

# 微小水面変動仮定に基づく開水路乱流の直接数値シミュレーション

## Direct Numerical Simulation of Open-Channel Flow Based on Small-Amplitude Wave Theory

横嶋 哲, 神戸大学大学院自然科学研究科, 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail: 970d925n@kobe-u.ac.jp  
 中山 昭彦, 神戸大学大学院自然科学研究科, 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1, E-mail: nakayama@kobe-u.ac.jp  
 Satoshi YOKOJIMA, Grad. School of Science and Tech., Kobe Univ., 1-1, Rokkodai, Nada, Kobe 657-8501 Japan  
 Akihiko NAKAYAMA, Grad. School of Science and Tech., Kobe Univ., 1-1, Rokkodai, Nada, Kobe 657-8501 Japan

A direct numerical simulation of a fully-developed turbulent flow in a two-dimensional open channel has been conducted. The effects of the instantaneously deforming free surface and the fluctuation of the vertical velocity component at the free surface are taken into account by applying the small-amplitude wave theory. The results obtained at two subcritical Froude numbers are compared with those conducted for the closed-channel flow and those for the open-channel flow with free-slip approximation for the free surface. Generally, the effects of the motion of the free surface on such quantities as the mean velocity and Reynolds stress distributions and their transports are found to be small except for quantities involving the vertical fluctuation near the surface. The effects on the eddy viscosity coefficient were the most significant and over a large region.

### 1. 緒論

河川, 湖沼, 海洋等, 自然界の流れの多くは自由水面を有する開水路乱流であり, これらは生物の生態系に大きな恩恵や, 時には被害をもたらす. このような身近で重要な流れであるにもかかわらず, 開水路乱流の流れ構造に対する理解は管路流のそれに比べて大きく遅れている. 特に自由水面の存在やその変動による影響についての理解は不十分で, 例えば工学的に最も広く用いられる渦粘性型モデルで開水路乱流の予測計算を行う際に, 水面境界条件をどのように与えるべきかについても定説は得られていない.

このような現状を打開する有力なツールとして, 管路流<sup>(1)</sup>や境界層流れ<sup>(2)</sup>の進展に大きく貢献した直接数値シミュレーション (DNS) が挙げられ, 開水路乱流の中でも最も基本的な流れである, 気相の流れを無視した二次元開水路等流 (以下, 開水路等流) を対象とした DNS は近年数多く行われている<sup>(3)-(14)</sup>. しかし, これらの大部分では自由水面が変形しないすべり面として扱われており, 水面変動の影響が考慮されたものは数例に過ぎない.

Komori et al. (1993)<sup>(4)</sup>は境界適合座標を用いて水面変動を考慮した DNS を実行したが, 水深と断面平均流速を基準とした Froude 数 ( $Fr$ ) はほぼゼロであり, 水面変動の影響に関する考察は行っていない. Borue et al. (1995)<sup>(6)</sup>は水面変動を微小と仮定し, 水面境界条件を線形化することで,  $Fr=0.1-0.6$  の条件下で DNS を行った. 彼らは主に自由水面近傍のスペクトル特性について検討し, また乱れ強度や過度変動の rms 値分布は Froude 数に大きく依存しないことを指摘している. Borue et al.<sup>(6)</sup>の計算はスペクトル法を用いた格子解像度の高いものであるが, 水平方向の計算領域が通常この種の流れで用いられるものに比べてかなり狭く, 周期条件の影響が計算結果に何らかの影響を及ぼしている可能性は無視できない. 平均流速分布についても粘性底層内で線形則からの逸脱が見られるなど, 追試されるべき要素を含んでいる. また, Thomas and Williams (1995)<sup>(7)</sup>は VOF (volume of fluid) 法を用いて  $Fr=0.5$  の DNS 及び LES を実施し, 二点速度相

関分布や乱流エネルギー収支の評価を行ったが, 水面変動の影響に関する考察はほとんどなされておらず, また, 鉛直方向にも等間隔な計算格子を用いていることから壁面及び水面近傍での解像度不足が予想され, 精度ある結果を得るには至っていない.

