# 吸込み吹出しのある平面ポァズイユ流遷移のＤＮＳ
# DNS of Transition in the Plane Poiseuille Flow with a Suction/Blowing

山本稀義、航技研、調布市深大寺東町 7-44-1、E-mail:yamamo@nal.go.jo
跡部　隆、航技研、調布市深大寺東町 7-44-1、E-mail:atobe@nal.go.jo
高橋直也、電通大、調布市調布ヶ丘 1-5-1、　E-mail:naoya@mce.uec.ac.jp
Kiyoshi Yamamoto, NAL, 7-44-1, Jindaijihigashi-machi, Chofu, Tokyo 182-8522
Takashi Atobe , NAL, 7-44-1, Jindaijihigashi-machi, Chofu, Tokyo 182-8522
Naoya Takahashi, Univ. Electro-Communi., 1-5-1, Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182-8585

Laminar-turbulent transitions induced by various stationary suction/blowings on the wall of the plane Poiseuille flow are directly simulated on a parallel computer. A suction/blowing simulates a sort of wall surface roughness and excites a disturbance wave with the same wave number in the flow. When the suction/blowing excites directly a TS wave, the transition is triggered by the amplified TS wave. On the other hand, when the wave number of the suction/blowing differs to the TS wave component, the transition is triggered by transient growth of streamwise vortices excited by the suction/blowing.

## １．はじめに

平面ポァズイユ流が層流から乱流へ遷移する力学機構は理論的には線形安定性理論に基づいて研究されてきた[1)]。すなわち、線形撹乱方程式の固有値問題から不安定になる Tollmien-Schlichting 波（ＴＳ波と略称）およびその増幅率が調べられてきた。そして、ＴＳ波が発生する臨界レイノルズ数は 5772 と導かれている[2)]。しかし、実験的にはこれより遙かに低いレイノルズ数（～1500）でも乱流が発生する事が知られていて[3)]、これについてはＴＳ波不安定では説明が出来ない。

これに対して、近年、主流に含まれている初期撹乱及び壁面粗さがある程度大きくなると撹乱の過渡的増幅（transient growth）によるバイパス遷移が発生することが注目されてきた[4)]。この様なバイパス遷移では流れ方向に軸を持つ縦渦の不安定による遷移が実現することが特徴である。これに関連して、Lunbladh et al[5)]、 Reddy et al[6)] 及び著者等[7,8)]はこれまで主流の撹乱による縦渦型のバイパス遷移をＤＮＳによって検証し、それが実現する初期撹乱の振幅の閾値はレイノルズ数の約 1.7 乗に比例することを報告してきた。ここでは、壁面の粗さの効果を壁からの定常的な吸込み吹出しにより模擬した流れの遷移過程をＤＮＳによって調べた結果について報告する。

## ２．計算方法の説明

流れの座標系 $\mathbf{X}(x,\ y,\ z)$ は Fig. 1 のように基本流 $U$ の方向に $x$、壁に垂直方向に $z$、スパン方向に $y$ を取り、計算領域を，$x\in[0,\ L_x]$、$y\in[0,\ L_y]$、$z\in[-L_z/2,\ L_z/2]$ とする。流れを基本流 $U(=1-z^2)$ と撹乱 $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ の和で表すと $\mathbf{u}$ の基礎方程式はナビェ・ストークス方程式 から

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}=-U\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}-w\frac{\partial U}{\partial z}-\omega\times\mathbf{u}-\nabla P+\frac{1}{R}\nabla^2\mathbf{u} \quad (1)$$

と導かれる。ここで、$\omega=\nabla\times\mathbf{u}$、$R=U(0)L_z/2\nu$。

また、非圧縮条件は

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0 \quad (2)$$

撹乱 $\mathbf{u}$ については $x$、$y$ 方向に

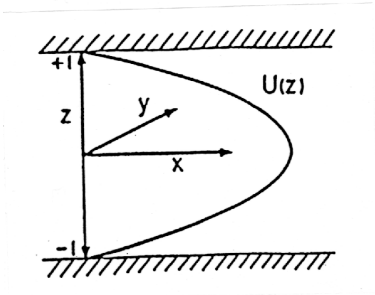


Fig.1 Coordinate system of the Plane Poiseuille flow

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\sum_{\mathbf{k}}\ \mathbf{u}(k_x,k_y,z_j,t)\exp\{i\left(k_x x+k_y y\right)\} \quad (3)$$

