

極超音速流二体問題空力干渉数値解析

Numerical Analysis of Hypersonic Aerodynamic Interaction for Two Body Problem

- 畠山 伸, 東京理科大学理学研究科, 〒 162-8601 東京都新宿区 1-3, Email: j1299643@ed.kagu.sut.ac.jp
 柳澤 三憲, 東京理科大学, 〒 162-8601 東京都新宿区 1-3, Email: hb16468@ro.bekkoame.ne.jp
 山本 行光, 航空宇宙技術研究所, 〒 182-8522 調布市深大寺東町 7-44-1, Email: yukimitu@nal.go.jp
 Shin HATAKEYAMA, Dept. of Phys., Science Univ. of Tokyo, Sinjuku-ku, Tokyo 162-8601, JAPAN
 Mitsunori YANAGISAWA, Science Univ. of Tokyo, Sinjuku-ku, Tokyo 162-8601, JAPAN
 Yukimitsu YAMAMOTO, National Aerospace Laboratory, Chofu-shi, Tokyo 182-8522, JAPAN

Hypersonic aerodynamic interactions for two hemisphere-cylinders have been investigated numerically using the overlapped grid method with Navier-Stokes equations. The calculation has been performed for Mach 10 flow around two hemisphere models with a diameter of 3[cm] and 6[cm]. Each model is placed parallel or with the inclined angle of 15 degrees, respectively. This latter flow case causes a complicated shock-shock interactions and generates severe heating on the body surface in the interaction area. The purposes of the present study is to predict the heating rate on the body surface with high resolution. The result of calculation is compared with the experimental result on hypersonic wind tunnel in National Aerospace Laboratory.

1. 緒言

極超音速飛行において、物体表面での空力加熱問題は非常に重要な問題である。また衝撃波干渉を伴う流れでは局所的に極めて大きな空力加熱が生じる。それゆえ極超音速飛翔体の空力設計において、この空力加熱を精度よく予測することは重要なことである。

衝撃波 / 衝撃波干渉に関しては Edney^[1] が干渉の形態を 6 つ (Type I ~ Type VI) に分類している。その中でも壁面で極めて高い空力加熱を生むのは Type III あるいは Type IV の干渉形態である。

本研究では衝撃波干渉を含む課題として大小 2 つの半球円柱の組合せによる 2 体問題を取り上げ、マッハ 10 の流れの中の空力干渉数値解析を行った。半球円柱は直径 3[cm] と 6[cm] のものを用いそれらを並行に配置した場合、及び角度をつけて配置した場合について計算を行った (Fig.1, Fig.2)。角度をつけた場合の傾きの大きさは、小さい半球円柱の前方で衝撃波干渉が起こるような大きさに設定した。

計算により得られた結果は航技研のマッハ 10 極超音速風洞を用いた試験結果と比較し、詳細な検討を行う。

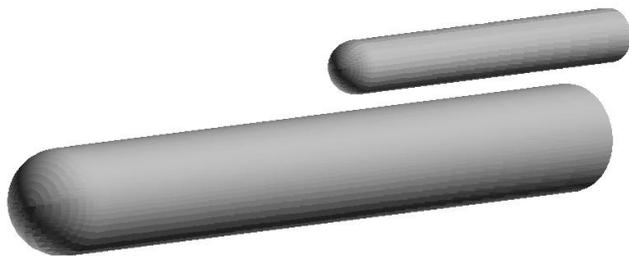


Fig. 1: Two Hemisphere-cylinders placed with parallel

2. 計算方法

計算は 3 次元 Navier-Stokes 方程式を基礎方程式とした定常計算であり、層流を仮定している。グリッドは重合格子法を用いている。

2.1 計算スキーム

数値流束の評価には Wada と Liou ら^[2] が提案した AUSMDV を 3 次元の曲線座標系に拡張して使用している。ここで、曲線座標系への拡張方法を述べる。