このように, 開水路乱流に DNS を応用した例は少なからず存在するものの, 水面変動の影響が考慮された例はごくわずかであり, 特に乱流モデルの開発や評価に有益となる乱流統計諸量やその Froude 数変化特性について, 精度あるデータベースは未だ得られていない.

本研究は, 自由水面の境界条件に Borue et al.<sup>(6)</sup>と同様の線形近似を施すことにより, 常流状態の開水路等流 DNS を実行し, 乱流構造と水面変動の相互作用が流れ場に及ぼす影響について検討を行うものである.

### 2. 数値計算法

#### 2.1 支配方程式

密度  $\rho$ , 動粘性係数  $\nu$  の非圧縮性 Newton 流体を対象とした場合の質量及び運動量保存則は, 以下のように表される.

$$\partial u_j^* / \partial x_j = 0 \quad (1)$$

$$Du_i^* / Dt = -\partial(p^* / \rho) / \partial x_i + g_i + \nu \partial^2 u_i^* / \partial x_j \partial x_j \quad (2)$$

ここで,  $x_1, x_2, x_3$  はそれぞれ主流方向, 路床法線上向き方向, スパン方向座標軸を指し,  $u_i^*$  は  $i$  方向の瞬時速度成分を,  $p^*$  は瞬時の圧力を,  $g_i$  は重力加速度の  $i$  方向成分を表し, 路床勾配を  $\theta$  とすれば  $g_1 = g \sin \theta, g_2 = -g \cos \theta, g_3 = 0$  となる.

#### 2.2 自由水面境界条件

Froude 数の低い流れでは跳水や砕波は発生せず, 自由水面は水平位置の一価関数とみなすことができる. ここで瞬時の水面位置を  $x_2 = h^*(x_1, x_3, t)$  とし, 自由水面に対する法線方向と接線方向をそれぞれ  $n, \tau$  とすれば, 気相の流れ及び表面張力が無視できる場合の自由水面に関する力学的条件及び運動学的条件は次式で表現される.

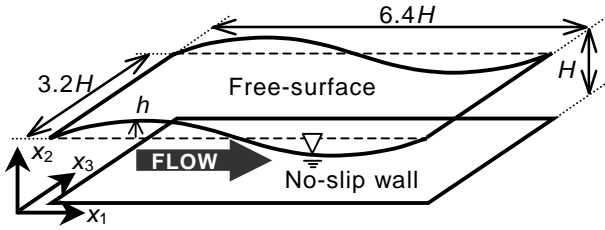


Fig. 1 Flow configuration of open-channel flow.

- ・ 動学的条件 (水面接線方向)

$$v(\partial u_n / \partial x_\tau + \partial u_\tau / \partial x_n) = 0 \quad \text{on } x_2 = h^* \quad (3)$$

- ・ 動学的条件 (水面法線方向)

$$p/\rho = 2v\partial u_n / \partial x_n \quad \text{on } x_2 = h^* \quad (4)$$

- ・ 運動学的条件

$$\partial h^* / \partial t + u_1 \partial h^* / \partial x_1 + u_3 \partial h^* / \partial x_3 = u_2 \quad \text{on } x_2 = h^* \quad (5)$$

ただし、大気圧はゼロとしている。ここでは常流状態の流れを対象とし、Borue et al.<sup>(6)</sup>と同様に、微小水面変動仮定に基づいてこれらの水面境界条件に線形近似を施す。すなわち、Fig. 1 に示すように  $h$  を平均水面位置  $H$  からの変動水深 (すなわち  $h = h^* - H$ ) とすれば、常流状態においては  $h/H \ll 1$  が期待できるので、これについて二次以上の高次項を無視すれば、以下に示す線形化された自由水面境界条件が得られる。

