

壁乱流からの放射音の DNS

Direct Numeical Simulation of sound emitted from wall turbulence

- 漁 哲司, 大阪大学大学院, 吹田市山田丘 2-1, E-mail : ryo@fluid.mech.eng.osaka-u.ac.jp
 三宅 裕, 大阪大学大学院, 吹田市山田丘 2-1, E-mail : miyake@mech.eng.osaka-u.ac.jp
 辻本公一, 大阪大学大学院, 吹田市山田丘 2-1, E-mail : tujimoto@mech.eng.osaka-u.ac.jp

Tetsuji RYO, Graduate School of Osaka University, 2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka

Yutaka MIYAKE, Graduate School of Osaka University, 2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka

Koichi TSUJIMOTO, Graduate School of Osaka University, 2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka

Our objective is to make clear the key element of sound source in turbulent flow near a wall and to realize the noise reduction emitted from them. The acoustic field is simulated numerically by DNS code based on Hardin & Pope scheme. In the present simulations, our simulation code is modified to realize more reasonable conditions, *i.e.*, instead of periodicity in streamwise and spanwise direction, radiation conditions are implemented by using PML(Perfectly Matched Layer) method in all three direction except the wallward. In addition, to investigate a character of sound from a strong elementary vortex staying in near wall layer, a pair of vortex which is extracted statistically from fully developed wall turbulence, is evolved in space and time. These simulations turn out the global- and micro mechanisms of sound generation in wall turbulence in detail.

1. 緒言

最近、筆者らは広帯域騒音の一つである境界騒音の音の発生機構とその制御のために、低マッハ数域の壁乱流からの放射音場の DNS を行っている。その結果、壁近傍で発生する強い音圧変動には壁近傍で発生する微細要素渦が関与すること、音源より離れた場ではこれら強い音源が干渉した結果、個々の要素渦よりもスケールの大きな泡状の音場構造が形成されることを見出した¹。また、低マッハ数特性を反映し、遠方に伝わる伝播性音は空間的には低波数スケールが支配的となるが、このスケールは強い要素渦が集中した渦群スケールに近いこと、この渦群スケールの流れ場を音源とした放射音計算によりそのことを確認した²。しかし、これまで進めてきたシミュレーションでは音場、音源場の両者において周期条件を課しており、特に壁から離れた位置の音場特性についてはこの周期条件の影響は明らかにされていない。本研究ではより普遍的な音場構造情報を得るため、周期方向を放射条件に変更し、境界条件の違いが及ぼす影響について検討する。一方、壁乱流の場合、内部に強い音源を多数含み、それぞれからの放射音が強く干渉し合うため、遠方へ伝播する音からそれを支配する音源を直接同定することは難しいが、乱流音制御のためにも流れ場の個々の渦からの放射音特性の詳細な知見と伝播性音を関連付けることは必要不可欠である。そこで本研究では、乱流音の発生機構を要素還元化して考えるための出発点として、統計的に抽出された要素渦構造を時間発展させ、その際の放射音特性を計算し、遠方の放射音との関係について検討した結果について報告する。

2. 基礎式および計算方法

低マッハ数での空力音計算のために Hardin & Pope は流れ場の物理変数を次式で示す非圧縮成分と音響成分に分ける分離解法を提案した³。

$$u_i = U_i + u'_i \quad p = P + p' \quad \rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho' \quad (1)$$

u は速度, p は圧力, ρ は密度, 大文字は非圧縮成分, 添え字ダッシュは音響成分, 添え字 "i" は座標方向を示す。この分離により音響成分に関し次式が導かれる。ただし、音響成分への粘性の影響は十分小さく、エネルギー式の代わりに等エントロピー関係を課す。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