3 次元の直交座標系において AUSMDV の数値流束は

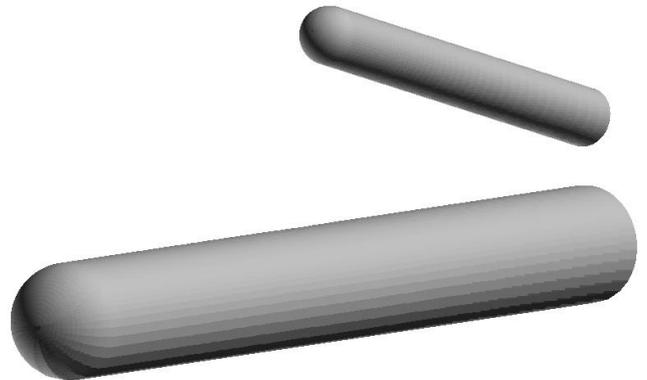


Fig. 2: Two hemisphere-cylinders placed with inclined angle of 15 degrees

以下のように分離される。

$$F_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[u_{\frac{1}{2}} (\Phi_L + \Phi_R) - \left| u_{\frac{1}{2}} \right| (\Phi_R - \Phi_L) \right] + p_{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

AUSM 系スキームはセル表面でうまく定義された速度によって伝達される量 (右辺前半の項) と、音速によって支配される圧力項を分けているのが特徴である。ここで Φ, p は

$$\Phi = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho H \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} 0 \\ p_{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

一方、支配方程式の粘性項を省略して考えた場合次の様な 3 次元一般座標系 Euler 方程式になる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

ただし、

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (e + p)U \end{bmatrix}, \dots \quad (4)$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \dots \quad (5)$$

一般座標系において、数値流束は全ての運動量流束に圧力項が含まれているが、このままでは流束分離が出来ない。そこでセル表面での流束を求める際に、セル面に垂直方向と水平方向に座標軸が来るように座標変換し局所直交座標系にする必要がある。そうすることでセル面に垂直方向の運動量ベクトルにのみ圧力項があらわれ、流束分離ができるようになる。座標変換はある行列を流束に掛けることにより行い、流束分離したのち逆行列をもとに戻すという作業を行う。

この変換行列については文献 [3] においても紹介されているが、本研究では次のように変換を行った。

3次元で ξ 方向の運動量流束 \hat{E} を局所直交座標に変換する場合、まず xy 平面上でセル面 ($\xi = \text{一定面}$) に垂直に変換した後、 xz 平面上でセル面に垂直になるように変換する。すなわち ξ 方向の運動量流束 \hat{E} (運動量方程式の部分のみを考えて) は、

$$\hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \end{bmatrix} \quad (6)$$

であるので、 xy 平面上での回転変換行列 $T1$ と xz 平面上での回転変換行列 $T2$

$$T1_\xi = \frac{1}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & 0 \\ -\xi_y & \xi_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$T2_\xi = \frac{1}{|\nabla \xi|} \begin{pmatrix} \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} & 0 & \xi_z \\ 0 & |\nabla \xi| & 0 \\ -\xi_z & 0 & \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\text{ただし、} |\nabla \xi| = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \quad (9)$$

を順番に運動量流束ベクトルに掛けることで、局所直交座標に変換する。そして、2つの変換行列を掛け合わせた行列 T_ξ は次のようになる。

$$T_\xi = (T2_\xi T1_\xi) = \frac{A}{|\nabla \xi|} \quad (10)$$

$$A = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ -\frac{\xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} |\nabla \xi| & \frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} |\nabla \xi| & 0 \\ -\frac{\xi_x \xi_z}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} & -\frac{\xi_z \xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} & \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \end{pmatrix}$$

この行列は直交行列であるので逆行列は元の行列の転置行列になる。

$$T_\xi^{-1} = (T1_\xi^{-1} T2_\xi^{-1})$$

$$= \frac{1}{|\nabla \xi|} \begin{pmatrix} \xi_x & -\frac{\xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} |\nabla \xi| & -\frac{\xi_x \xi_z}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \\ \xi_y & \frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} |\nabla \xi| & -\frac{\xi_z \xi_y}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \\ \xi_z & 0 & \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

さて、変換行列 T_ξ を掛けた後の運動量流束であるが以下のように変換された速度を使うと簡単に書き表せる。

$$\bar{u} = \frac{\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w}{|\nabla \xi|} \quad (12)$$

$$\bar{v} = \frac{-\xi_y u + \xi_x v}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \quad (13)$$

$$\bar{w} = \frac{-\xi_z \xi_x u - \xi_z \xi_y v + (\xi_x^2 + \xi_y^2) w}{|\nabla \xi| \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}} \quad (14)$$

とすると、変換後の ξ 方向の運動量流束は

$$T_\xi \hat{E} = J^{-1} |\nabla \xi| \begin{pmatrix} \rho \bar{u}^2 + p \\ \rho \bar{v} \bar{u} \\ \rho \bar{w} \bar{u} \end{pmatrix} \quad (15)$$