- ・ 動学的条件 (水面接線方向)

$$v(\partial u_1 / \partial x_2) = 0 \quad \text{on } x_2 = H \quad (6)$$

$$v(\partial u_3 / \partial x_2) = 0 \quad \text{on } x_2 = H \quad (7)$$

- ・ 動学的条件 (水面法線方向)

$$p/\rho = gh + 2v\partial u_2 / \partial x_2 \quad \text{on } x_2 = H \quad (8)$$

- ・ 運動学的条件

$$\partial h / \partial t + u_1 \partial h / \partial x_1 + u_3 \partial h / \partial x_3 = u_2 \quad \text{on } x_2 = H \quad (9)$$

これより、水面境界条件(6)-(9)に含まれる速度成分やその勾配、圧力は全て平均水面位置で評価されたものとなり、計算格子を時々刻々と変形させることなく瞬時水面位置を評価することができ、水面変動と乱れの相互作用を取り入れたシミュレーションの実行が可能となる。開水路等流の実験計測結果によれば<sup>(15), (16)</sup>、常流状態での水面変動の標準偏差は水深の 1% 未満となるので、そのような流れ場では線形化近似は良い精度で成り立つと考えられる。

### 2.3 離散化手法

上述の支配方程式を有限差分法により離散化し、SMAC 法を用いて時間発展させることで、直接数値シミュレーションを行った。変数配置にはスタガード格子系を採用し、空間差分については対流項の型の互換性及び運動エネルギー保存を満足する、梶島(1994)<sup>(17)</sup>の二次精度中心差分により近似した。時間積分法としては、対流項及び粘性項に二次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。

ただし、運動学的条件である  $h$  の輸送方程式には拡散項が含まれず、数値的不安定を誘発する可能性があるため、ここでは移流項を五次精度風上差分で、時間積分を三次精度 Adams-Bashforth 法で近似し、安定かつ高精度なシミュレーションが実行できるように配慮した<sup>(18)</sup>。計算領域は Fig. 1 に示すように主流方向に  $6.4H$ 、スパン方向に  $3.2H$  の領域を設け、これら水平方向には周期境界条件を課した。また底面では粘着条件を、自由水面では前節で示した線形化境界条件を与えた。自由水面での圧力境界条件は、すべり面近似の場合には Neumann 条件でチャンネル流と同様に与えられるが、本 DNS では式(8)による Dirichlet 条件へと変化する。しかしながら SOR 法による Poisson 方程式の反復解法の収束性については、すべり面近似の場合との差異はほとんど見られなかった。

### 2.4 計算条件

本計算における独立パラメータは Reynolds 数及び Froude 数である。Reynolds 数については、自由水面がすべり面近似された開水路等流 DNS<sup>(13)</sup> (以下、slip-DNS) との比較により水面変動の影響を検討するため、壁面摩擦速度  $u_\tau$  と平均水深  $H$  を基準とした Reynolds 数  $Re_\tau = 180$  とした。Froude 数については、断面平均流速及び水深を基準とした Froude 数  $Fr = 0.3, 0.6$  の二ケースについて計算を行う。路床勾配  $\theta$  については、 $u_\tau$  と  $H$  を基準とした Froude 数 ( $Fr_\tau$ ) との間に、