とフーリェ級数展開して表す。ここで、$z_j$ はチェビシェフ・コロケーション点を表す。計算領域は $L_x=4\pi$、$L_y=2\pi$、$L_z=2$ とし、フーリェモード及びコロケーション点数は 128×64×129 とする。フーリェ成分 $\mathbf{u}(k_x,\ k_y,\ z_j,t)$ は(1)からスペクトル法によって計算される[9)]。計算には航技研の並列計算機ＮＷＴが使用された。

平面ポァズイユ流の下壁面から加える吸込み吹出し $w_s$ を一般的に次の様に表す。

$$w_s(x,y,-1)=\sum_{\mathbf{k}}\Big[A_s(k_x,k_y)\cos\left(k_x x+k_y y\right)+c.c.\Big] \quad (4)$$

$w_s$ が与えられると壁面上には Fig. 2 の様な剥離泡が形成され、その結果、流れの中に $w_s$ と同じフーリェ成分を持つ撹乱を誘起することが出来る。また、Fig. 2 の剥離泡はある種の壁面の粗さの効果を模擬すると考えられる[10,11)]。

## ３．吸込み吹出しによる平面ポァズイユ流の遷移

まず、吸込み吹出し(4)の波数成分として、ＴＳ波と異なる単一の３次元成分 $(4,2)$ を与えた場合の遷移過程を Fig.3 に


Copyright © 2000 by JSCFD

示す。$A_s$ は $4\times10^{-3}$ と与えた。横軸は無次元時間で、縦軸は撹乱のエネルギー

$$E(k_x,k_y)=\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}dz\left|\mathbf{u}(k_x,k_y,z,t)\right|^2 \qquad (5)$$

を表す。図中の各曲線は $0\le k_x,k_y$ の主要な低波数モードの発達を表し、実線は２次元モード、点線は３次元モードを示す。流れのレイノルズ数は10000である。時間と共に吸込み吹出しによって直接励起される $(4,2)$ のモード（以下では基本モードと呼ぶ。）が発生するがすぐに定常値に落ち着く。その後は時間と共にその他の種々のモードが励起されてくるが、$t\approx600$ ではそれらは非線形効果により一塊りになり、流れが急速に乱流へ遷移したことを示している。この時最も卓越するのは流れ方向には変化しない縦渦成分 $(0,10)$ である。また、$(0,0)$ モードは平均流の変形を表すが、その変化からも層流から乱流への遷移が明確に分かる。

次に Fig. 4 は吸込み吹出しの波数がＴＳ波の波数成分 $(1,0)$ と一致する場合の遷移過程における主要なモードの発達を示す。計算結果から、ＴＳ波が直ちに励起され、そのエネルギーは $10^{-5}$ を超えるが、その後は周期的に振動しながら平均的には成長することがわかる。これは撹乱のＴＳ波が位相速度（約 $0.23$ ）で動いているのに対して、吸込み吹出しは定在しているため、それらの間の位相差が時間的に変化して増幅と減衰を繰り返すためである。そして、$t\ge150$ では振幅が大きくなって他のモードを不安定化し（２次不安定）、$t\approx200$ で流れは乱流に遷移している。