となる。このようにして局所直交座標系に変換した運動量を流束分割し、再び逆行列を掛けてもとの座標に戻せば良いわけである。

同様のことが η 方向の運動量流束、 ζ 方向の運動量流束に適用できる。

次に空間精度であるがこれは MUSCL 法により 2次精度化した。

時間積分については局所時間積分を用い、計算の単純な Euler 陽解法により行った。

2.2 重合格子

計算格子は Fig 3 のような複数のグリッドを重ね合わせた重合格子を用いた。計算は、それぞれの格子で計算

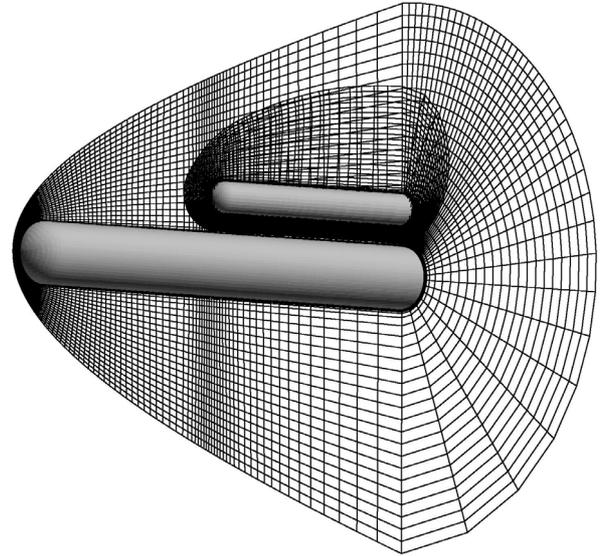


Fig. 3: Overlapped Grid

を行った後、必要な部分をお互いの格子から内挿し次の時間ステップへ移る、といった手順である。重合部分の内挿は囲まれる 6 面体の 8 頂点から 1 次補間した (Fig. 4)。この方法では 6 面体の各辺における補間比を α, β, γ とし、これらをパラメータとして補間する。6 面体の頂点に番号をつけて考えてみる。

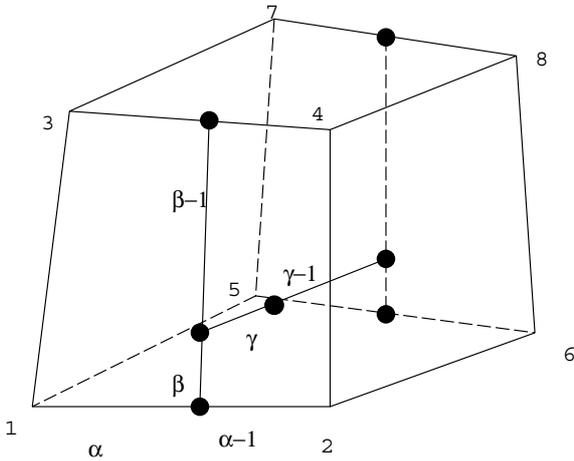


Fig. 4: Method of interpolation

各辺上の補間値は辺の両端の値の線形補間になる。頂点1と頂点2の辺上の値 q_{12} は

$$q_{12} = (1 - \alpha)q_1 + \alpha q_2 \quad (16)$$

となる。そして面上の補間値は辺上の補間値の線形補間で表される。頂点1 2 3 4で囲まれる面上の補間値 q_{1234} は

$$\begin{aligned} q_{1234} &= (1 - \beta)q_{12} + \beta q_{34} \\ &= (1 - \beta)\{(1 - \alpha)q_1 + \alpha q_2\} \\ &\quad + \beta\{(1 - \alpha)q_3 + \alpha q_4\} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。さらに、6面体内部の補間値 q_b は面上の補間値の線形補間であらわせるので次のようになる。

$$\begin{aligned} q_b &= (1 - \gamma)\{(1 - \beta)\{(1 - \alpha)q_1 + \alpha q_2\} \\ &\quad + \beta\{(1 - \alpha)q_3 + \alpha q_4\}\} \\ &\quad + \gamma\{(1 - \beta)\{(1 - \alpha)q_5 + \alpha q_6\} \\ &\quad + \beta\{(1 - \alpha)q_7 + \alpha q_8\}\} \end{aligned} \quad (18)$$