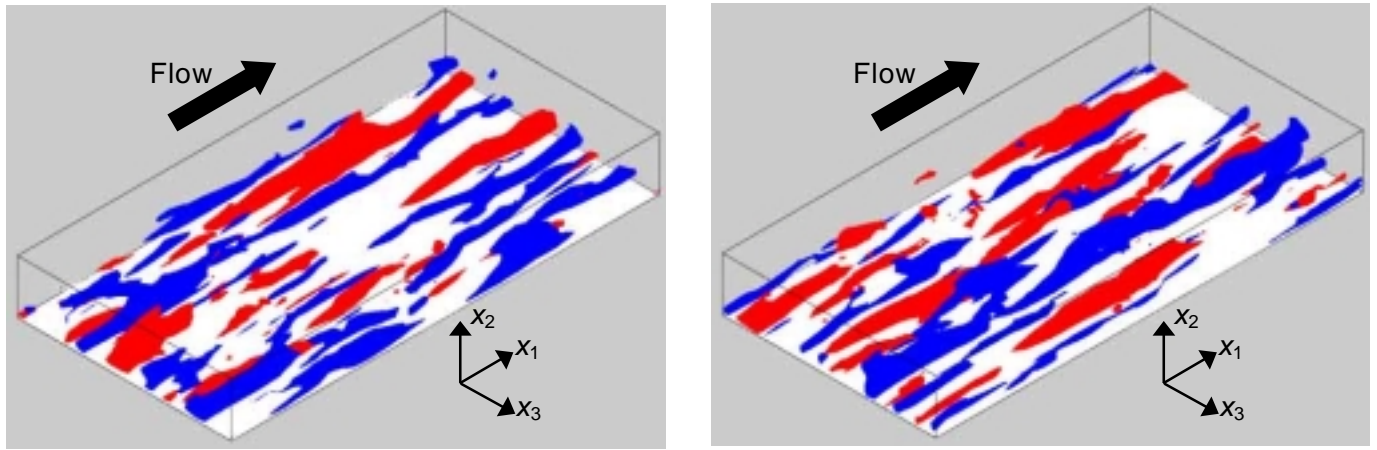
$$Fr_\tau^2 = \sin\theta \quad (10)$$

の関係が成り立つ。計算格子数は  $80 \times 80 \times 80$  とした。slip-DNS ではこの格子解像度で二次までの統計量は十分な精度で再現されることが既に確かめられている<sup>(13)</sup>。これにより、計算領域は粘性スケールで  $x_1, x_2, x_3$  方向にそれぞれ 1152, 180, 576 で格子解像度は 14.4, 0.44-4.34, 7.2 となる。初期条件には slip-DNS の瞬時流れを与え、流れが十分発達した後の 100,000 タイムステップに渡る時空間平均により統計量の評価を行った。以下において添字 (+) は内層表示された物理量を表す。

