円柱まわりの流れにより発生する音の直接数値計算

Direct Numerical Simulation of Sound Generated by the Flow around a Circular Cylinder

- 細谷 浩之, 東北大学流体科学研究所, 〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1
 - 畠山 望,東北大学流体科学研究所,〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, hatakeyama@ifs.tohoku.ac.jp
 - 庄司 隼人, 東北大学流体科学研究所, 〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1
 - 井上 督,東北大学流体科学研究所, 〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, inoue@ifs.tohoku.ac.jp

Hiroyuki HOSOYA, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., Aoba-ku, Sendai 980-8577, JAPAN

Nozomu HATAKEYAMA, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., Aoba-ku, Sendai 980-8577, JAPAN

Hayato SHOJI, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., Aoba-ku, Sendai 980-8577, JAPAN

Osamu INOUE, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., Aoba-ku, Sendai 980-8577, JAPAN

Acoustic sounds generated by the flow around a circular cylinder at Re = 150 and 1000 are calculated by the direct numerical simulation. The two-dimensional, unsteady, compressible Navier-Stokes equations are solved by a finite difference method. A sixth-order-accurate compact Padé scheme is used for spatial derivatives, and a forth-order-accurate Runge-Kutta scheme is used for time marching. Sound waves which have a frequency of the Kármán vortex street are observed. Rerefaction waves and compression waves propagate toward different angles. It is found that the generated sound agrees with the acoustic analogy.

1. 緒言

騒音には物体の振動による振動騒音と流体の非定常運動による流体騒音とがある。振動騒音のパワーは代表速度の2乗に比例するのに対して、流体騒音のパワーは代表速度の6~8乗に比例するため、航空機や車両の高速化を図る上で流体騒音が問題となる。そこで本研究では固体壁の存在する流れの単純なモデルとして、円柱まわりの流れをとりあげる。音源となる円柱近傍場から音波の伝播する遠方場までを直接数値計算により捉え、流体騒音の発生と伝播のメカニズムを明かにすることが目的である。

2. 問題設定と計算方法

図1に本研究の問題設定を示す。マッハ数 Mの流れの中に直径 Dの円柱をおいた場合を考える。観測点は原点からの距離 rと上流側からの時計回りの角度 θ で定義する。パラメータは静止音速 c_{∞} と円柱直径 Dで規格化しており、今回行った計算はレイノルズ数 $Re = Mc_{\infty}D/\nu = 150,1000, マッハ数 <math>M = 0.05 - 0.3$ である。

二次元圧縮性の Navier-Stokes 方程式を有限差分法に より解いている。微小変動圧力である音波を捉えるため に、高精度なスキームを用いる必要がある。空間微分に 6次精度の Padé 型コンパクトスキーム⁽¹⁾、時間進行に 4次精度 Runge-Kutta 法を用いている。境界条件は円柱 表面が断熱・すべりなし、遠方境界に無反射境界条件⁽²⁾ を適用している。計算格子は極座標非一様格子を用いて いる⁽³⁾。



Fig. 1: Schematic diagram.

3. 計算結果

Re = 150, M = 0.2の場合について結果を示す。図 2 は円柱表面の圧力係数 C_p である。図中の縦線は圧力変 動の最大値と最小値を結んだものである。円柱上流側で はほとんど変動が無く、円柱の 90°付近から後流側で渦 運動による大きな圧力変動がある。また、図 3 は揚力係 数 C_L , 抗力係数 C_D の時間変化を表している。 C_L から 求めたストローハル数は 0.183 となり実験値と良く一致 する。



Fig. 2: Pressure coefficient C_p . Re = 150, M = 0.2.



Fig. 3: Time history of drag coefficient C_D and lift coefficient $C_L.Re = 150, M = 0.2$

図4は揚力係数が最大となるt = 2040での円柱近傍の 渦度場で、青線が時計回りの渦度、赤線が反時計回りの 渦度である。渦が円柱の上下から交互にはく離している 様子がわかる。図5に図4の渦度場と同時刻の音圧場を 示す。音圧は静圧 p_0 からのずれ $\Delta p = p - p_0$ で表し、赤 線が $\Delta p > 0$ 、青線が $\Delta p < 0$ 、点線が $\Delta p = 0$ を表して いる。円柱の上流側に圧力の高い部分、円柱の後流側に カルマン渦列による圧力の低い部分がある。さらに円柱 の上下に圧力の低い部分があり、図2で示したようにこ の領域の圧力値が渦運動によって大きく変動する。この 領域から正のピークを持つ圧縮波が流れの上流側、負の ピークを持つ膨張波が流れの下流側に進んでいくことが わかった。