一方、Fig. 5 は吸込み吹出しの波数成分としては $k_x$ が反対な２つの斜行波成分 $(4,2)$ と $(-4,2)$ を与えた場合の遷移過程を示す。この場合の遷移では、吸込み吹出しによって直接に励起される基本モード $(4,2)$ と $(-4,2)$ のエネルギーは $10^{-6}$ 程度であるが、これら２つのモードの干渉によって励起された流れ方向成分 $(0,4)$、さらにはその高調波 $(0,8)$ の大きさは $10^{-4}$ に到達する。その結果、他のフーリェ成分も不安定化され、$t\approx170$ で乱流へ遷移している。この場合の遷移は Fig. 3 と比べて急激な縦渦型のバイパス遷移となっていることがわかる [12]。Fig. 6 には Fig. 5 の $t=50$ において得られた流れの各モードレベルの鳥瞰図を示す。本図の中には前記の $(0,4)$、$(0,8)$ モード以外の高調波 $(4,4)$ $(4,8)$ も発達していることが示されている。

## ４．むすび

平面ポァズイユ流に壁面から周期的な吸込み吹出しを加えた場合の遷移特性をＤＮＳに基づいて研究した。その結果、以下のことが得られた。

１）吸込み吹出しは流れの中に同じ波数成分を持つ撹乱を誘起する。

２）吸込み吹出しの波数がＴＳ波の波数と一致する場合はその波数のＴＳ波を誘起すると共に、ＴＳ波は吸込み吹出しと共鳴して成長する。

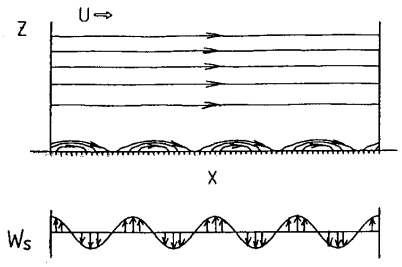


Fig. 2 A schematic view of separation bubbles induced by a suction/blowing

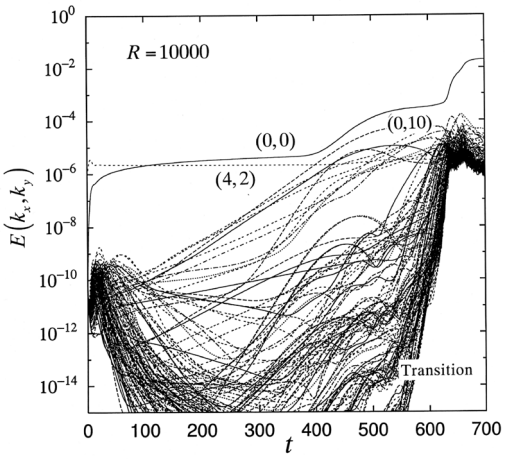


Fig. 3 Time evolution of dominant Fourier modes during the transition excited by a suction/blowing with a wave number component (4,2)

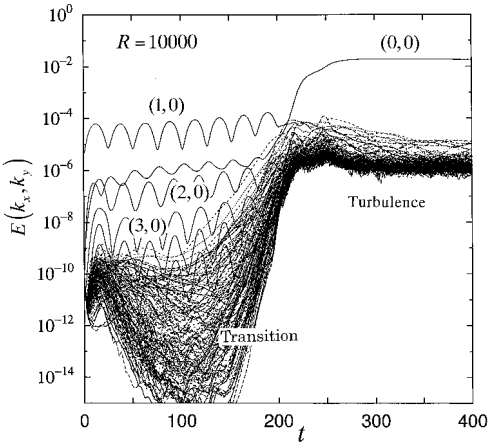


Fig. 4 Time evolution of dominant Fourier modes during the transition excited by a suction/blowing with a wave number equal to a TS wave component, (1,0)



Copyright © 2000 by JSCFD

3）吸込み吹出しの波数がＴＳ波の波数と異なる場合には吸込み吹出しの振幅に依存してバイパス遷移が発生する

4）吸込み吹出しの波数成分として $k_x$ が反対の２つの斜行波成分を含む場合にはそれらが干渉して強い縦渦型のバイパス遷移が実現する.