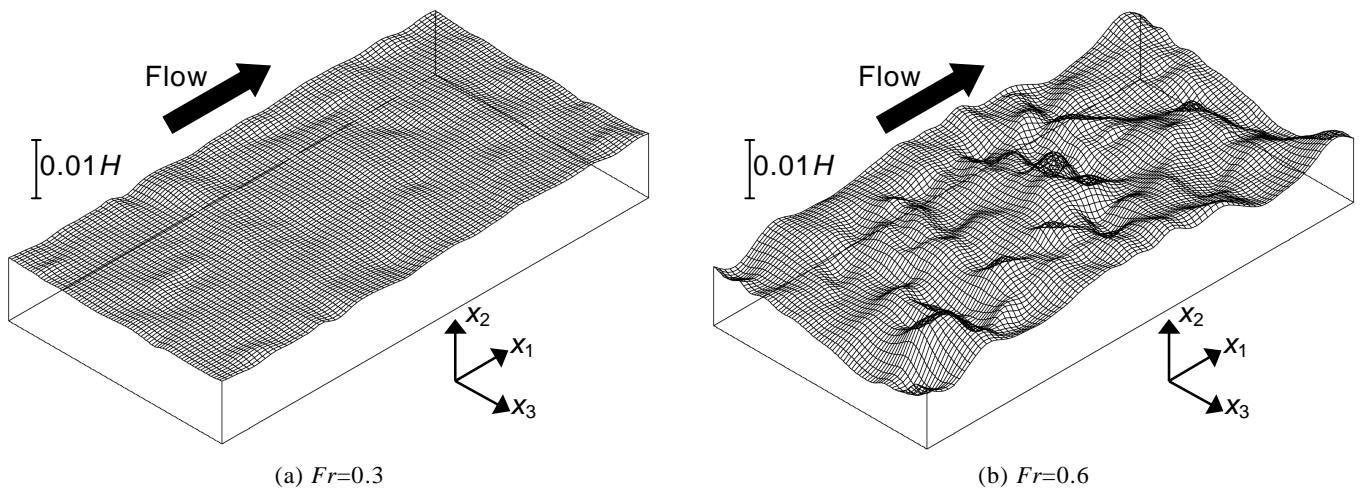
### 3. 計算結果及び考察

#### 3.1 水面変動に関する結果

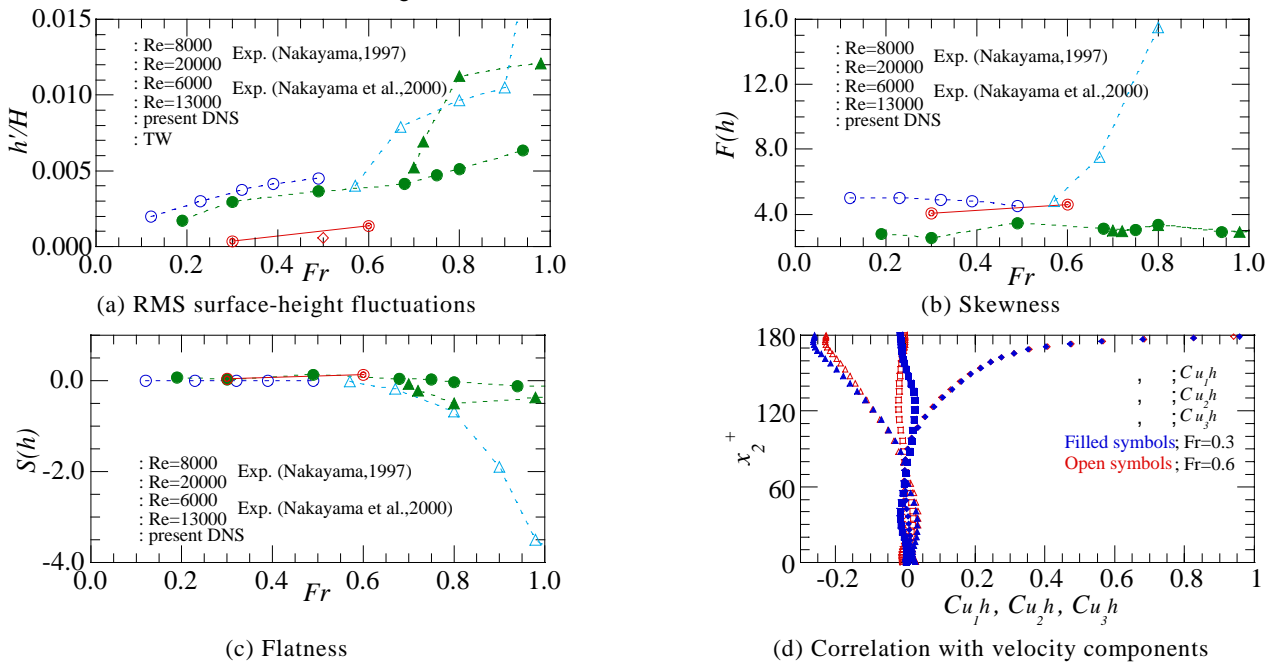
まず、可視化された瞬時組織構造を Fig. 2 に示す。壁乱流でよく知られているストリーク構造が本 DNS でも良好に再現されていることが確認できる。次に、得られた瞬時の自由水面形状を Fig. 3 に示す。ただし水面変動  $h$  を 100 倍に拡大して表示しているのに注意されたい。 $Fr = 0.3, 0.6$  のいずれにおいても水面変動は粘性スケールに比べてかなり大きなスケールでのみ発生しており、波形に特定の方向性は観察されない。このような傾向は Thomas and Williams (TW)<sup>(7)</sup>による結果と一致する。Fig. 4 に水面変動に関する統計量を著者ら(2000)<sup>(15)</sup>及び中山(1997)<sup>(16)</sup>の実験計測結果と比較したものを示す。計算さ



$u_1^+ < -3.0$ ; dark-gray or blue,  $u_1^+ > 3.0$ ; light-gray or red  
(a)  $Fr=0.3$  (b)  $Fr=0.6$   
Fig. 2 Distributions of Pressure-strain correlation.