ここで Q, E_j は次式で表される。

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_1 + \rho' \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_1 + u'_1) - \rho_0 U_1 \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_2 + u'_2) - \rho_0 U_2 \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_3 + u'_3) - \rho_0 U_3 \end{bmatrix}$$

$$E_j = \begin{bmatrix} (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_j + u'_j) - \rho_0 U_j \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_1 + u'_1)(U_j + u'_j) - \rho_0 U_1 U_j + \delta_{1j} p' \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_2 + u'_2)(U_j + u'_j) - \rho_0 U_2 U_j + \delta_{2j} p' \\ (\rho_0 + \rho_1 + \rho')(U_3 + u'_3)(U_j + u'_j) - \rho_0 U_3 U_j + \delta_{3j} p' \end{bmatrix}$$

$$p' = \left(\frac{\rho_0 + \rho_1 + \rho'}{\rho_0} \right)^\gamma P_0 - P \quad (3)$$

$$\rho_1 = (P - \bar{P}^t)/c_0^2, \quad \bar{P}^t = \frac{1}{T} \int_T P(x_1, x_2, x_3, t) dt \quad (4)$$

以上の方程式系について音場と流れ場それぞれに物理空間を設定しそれぞれにおいて計算をすすめるが、重合する領域では、非圧縮流れの情報を音源として音響成分の計算を行なう。

空間の離散化には、6 次精度の Compact Scheme⁴を用いた。高精度計算による高波数域での数値不安定除去のため、ここでは 4 次精度の Compact Scheme によるフィルタリングを行なった。時間進行には、4 次精度の Runge-Kutta 法を用いた。

遠方での放射境界条件には、特性の理論に基づく Thompson 流の無反射境界条件^{5, 6}が従来用いられてきたが、格子形状への依存、境界からの反射波が完全に除去できないなどの問題が生じ、そのためにいくつかの改善策が提案されている^{7, 8}。最近、より有効な放射境界条件として、PML (Perfectly Matched Layer⁹) 法が提案されている。この方法では計算領域 (内部領域) の外側に PML 領域 (外部領域) を設け、その領域で物理量の時空間変動分を吸収するために仮想的な外力項を加えることで、境界からの反射波を抑えている。

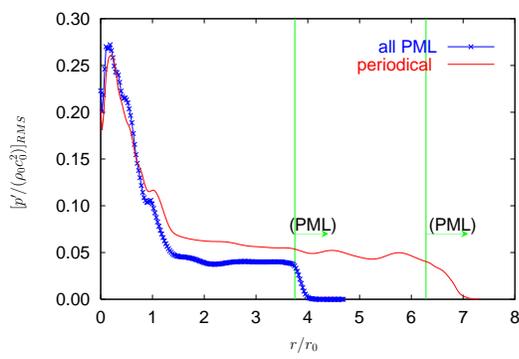


Fig. 1: : Intensity of acoustic pressure $p' / (\rho_0 \bar{u}_\tau^2)$

Table 1. Calculation condition of acoustic and flow field

	Streamwise	Wall normal	Spanwise
Length(acous.)	$8\pi H$	$1.5\pi H$	$3\pi H$
Grid number	128	180	96
Length(flow)	$4\pi H$	$2H$	πH
Grid number	128	129	64
Re number	$Re_{\tau 0} = H \bar{u}_{\tau 0} / \nu = 150$		

与えられた方程式を各方向に対して分離し、それぞれについて方程式を解く．具体的に、式 (2) は以下のようになる．

$$\frac{\partial Q^{(i)}}{\partial t} + \sigma^{(i)} Q^{(i)} + \frac{\partial E_j}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $Q = Q^{(1)} + Q^{(2)} + Q^{(3)}$ である (ただし、 (i) については総和規約をとらない。) また、 $\sigma^{(i)}$ は外力にかかる係数で、内部領域では 0、PML 領域では内部領域からの距離に従い係数の値を大きくとる．この係数の与え方に特別な条件はないが、本研究では各方向に対して指数関数で $\sigma^{(i)}$ を表現した．PML 法は、特性に基づく境界条件と比べ、境界部分でも内部と同じスキームが適用でき、プログラミングが容易であることも大きな利点である．