補間比 α, β, γ は変数 q を x, y, z 座標で置き換えた連立方程式より得られる。これはニュートン法により求めた。

3. 風洞試験概要

試験は航空宇宙技術研究所の大型極超音速風洞（ノズル直径 1.27[m]）を使用した。流れの条件はマッハ数 9.58、よどみ点圧力 2.5[MPa]、よどみ点温度 1073[K] である。

計測は赤外線カメラによる温度測定により空力加熱を測定し、シュリーレン写真で衝撃波位置をしらべた。さらにオイルフローで物体表面付近の流れの様子を調べた。空力加熱については現在データ処理中であるので、シュリーレン写真及びオイルフローについて示す。

図5に風洞試験模型取り付け写真を示す。

モデルは2つの半球円柱が後方でアダプターにより接合されている。大きい半球円柱の直径は 60[mm] で全長が 500[mm] であり、後方端には風洞に固定するためのステーキングがはめ込まれている。小さい半球円柱の直径は 30[mm] であり全長は 250[mm] のものと、290[mm] のものを用意した。290[mm] のものは2つの半球円柱を並行に置いた場合に使用し、250[mm] のものは角度をつけて配置した試験で使用した。

赤外線カメラによる温度測定時には、図5のように模型の先端などをベスベル製の物につけかえて行った。またオイルフローを調べるときにはそれらの部分を本体と同じアルミ製につけ代えて試験を行った。



Fig. 5: Two hemisphere-cylinder model

4. 計算結果と検証

計算条件はマッハ数 9.58、よどみ点圧力 2.5[MPa]、よどみ点温度 1073[K] で全長 500[mm] でのレイノルズ数 Re_∞ は 9.80×10^5 である。

計算は対称面で切断した片側について行った。そして格子（流れ方向 x 周方向 x 表面垂直方向）は 141x41x61 及び 85x31x61 で格子点の合計は約 51 万点である。

計算に使用した機器は SGI の Origin2000(4CPU) である。また計算時間を短縮するため、プログラムを MPI ライブラリにより並列化した。MPI を使った並列化により 4CPU を使用した計算速度は 1CPU 使用時に比べ約 3 倍程度速くなった。

4.1 相対角度 0[deg] の計算

ここで相対角度 0[deg]、つまり2つの半球円柱を並行に置いた場合の計算結果を示す。これより大きい半球円柱を下段、小さい半球円柱を上段と言い替える。

計算は物体間距離 H が 20[mm] の場合と 10[mm] の場合の2種類を行った。図6は 20[mm] の距離で並行においた時の等圧線図である。上段の前方に作られた衝撃波が、

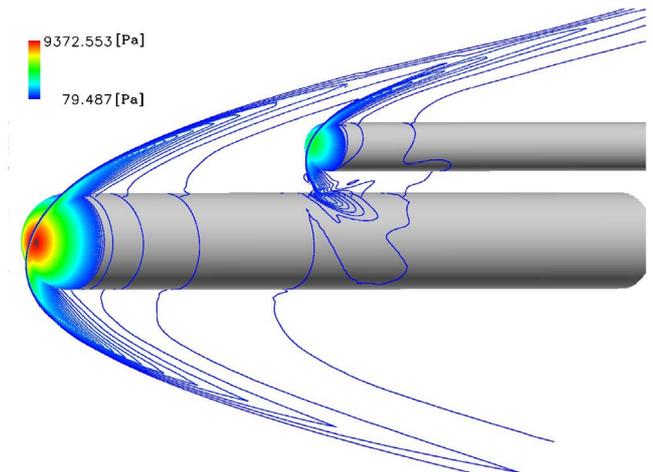


Fig. 6: Pressure Contour (H=20[mm])

下段の壁面にぶつかり圧力が上昇しているのが見られる。図7および図8に下段のよどみ点加熱率 ($Q_{ref}[kw/m^2]$) を基準として、下段の側面の加熱率の比を示した。横軸は小円柱の先端を原点とした流れ方向の距離である。それぞれ上段に一番近い部分を 0[deg] とし周方向に5種類の角度をとりプロットした。180[deg] はちょうど裏側にあたる。

それぞれのグラフより、加熱率は先頭に比べそれほど高くならず 2 割から 3 割程度となっていることがわかる。また、 $H=20[\text{mm}]$ よりも $H=10[\text{mm}]$ の方が衝撃波の影響で加熱率がより大きくなっておりピークの位置も前方にある様子がわかる。