(a)  $Fr=0.3$  (b)  $Fr=0.6$   
Fig. 3 Instantaneous free-surface elevation.



(a) RMS surface-height fluctuations (b) Skewness  
(c) Flatness (d) Correlation with velocity components  
Fig. 4 Free-surface fluctuation statistics

れた水面変動の rms 値は彼らの計測結果に比べてやや値が低いですが、TW の結果には非常に近い。水面変動の skewness 及び flatness についても実験結果と同程度に評

価されており、微小水面変動仮定に基づく本 DNS の妥当性が確かめられる。次式で定義される速度変動 - 水面変動相関係数

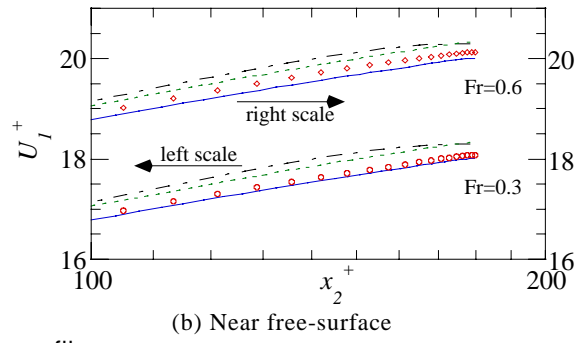
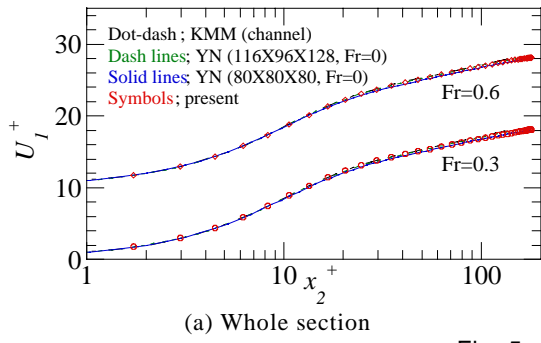