3. 計算結果

3.1 計算条件

壁乱流音の計算にあたって、著者のスペクトル法による溝乱流の DNS データベースを利用した¹⁰．平均流の向きに x 、壁垂直方向に y 、スパン方向に z をとり、 x, z 方向には周期境界条件を課す．時間平均量にバーを付し、変動成分にプライムを付して表す．平均圧力勾配 $(2H\Delta\bar{P}/L_x)^{1/2}$ (ただし $L_x = 4\pi H$) すなわち平均壁面摩擦速度 \bar{u}_τ を代表速度とするレイノルズ数 $Re_\tau = 150$ とした．

また、音場計算では各方向それぞれに PML 法を用いた．音場計算の格子間隔は $\Delta x_1 = 1.963 \times 10^{-1}$, $\Delta x_2 = 2.618 \times 10^{-2}$, $\Delta x_3 = 9.817 \times 10^{-2}$ で、時刻刻みは $\Delta t = 1.50 \times 10^{-4}$ とした．無次元化は環境密度 ρ_0 、長さは y 方向の基準長さ H 、速度は平均壁面摩擦速度 \bar{u}_τ で行う．このとき、時間は H/\bar{u}_τ 、圧力は $\rho_0 \bar{u}_\tau^2$ として無次元化される．また、マッハ数 $M = 0.01$ として音速は $c_0 = \bar{u}_\tau / M = 100$ とした．環境圧力は $P_0 = \rho_0 c_0^2 / \gamma \approx 7142.86$ となる．

表 1 に DNS データベースと音場計算の仕様を示す．

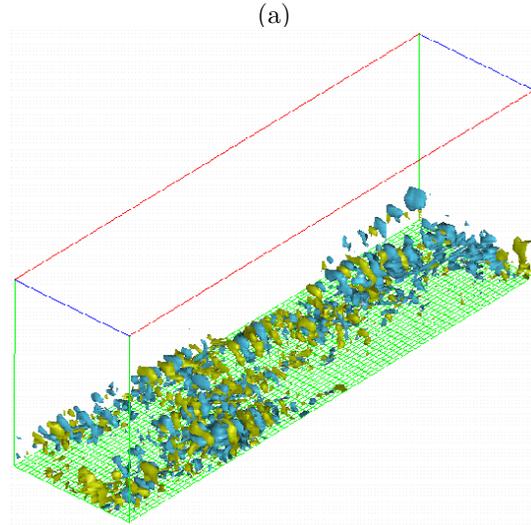
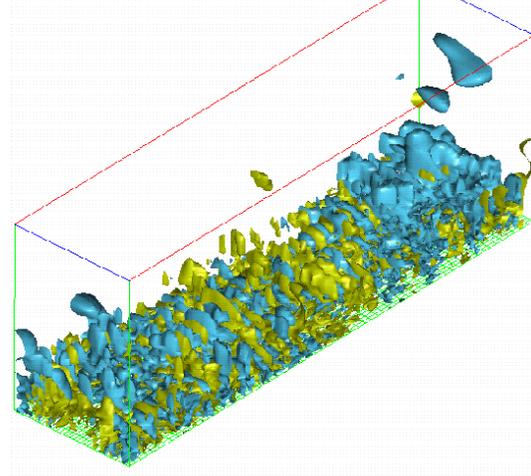


Fig. 2: : 3D view of acoustic pressure (a) $|p' / (\rho_0 \bar{u}_\tau^2)| > 0.10$, (b) $|p' / (\rho_0 \bar{u}_\tau^2)| > 0.27$