続いて渦運動と音波の発生メカニズムを考察する。図5 を見ると揚力が最大となる時刻t = 2040では円柱上面 に低圧部分が広がっており、円柱上面からの負のピーク を持つ音波の発生を捉えている。しかし、円柱の下面で は一様流と円柱の作り出す擬音の影響で正のピークを確 認することはできない。そこで $(r, \theta) = (25, \pm 90^\circ)$ での 音圧を見てみると、90°方向では負のピークを持つ音波 があり、-90°方向には正のピークを持つ音波が確認で る、これはt = 2015において揚力が最大になったときに 発生した音波である。これらは揚力の発生と音波の発生 が密接に関係していることを表している。渦は円柱の上 下から交互に放出されることから、円柱に作用する揚力 も図3に示したように周期的に変動する。この渦運動に よる円柱に作用する力の変動が音源となり音波が発生す ると考えられる。

次にこれらの音波の性質を調べる。図 6 は (a) 圧縮波 のピークが進行していく $\theta = 50^{\circ}$ 、(b) 一様流に垂直な $\theta = 90^{\circ}$ 、(c) 膨張波のピークが進行する $\theta = 120^{\circ}$ の音圧 の空間分布である。青線は赤線から時刻 10 進んでおり、 音波が c_{∞} で伝播していれば $\Delta r = 10$ となるはずである。 各方向の伝播距離を見てみると、一様流によるドップラー 効果で上流側に進む波は伝播速度が遅く、下流側に進む 波は伝播速度が速いことがわかる。各方向の伝播速度は ほぼ $c_{\theta} = c_{\infty}(1 - M \cos \theta)$ に従う。図 7 は図 6 と同じ方 向での音圧ピークの減衰である。(a),(b) は正のピークの 減衰、(c) は負のピークの減衰を表している。各方向とも 遠方では線形音波理論により導かれる $r^{-1/2}$ に比例した 減衰を示す。



Fig. 4: Contours of vorticity. $Re = 150, M = 0.2, t = 2040, |\omega| \le 50, \Delta \omega = 1.$



これらの音波が何重極成分が主要かを調べるため、多 重極展開を試みる。図6で示したように音波の伝播速度 は角度に依存するため、 $r \in \theta$ の関数とし、音圧が $r^{-1/2}$ に比例することを考慮した多重極展開を考える。

$$\Delta p(r',\theta) = \frac{1}{\sqrt{r'}} A'_0 \qquad \cdots \forall \equiv \mathbf{M}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{r'}} [A'_1 \cos \theta + B'_1 \sin \theta] \qquad \cdots \equiv \mathbf{m}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{r'}} [A'_2 \cos(2\theta) + B'_2 \sin(2\theta)] \cdots \mathbf{m} \equiv \mathbf{m}$$

$$\cdots$$

$$r' = r(1 - M \cos \theta)$$

この多重極展開の結果を図 8 に示す。観測点は $r = 75, \theta = 90^{\circ}$ であり、(a) は M = 0.1、(b) は M = 0.2、(c) は M = 0.3 の場合について示している。青線で表した B'_1 の二重極成分と黒線で表した DNS の圧力変動はほぼ一致しており、どのマッハ数においても二重極成分が主要 だということがわかる。



流体と固体壁の干渉で発生する音波は、二重極成分が主 要だということは理論的に言われていることであった⁽⁴⁾。 次に示す式は固体壁からの二重極音の発生と伝播を表す 2次元 Curle の式で、物体中心は原点にありコンパクト であるという仮定を含んでいる。

$$\Delta p(\mathbf{x},t) = -\frac{x_i}{2^{3/2}\pi c_{\infty}^{1/2} |\mathbf{x}|^{3/2}} \int_{-\infty}^{\tau} \left[\frac{\partial F_i(t')}{\partial t'}\right] \frac{dt'}{\sqrt{\tau - t'}}$$