Fig. 5 Mean velocity profiles

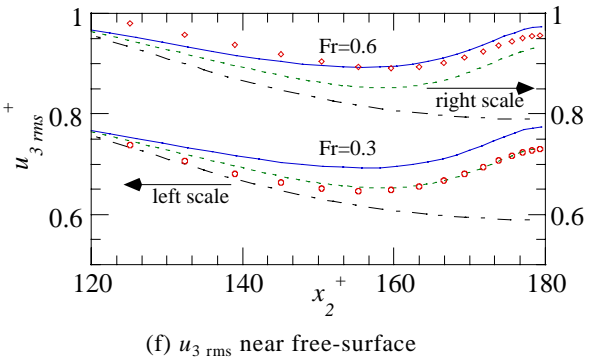
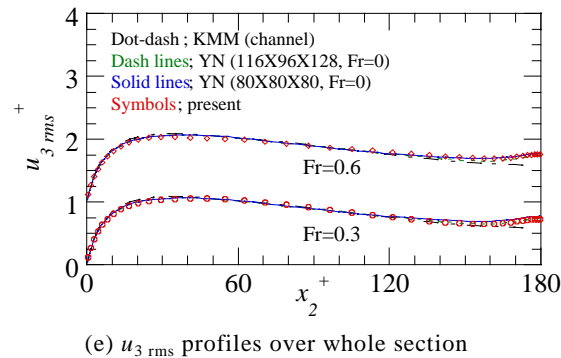
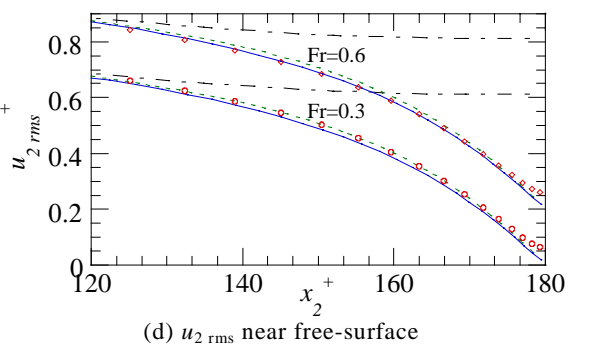
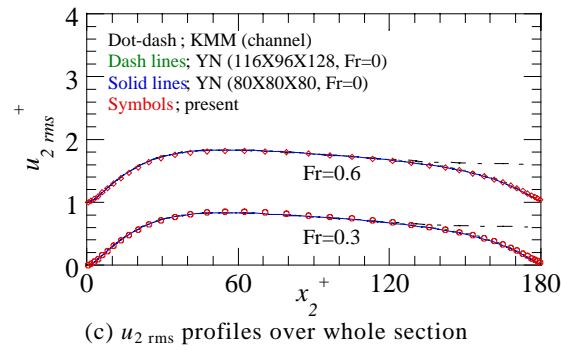
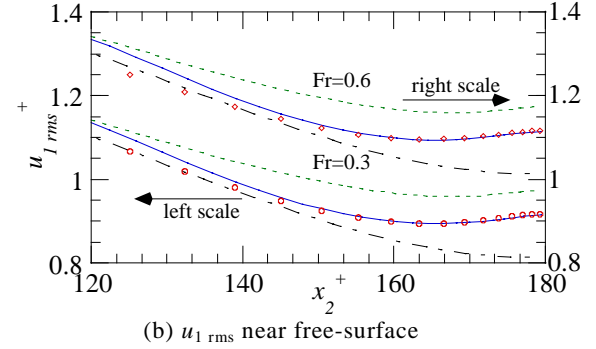
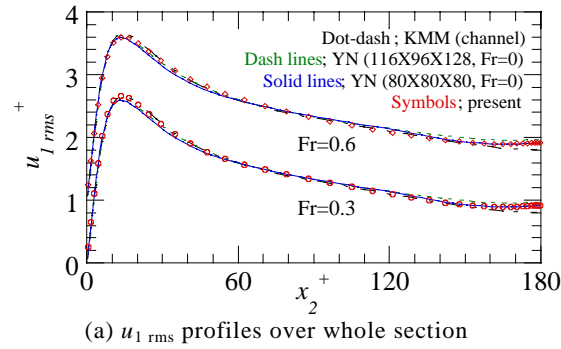


Fig. 6 Turbulence intensity distributions.

$$C_{u_i h} = \overline{u_i h} / (u_{i,rms} h_{rms}) \quad (11)$$

の分布を Fig. 4(d)に示す．ただし本報で示す全ての統計量は  $x_2$  方向に 1 点置き of データが表示されているので注意されたい．水面近傍では鉛直方向速度成分  $u_2$  と  $h$  の相関は Froude 数によらず 1 に漸近し，主流方向成分  $u_1$  は  $h$  と負の相関関係にあるが，スパン方向成分  $u_3$  は断面全体に渡って  $h$  とほとんど相関しない． $h$  と主流方向，鉛直方向速度成分それぞれの相関は半水深付近まで存続しており，自由水面の変動が大規模スケールの運動と密接に関連することを示唆している．