3.2 全周放射条件の場合の壁乱流からの放射音の DNS

音源となる壁乱流場は周期条件とするが、音場計算には壁を除く周囲の境界に PML 法により放射条件を課した．図 1 に音圧強度分布を示す．放射条件を課した場合の音圧強度は周期条件を課した場合と同じく、壁乱流音源の上部領域について算出した．周期条件の場合、音源上部の音圧強度は一定値となるが、放射条件を課した場合、計算領域外からの放射音の寄与は考慮されず、音圧強度は低下する．ここには図示しないが、瞬時の放射音の空間分布から、放射条件は適切に作用し境界からの反射波による汚染は生じていない．図 2 に瞬時の音圧の空間分布を示す．周期条件の場合と同様、強い音圧変動は壁近傍に間欠的に発生し、それらは、渦が集中した渦群と関連する構造が形成される．一方、壁遠方場では近傍に比べ音圧変動は弱くなるが、その中でも特に、強い音圧変動は泡状の様子を呈する．周期条件の場合もこのような泡状の音圧変動が極めて短時間に生成消滅する様子を瞬時の可視化結果や動画からそのことを確認したが、周囲を放射条件とした場合についてもこれらの特徴的な様子は変わらない．この壁から離れた位置での泡状の音圧構造は壁近傍で発生した特に強い音圧が伝播し干渉し合った結果形成されることを示したが¹ この場合も同じ機構が作用していること、すなわち乱流が維持されるだけの領域が確保された場ではその領域内の音源どうしの干渉が起こり、音場の構造は定性的に変化しないと考えられる．

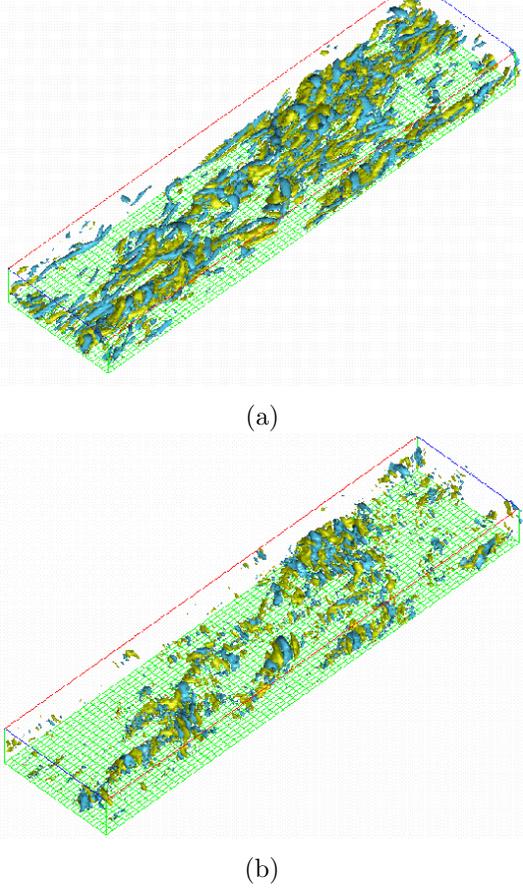


Fig. 3: 3D view of acoustic source term (a)(Lighthill): ($|T_{ij,ij}| > 500$), (b)(Ribner): ($|-1/c_0^2 \partial^2 P^{(0)}/\partial t^2| > 5$)

次に瞬時の音源項について可視化した結果を示す。ここでは音源項を次式で定義した。

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{Lighthill}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho' = -\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P^{(0)}}{\partial t^2} \quad (\text{Ribner}) \quad (7)$$

T_{ij} は Lighthill の応力テンソルを示す。音源項の形式に違いはあるが、遠方音に対する積分解は基本的に同一の解を与える。しかし、Ribner 音源 (式 (7)) は、非伝播性音 (擬音) の発生に寄与する音源項を取り除いた表現形式であることから、遠方への伝播性成分に関する音源の同定には妥当な指標であると考えられる^{11, 12}。