x は観測点の位置ベクトル, $\tau = t - |\mathbf{x}|/c_{\infty}$ は遅延時間で ある。 $F_i(t') = -\oint_{\partial S} f_i(\mathbf{y},t') d\ell(\mathbf{y})$ は物体表面 y に作用 する力であり、物体が流体に加える単位面積あたりの力 f_i を物体境界 ∂S で線積分したものである。この Curle の式から、物体近傍の代表速度、代表長さ、時間スケー ルをそれぞれ (v,ℓ,T) とし、音波を観測する遠方場の代表 速度、原点からの距離を (c,r) として発生する音圧の大 きさを類推してみる。その結果、マッハ数の 2.5 乗に比 例し、距離の-1/2 乗に比例するという結論が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta p(\mathbf{x},t) &\sim \frac{r}{c^{1/2}r^{3/2}} \left[\frac{\rho v^2 \ell}{T} \right] \frac{T}{\sqrt{T}} \sim \left(\frac{v}{c} \right)^{5/2} r^{-1/2} \rho c^2 \ell^{1/2} \\ &\propto M^{5/2} r^{-1/2} \end{aligned}$$

この結果を確かめるために音圧のマッハ数によるスケー リングを行ったものが図 9(a) である。縦軸を $M^{2.5}$ でス ケーリングし、横軸はピークの時刻 t_1 で合わせ、一様流 速 Mc_∞ で規格化した時間にするためにMでスケーリン グしている。各マッハ数ともほぼ 1 本の線に乗っており、 スケーリングが成り立つ。このマッハ数によるスケーリ ングは図 9(b) に示すようにRe = 1000でも同様に成り 立つ。

最後に、マッハ数の違いによるピークの進行方向の変 化を調べる。図 10 は Re = 150 の各マッハ数における t = 2000 の音圧場である。この音圧場の中の擬音成分を 得るために、音圧場の時間平均をとり、平均音圧場(図 11)を出してみる。この平均音圧場を音圧場から引いた ものが図 12 に示した圧力場で、擬音に対する変動音圧と なる。この変動音圧は正、負の音波のピークとも上流側 の同じ角度に進行し、マッハ数が大きくなるほどピーク の進行する角度が上流側に傾くことがわかった。

4. まとめ

- (1) 円柱まわりの流れから発生する音波を、直接数値計算によって捉えた。
 (2) 発生する音波の伝播速度は、マッハ数 M の一様流に
- (2) 発生する音波の伝播速度は、マッハ数 M の一様流に よるドップラー効果のため、進行方向で異なる速度 となり、 $c_{ heta} = c_{\infty}(1 - M \cos \theta)$ で表される。
- (3) 音圧場の多重極展開の結果、二重極成分が主要であることがわかった。さらに理論式で予測されるように音圧は $M^{5/2}$ に比例し、 $r^{-1/2}$ に比例した。
- (4) 圧縮波が上流側に、膨張波が下流側に進むように見えたのは、上流側に正の圧力、後流側に負の圧力という擬音の影響であった。擬音に対する変動音圧の正、負のピークは上流の同じ角度に進行することがわかった。さらに、マッハ数が大きくなるのに伴いピークの進行する角度が上流側に傾くことがわかった。

参考文献

- Lele, S. K., "Compact finite deference schemes with spectral-like resolution," J. Comput. Phys. 103 (1992), 16–42.
- Poinsot, T. and Lele, S. K., "Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows," J. Comput. Phys. 101 (1992), 104–129.
- 3. Hatakeyama, N.,Hosoya, H. and Inoue, O., "DNS of sound generated by cylinder wakes," Proc. 1st ICCFD (2000, in press).
- 4. Curle, N., "The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound," Proc. Roy. Soc. A 231 (1955), 505–514.





Fig. 9: Scaling of sound pressure by Mach number. $r_{obs} = 100, \theta_{obs} = 90^{\circ}$



Fig. 10: Contours of sound pressure. Re = 150, t = 2000, $|\Delta p| = 0.08 M^{2.5}$, $\Delta p_{step} = 0.4 \times 10^{-2} M^{2.5}$.



Fig. 11: Contours of mean sound pressure. Re = 150, $|\Delta p| \leq 0.08 M^{2.5}$, $\Delta p_{step} = 0.4 \times 10^{-2} M^{2.5}$.



Fig. 12: Contours of fluctuation pressure given by subtracting the mean sound pressure from the sound pressure. $Re = 150, t = 2000, |\Delta p| \leq 0.08 M^{2.5}, \Delta p_{step} = 0.4 \times 10^{-2} M^{2.5}.$