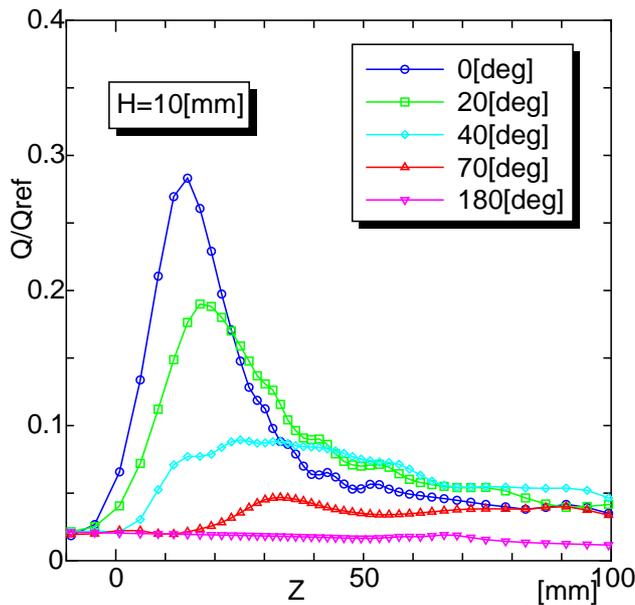


Fig. 7: Heat transfer distribution($H=10[\text{mm}]$)

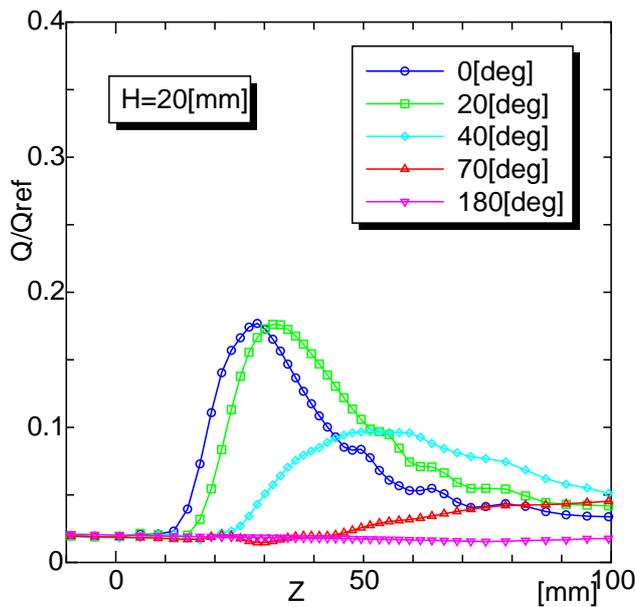


Fig. 8: Heat transfer distribution($H=20[\text{mm}]$)

次に $10[\text{mm}]$ 離れて配置したケースで、衝撃波/境界層干渉が起きている付近の速度ベクトル分布と等圧力線を図 9 に示す。上段前方に生成された衝撃波が境界層にぶつかり、圧力勾配がゆるくなっている。そして干渉後方では、わずかであるが圧力が上がっている。

下段の圧力ピーク前方で流れが剥離しており、圧力ピーク付近で再附着している様子がとらえられている。しかしこの計算では 2 次剥離はとらえられなかった。これは格子の粗さが原因だと思われる。

次にオイルフローについて計算と風洞試験の結果を比較してみる。図 10 は $H = 20[\text{mm}]$ のときのオイルフロー写真であり、図 11 はその試験に対応した計算結果である。風洞試験の写真では 2 つの剥離線と 2 つの再附着線がはっきりと見てとれた。計算では衝撃波干渉付近での 2 次剥離線があまり鮮明ではないが、衝撃波干渉部分から後方

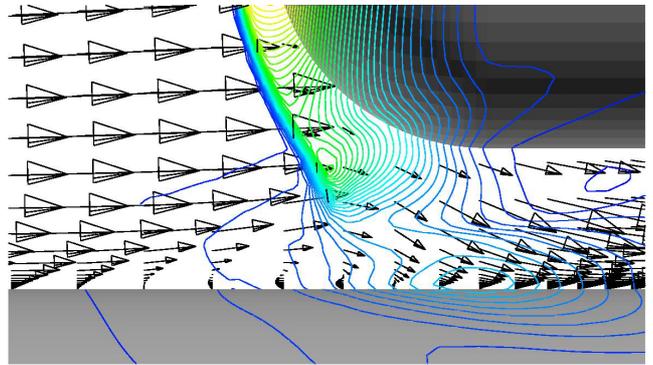


Fig. 9: Velocity ($H=10[\text{mm}]$)