Lighthill 音源は壁近傍の微細渦構造 (局所低圧領域) を特定する指標と等価であることから、壁近傍の強い音源は微細構造渦によるものである。Ribner 音源の場合、微細渦構造と完全には一致しないものの、微細渦構造が集中した領域 (渦群領域) とよく対応し、主流方向に正負の値が交互に連続して現れる音源構造をとる。また、ここには図示しないが音圧の空間分布を音源と同じ領域で可視化すると、強い音源領域と強い音圧領域が極めてよく対応する。

このように壁近傍の音源の平面分布の観察結果からも音圧変動の強い領域は渦が集中した渦群領域が支配的であることは周期条件の場合においても示したが、ここではさらに詳細に渦構造と音圧変動を関連付けるために、音圧変動の絶対値と速度勾配テンソルの第二普遍量 Q 値の積、すなわち相関の空間分布を図 4 に示す。参考にこのときの Q 値の空間分布も合わせて示した。相関の強い

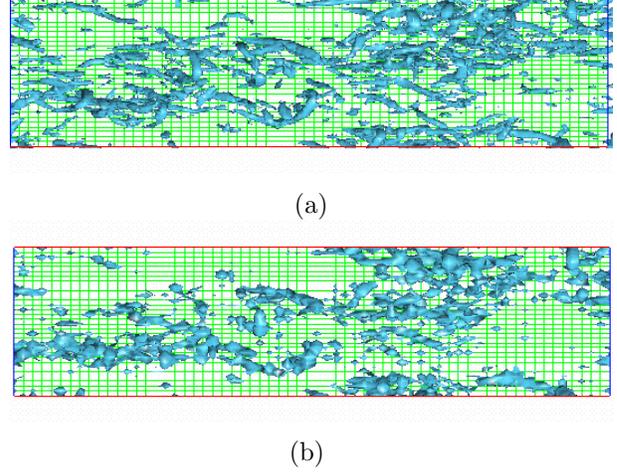


Fig. 4: Plan view of (a) vortices ($Q^+ > 500$) and (b) $|p| \cdot Q > 100$

領域は Q 値で示す渦構造、特にスパン方向渦の分布と対応することから、壁近傍ではスパン方向渦の周囲が強い音圧の発生に深く関わっていることを示している。

壁遠方への放射音の特性は周期条件を仮定した場合、フーリエ変換された波動方程式は次式となる。 \tilde{S} は各物理量のフーリエ成分を示す。

$$\omega^2 \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial y^2} - a_0^2 (k_x^2 + k_z^2) \tilde{p} = -\tilde{S}(k_x, y, k_z, \omega) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 - a_0^2 (k_x^2 + k_z^2) &> 0; \text{ propagating mode} \\ &< 0; \text{ non-propagating mode} \end{aligned}$$

a_0 : speed of sound

k_x, k_z : wave number

ω : frequency

$S(x, y, z, t)$: acoustic source

低マッハ数の場合、比較的低波数の空間スケールの伝播特性がよいことがわかる。音源上部の局所的な強い音圧構造の発生には壁近傍の空間スケールの小さいスパン方向渦が支配することから伝播特性を満足する解は時間スケールも極めて短いものとなり、遠方へ伝播する泡状の強い音圧構造の拳動と定性的に整合する。

3.3 孤立渦対からの放射音の DNS

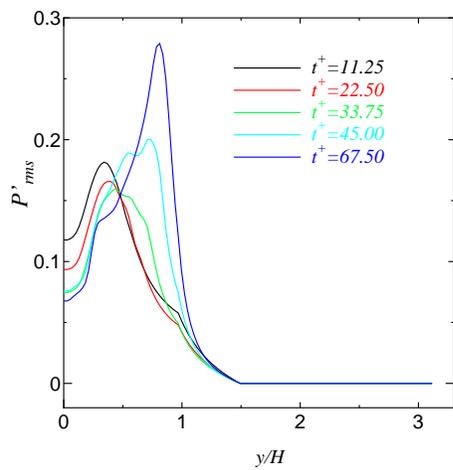
放射条件を課した場合も強い要素渦どうしの干渉を無視できず、壁近傍で発生する個々の渦自身の放射特性を捕らえることは難しい。そこで、壁近傍に一つの渦対を配置し、その成長過程における放射音を直接計算する。

