これは初期流速 U=10km/s、初期半径 D=2m での結果である。この図(10)から式(17)は数値計算の結果の傾向をうまく再現していることが分かる。

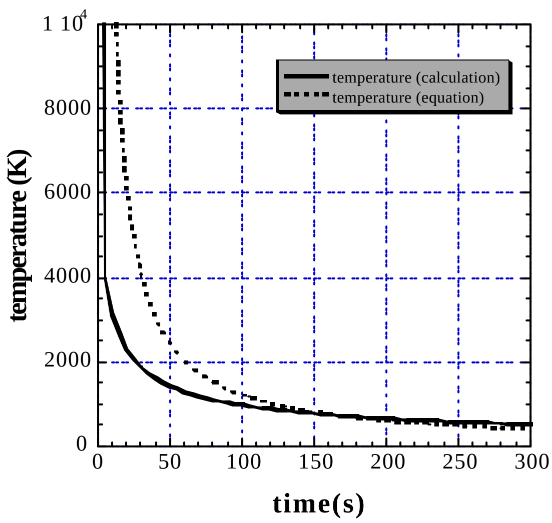


図(10)：数値計算結果と式(17)による値の比較

この流速 u を見積もる式(17)を温度を見積もる式(14)に代入すると、次の式が得られる。

$$T = \frac{\Gamma^2}{C_P pnt}\exp\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad (18)$$

図(11)は数値計算による温度の時間発展と式(18)を比較したものである。これも先程の図(10)と同様に、初期流速 U=10km/s、初期半径 D=2m での結果である。この図(11)から、温度に関する式(18)も数値計算の結果の傾向ををうまく再現していることが分かる。



図(11)：数値計算結果と式(18)による値の比較

式(18)より流星痕の継続時間 t_R については

$$t_R = \frac{\Gamma^2}{C_P pT}\exp\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad (19)$$

と評価することができる。またこの式（19）によると、温度は初期の循環値によって評価することができることがわかるが、循環値さえ同じならば、流速 u と初期サイズ D はどのような値でも同じ継続時間を与えることが分かる(もっとも実際には流速 u と初期サイズ D とは独立な変数ではなく、おそらく D は u に依存しているのでここでの結果は理想的な状況を考えたものであるが)。これについては図(7)に示されている。ここでの実線は式(19)をプロットしたものである。これによると循環Γの値が一致するならば継続時間もほぼ一致することがわかる。継続時間について、循環により統一的に見ることができることが分かる。

3-4、その他の結果

また、式(4)からはつぎのような考察も可能となる。いま流星痕が定常的に輝いている状況を考える。このとき流星痕の存在する領域から失われるエネルギーの時間変化は一定であると考えられる。そのような状況ではエネルギー方程式(4)において、$\partial T / \partial t = \mathrm{constant}$ であると考えられる。式(4)の左辺の各項の大きさは図(9)示したように、粘性加熱項と熱伝導項が同程度の大きさであり、それらに比べて放射項は無視できる程度である。そこで粘性加熱項により式(4)の左辺の量を代表して、

$$\frac{n}{C_P}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 = a \qquad (cons\tan t) \qquad (20)$$

と書くことにする。いま流速値の代表値を U、サイズの代表値を D として式()を評価すると、

$$\frac{n}{C_P}\left(\frac{U}{D}\right)^2 = a \qquad (cons\tan t) \qquad \therefore D \propto \frac{U}{\sqrt{r}} \qquad (21)$$

となる D、U、ρの間の関係式が得られる。ただし $n = m / r$ の関係を用いた。実際の観測では、流星痕の初期半径 r_i と密度ρ、そして r_i と流速 U の間につぎのような関係があることが報告されている[2]。

$$r_i \propto r^{-a} \qquad (a = 0.42 \pm 0.07) \qquad (22)$$

$$r_i \propto U^b \qquad (b = 1.0 \pm 0.3) \qquad (23)$$

仮にここでの考察に用いたサイズの代表値 D を流星痕の初期半径 r_i とみなすことができるのならば、報告された関係式(22)、(23)は定性性的に説明がつくことになる。

4、まとめ

流星痕の安定性について、流星が大気通過時に発生する渦によりその説明を試みた。生じた渦が粘性によって拡散し大気を加熱する過程の数値計算を行い、計算による高温が持続する時間と観測される流星痕の発光時間がほぼ一致した。また、発光継続時間について循環という 1 つの量での統一的な見方を示した。

References

[1]，Trowbrige，C. C. ，Ap.J. 26，95-116(1907)

[2]，Baggaley，W. J. ，Bull.Astron.Inst.Czechosl. 31，308-311(1980)