## 参 考 文 献


1) Drazin, P. G. and Reid, W. H.: *Hydrodynamics Stability* (Cambridge University Press, 1981).
2) Orszag, S. A.: Accurate Solution of the Orr-Sommerfeld Stability Equation, J. Fluid Mech. Vol. **50** (1971) 689.
3) Patel, V. C. and Head, M. R.: Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flow, J. Fluid Mech. Vol. **38** (1969) 181.
4) Trefethen, L. N., Trefethen, A., Reddy, S. C. and Driscoll, T. A.: Hydrodynamic stability without eigenvalues, Science, Vol. **261** (1993) 578.
5) Lundbladh, A., Henningson, D. S. and Reddy, S. C.: Threshold amplitudes for transition in channel flows, in *Transition, Turbulence and Combustion*, Vol. I (Eds. Hussaini, M. Y. et al, Kluwer, 1994) 309.
6) Reddy, S. C., Schmid, P. J., Baggett, J. S. and Henningson, D. S.: On stability of streamwise streaks and transition thresholds in plane channel flows, J. Fluid Mech. Vol. **365** (1998) 269.
7) 山本稀義、高橋直也：“平面ポァズイユ流の DNS”、日本流体力学会年会 2000 講演論文集（2000）583.
8) Yamamoto, K. and Takahashi, N.: Direct Numerical Simulation of By-Pass Transition in the Plane Poiseuille Flow, Proceedings of NAL Workshop on Prediction of Laminar-Turbulent Transition in Boundary Layer, NAL-SP (2000).
9) Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni and Zang, T. A.: *Spectral Methods in Fluid Dynamics* (Springer-Verlag, 1987).
10) Floryan, J. M., Yamamoto, K. and Murase, T.: Laminar-Turbulent Transition Process in the Presence of Simulated Wall Roughness, Canad. Aero. Space J. **38** (1992) 173.
11) Yamamoto, K.: Numerical Simulation on Laminar-Turbulent Transition of the Channel Flow with Simulated Wall Roughness, in *Laminar-Turbulent Transition* (Ed. Kobayashi, R., Springer-Verlag, 1995) 245.
12) Elofsson, P. A. and Alfledsson, P. H.: An experimental study of oblique transition in plane Poiseuille flow, J. Fluid Mech., Vol. **358** (1998) 177.


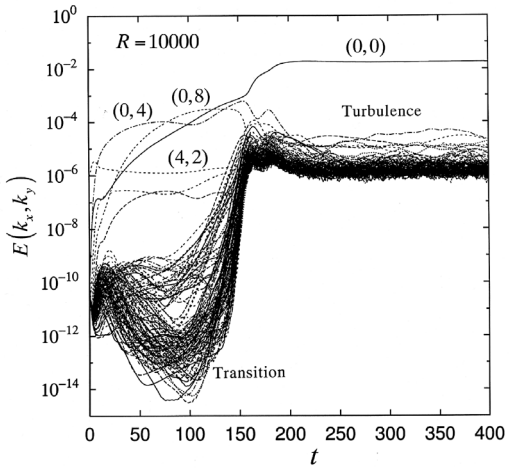


Fig. 5 Time evolution of dominant Fourier modes during the transition excited by a suction/blowing with two wave number components (4,2) and (-4,2).

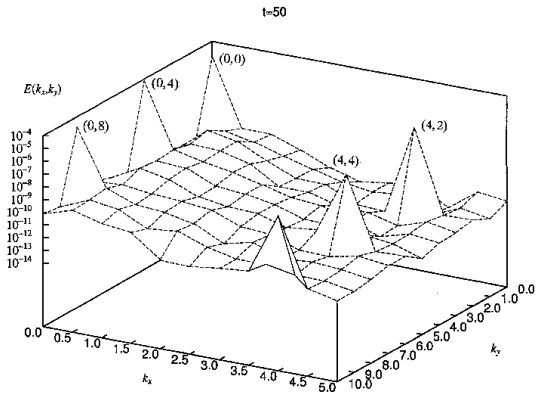


Fig. 6 A perspective view of the energy levels of various modes obtained at $t = 50$ in Fig. 5.



Copyright © 2000 by JSCFD