流れ場の初期値、すなわち発達させる渦の種として、線形統計評価法 (LSE: Linear Stochastic Estimation) により壁近傍場で統計的に渦構造を抽出する¹³。音場計算は PML 法により放射条件を課した。

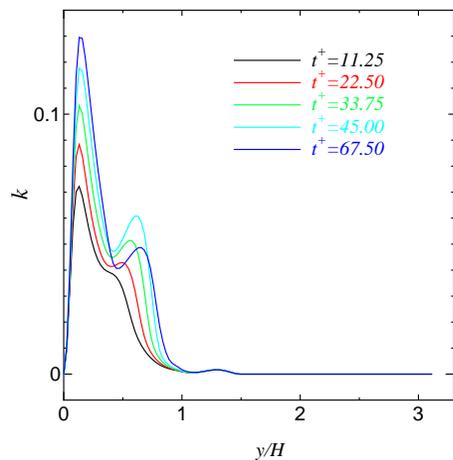
図 5 に非圧縮の圧力変動と乱れエネルギーの時間変化を示す。渦の成長に伴い、壁近傍と壁から離れた位置においてピーク値が観察されるが、それぞれは縦渦とスパン方向渦の形成によるものである。

図 6 はこのときの音圧変動強度の時間変化を示している。流れ場の時間発展の様子とは異なり、壁から離れた位置でかつある時点で急激に強い音圧変動が生じている。

瞬時の可視化結果は図 7 になる。図中の黄色は Q 値の等値面、等値線は渦対の中心を通る $x-y$ 断面上の音圧分布を示している。初期に与えた渦対は時間とともに下



(a)



(b)

Fig. 5: : Time evolution of the flow property of the vortex pair.
(a) Intensity of hydrodynamic pressure fluctuation, (b) turbulent kinetic energy

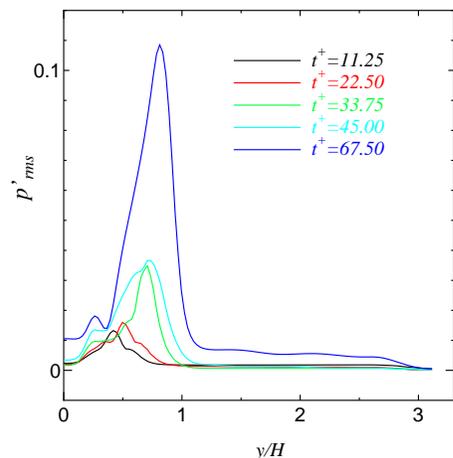


Fig. 6: : Time evolution of the intensity of acoustic pressures from the vortex pair.

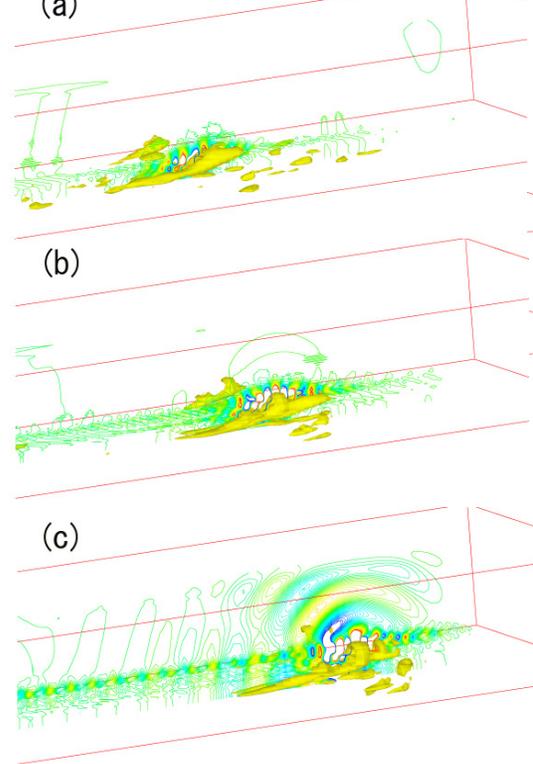


Fig. 7: : 3D view of the vortex pair and contours of the acoustic pressure on the $x - y$ plane at the center of the vortex pair.
(a) $t^+ = 11.25$, (b) $t^+ = 33.75$, (c) $t^+ = 67.5$