に離れた場所をみると 2 次の剥離線もしっかりと捕らえている。

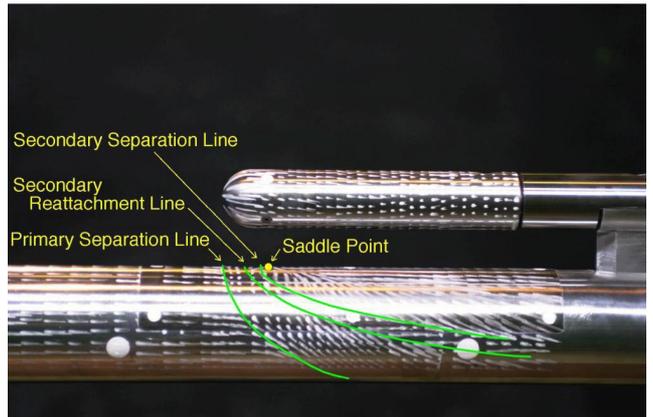


Fig. 10: Oil Flow(EXP. $H=20[\text{mm}]$)

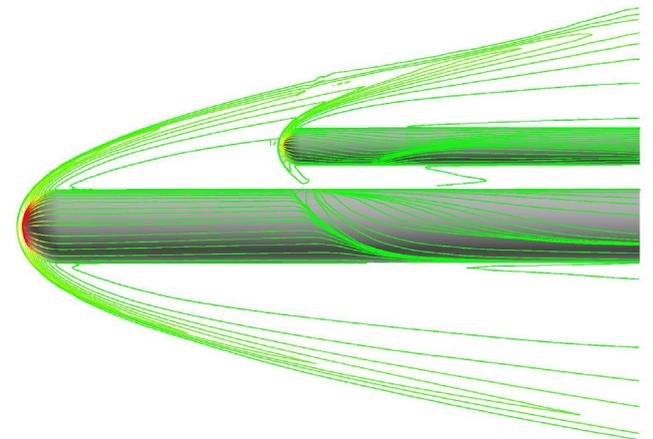


Fig. 11: Oil Flow(CFD $H=20[\text{mm}]$)

2 つの半球円柱を並行に配置した時の数値計算結果を示したが、計算結果の定量的な検証するためには航技研の極超音速風洞で行われた風洞試験の結果と比較しなければならない。これは現在測定データの整理中である。定性的にみると数値計算は妥当な結果を出したように思うが、衝撃波/境界層干渉位置付近での 2 次剥離など、細かい現象を捕らえるためには更に細かい計算格子が必要だと考える。これは今後の課題にしたい。

4.2 相対角度 $15[\text{deg}]$ 付近の計算

上段と下段の角度をつけて上段の前方で衝撃波/衝撃波干渉が起こる場合の計算結果を示す。

始めに $\theta = 14[\text{deg}], 15[\text{deg}], 16[\text{deg}]$ の計算を行い、上段先頭の壁面圧力を調べた。図 13 ~ 図 15 はそれぞれの計算の対称面における等圧力線図を示している。