流側に引き伸ばされかつ壁から離れる方向に成長を続けるが、音圧変動の値は小さい。さらに渦対が成長し、強いヘッド部が形成されはじめると同時に強い放射音が発生する。これら渦対はさらに成長を続け、下流側に新たなヘアピン渦を形成し大規模な渦群へと変化する。現在のシミュレーションは、この渦の成長過程の一部しか計算していないが、要素渦の発達段階においては、徐々に放射音が強くなるわけではなく、縦渦のような要素渦ではなくヘッド部が急成長する際にとくに強い放射音が発生する。

4. 結 言

低マッハ数域での壁乱流からの放射音に関するDNSを行った。音場の周囲を放射条件に変更した場合も音源上部には泡状の強い音場構造が観察された。このことは乱流が維持されるだけの領域が確保された場ではその領域内の音源どうしの干渉が起こり、周期条件を課した場と比較して音場構造は定性的に変化しないことが確認された。また、壁近傍場で統計的に抽出された渦対を時間発展させた際の放射音計算を行った結果、要素渦の発達段階においては、徐々に放射音が強くなるわけではなく、ヘッド部が急成長する際にとくに強い放射音が発生することがわかった。実際の流れ場においても、強い音圧の発生にはヘッドに相当するスパン方向渦が寄与しており、壁近傍での強い放射音の発生機構が明らかにされた。

参考文献

1. 宮本善彰, 三宅裕, 辻本公一, 直接シミュレーションによる壁近傍からの空力騒音に関する研究 第13回数値流体力学シンポジウム講演論文集, p.48(1999).
2. 漁 哲司, 三宅 裕, 辻本公一, 宮本善彰, 壁乱流から出る音のDNS, 日本流体力学学会年会 '2000 講演論文集, pp.233-2342(2000).
3. Hardin, J. C. and Pope, D. S., *AIAA Journal*, **33**-3,

4. Lele, S. K., Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution, *J. of Comp. Physics* **103**, (1992), pp.16-42.
5. Thompson, K. W., Time-Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic System, *J. of Comp. Physics* **68** (1987), pp.1-24.
6. Ponisot, T. J. and Lele, S. K., Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, *J. of Comp. Physics* **101** (1992), pp.104-129.
7. Lee, D.J. and Koo, S.O., "Numerical Study of Sound Generation due to a Spinning Vortex Pair," *AIAA J.*, Vol 33, No.1, (1995) pp.20-26
8. Ekaterinaris, J. A., "Upwind Scheme for Acoustic Disturbances Generated by Low-Speed Flows," *AIAA J.*, Vol 35, No.9 (1997) pp.1448-1455.
9. Hu, F.Q., "On Perfectly Matched Layer As An Absorbing Boundary Condition" , *AIAA Paper*, No.96-1664.
10. 三宅裕、辻本公一、周期的圧力勾配を有する溝乱流の直接シミュレーション, 日本機械学会論文集 B 編、**61**-587 (1995), pp.2401-2407.
11. 林篤史、三宅裕、辻本公一、第 11 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.117-118 (1997)
12. K. TSUJIMOTO, A. HAYASHI and Y. MIYAKE, Proc. 4th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, (1998), pp. 928-936.
13. 三宅 裕、辻本公一、佐藤範和、鈴木雄介、壁近傍乱流における壁近傍層の乱流特性, 日本機械学会論文集 B 編、**66**-650 (2000), pp.2585-2592.