$\theta = 14[\text{deg}]$ の時は上段の先頭の広い範囲で壁面圧力が高くなった。範囲が広いのは干渉が上段の弓型衝撃波

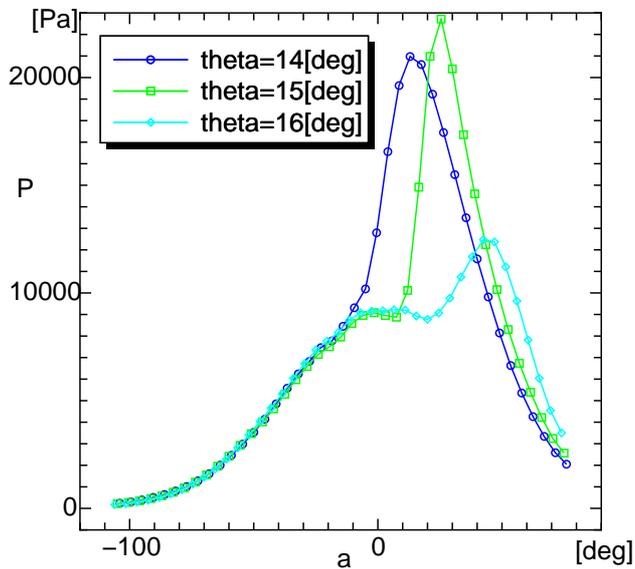


Fig. 12: Pressuer

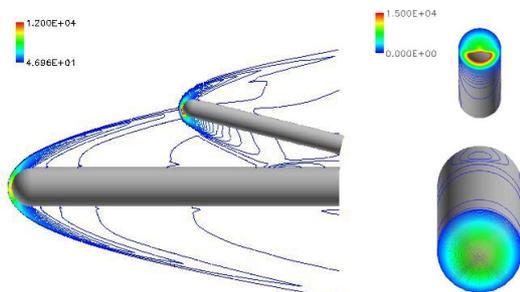


Fig. 13: Pressuer contour(14[deg])

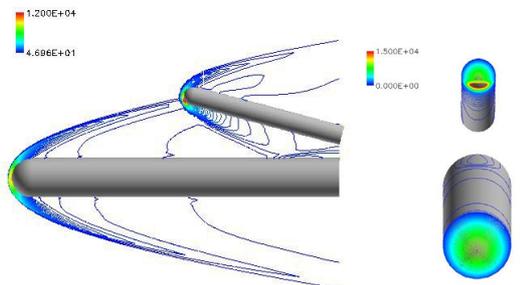


Fig. 14: Pressuer contour(15[deg])

の中心付近で起こるため干渉部分の範囲が広いからである。圧力の高い部分の範囲は 15[deg],16[deg] と狭くなっていく。 $\theta = 15[deg]$ では 14[deg] よりも狭い範囲で圧力が高くなったが、ピークの圧力値は 3 ケース中最も高くなった。

図 12 はそれぞれの角度の対称面上の壁面圧力のグラフである。横軸には水平からの角度をとっている。 $\theta = 15[deg]$ のピークが一番鋭いグラフになっている。

ここで風洞試験により得られた $\theta = 15[deg]$ のときのシュリーレン写真を図 16 に示す。写真は全体の様子を写しているため、衝撃波/衝撃波干渉付近の詳細な様子を見ることが出来ないが、上段、下段の生成した衝撃波が干渉している様子が示されている。この写真と図 14 の計算結果との比較により、上段、下段の衝撃波位置および衝撃波干渉位置は一致していると結論づけられる。

圧力が最も高くなった $\theta = 15[deg]$ の場合について加熱率の様子をしめす。図 17 は $\theta = 15[deg]$ のときの上段の先端部分の等加熱率線と対称面の等圧力線図である。上段の先端のやや下の方で衝撃波/衝撃波干渉の影響により加熱率が高くなっている。また、この場所での衝撃波干

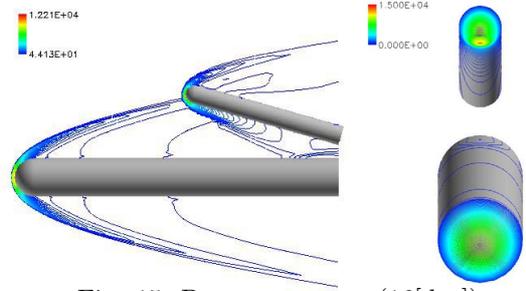


Fig. 15: Pressuer contour(16[deg])

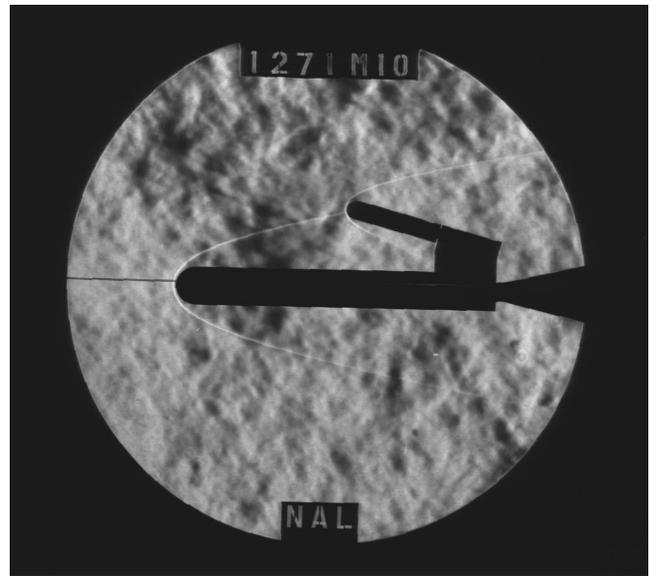


Fig. 16: Schlieren Photography(15[deg])

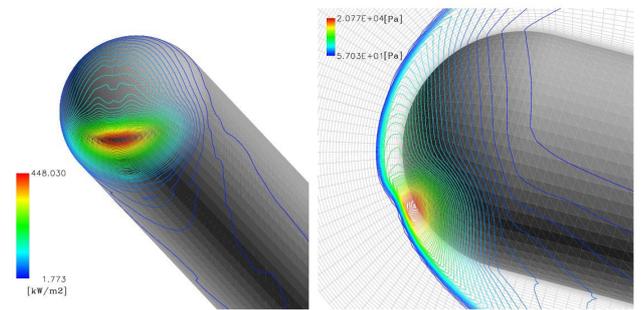


Fig. 17: Heat transefer and Pressuer contour(15[deg])

渉は TypeIII か TypeIV であると考えられるが、計算格子が十分に細くないため図からどちらのタイプの干渉であるかは判断出来ない。

さらに衝撃波干渉なしの時の加熱率と比較したグラフをしめす。縦軸は衝撃波干渉なしの時の淀み点の加熱率を基準とした比を表し、横軸は淀み点からの角度である。ピーク値は干渉無しのとときと比べ 2 倍程度であった。衝撃波/衝撃波干渉による空力加熱は、干渉なしの状態と比べた際に非常に高くなるが、計算結果はそれほど高くなかった。

衝撃波/衝撃波干渉による空力加熱の予測については乱流の寄与や非定常性が関わると思われる。しかし、本計算ではそれらを考慮するまえに干渉領域での計算を格子を更に細かくし、衝撃波/衝撃波干渉の構造を詳細に捕らえる必要がある。加えて格子収束性もまた調べなければならない。

5. 結言

重合格子法により 2 体問題の空力干渉問題の数値解析を行った。風洞試験の結果との比較により衝撃波干渉や圧

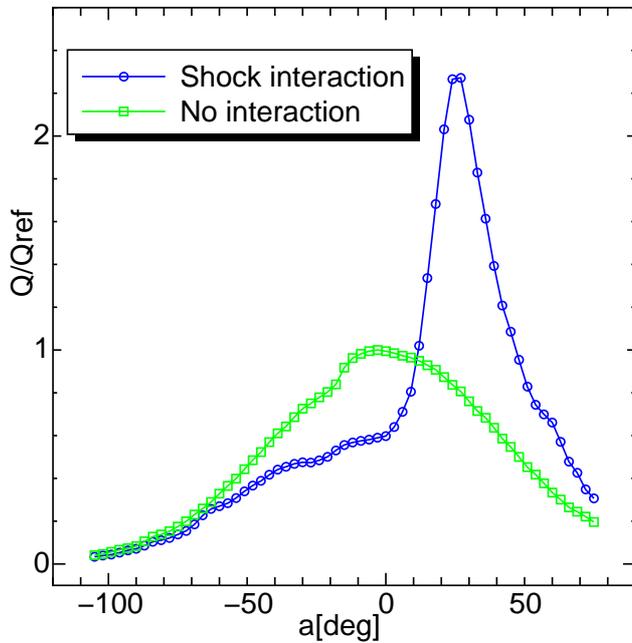


Fig. 18: Heat transfer distribution($\theta = 15[deg]$)

力ピークの位置などにおいて、3次元衝撃波干渉を含む極超音速流の定性的な特徴を捕らえていることがわかった。しかし、衝撃波干渉部分においては計算格子が十分ではなく、干渉加熱のピーク値を正確に捕らえることが困難であった。したがって、衝撃波干渉の複雑な流れの構造を捕らえるためには、今後、干渉部分の計算格子をさらに細かくして計算を行う必要がある。

最後に本風洞実験データの取得及び比較を行うにあたり、航技研の空力特性研究部穂積弘一室長をはじめ極超音速風洞研究室の方々には多方面でお世話いただいた。ここに感謝の意を表す。

6. 参考文献

1. Edney, B.E., "Anomalous Heat Transfer and Pressure Distributions on Blunt Bodies at Hypersonic Speeds in the Presence of an Impinging Shock," FFA Report 115, 1968
2. Y. Wada and M.S. Liou, "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", AIAA Paper 94-0083, 1994
3. 田辺、鈴木, "一般座標系を用いた AUSMDV スキームの3次元超音速流解析への適用", 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1998), pp.35-36