### 3.2 乱流統計諸量の比較

本節では，水面変動が乱流統計量の分布に及ぼす影響について検討を行う．参考に Kim et al. (1987, KMM)<sup>(1)</sup> によるチャンネル流 DNS 及び著者ら (2000, YN)<sup>(13)</sup> による slip-DNS 結果を併せて示す．まず，得られた平均流速分布を Fig. 5 に示す．ほとんどの領域で格子解像度が等しい slip-DNS 結果と一致し，水面近傍でも有意な差はなく，実験で報告されている，水面近傍で平均流速が log 則よりも高めの値をとる wake と呼ばれる現象は見られない．この原因のひとつに，本 DNS の Reynolds 数が低いことや流れが常流状態にあることが挙げられる．Fig. 6 は乱

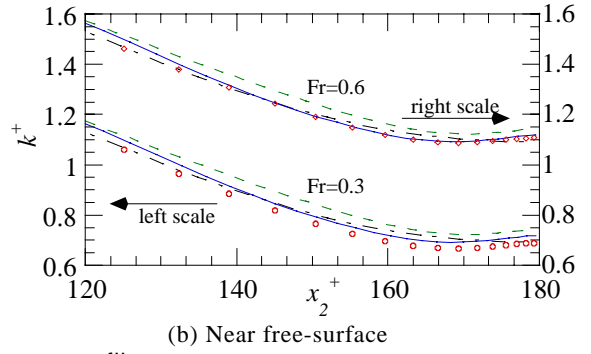
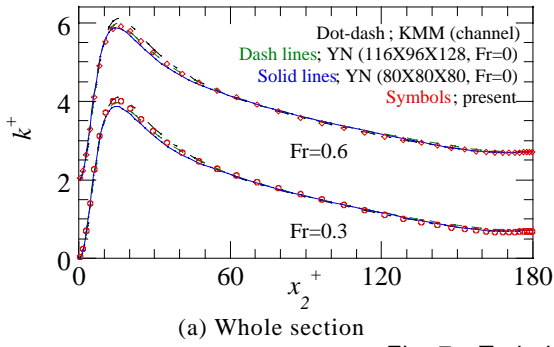


Fig. 7 Turbulent kinetic energy profiles.

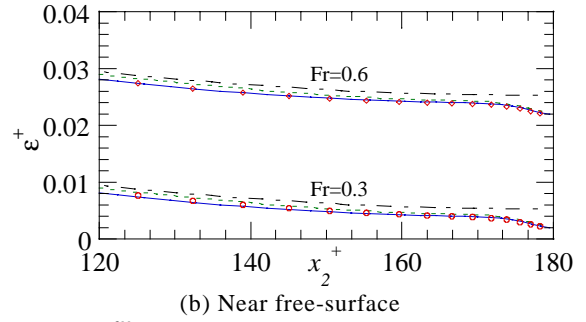
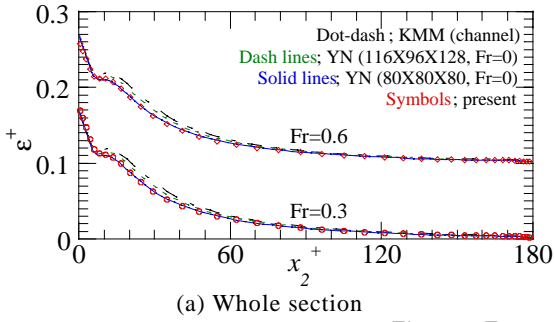


Fig. 8 Energy dissipation rate profiles.

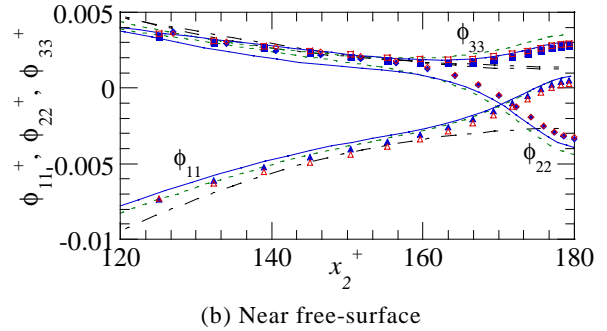
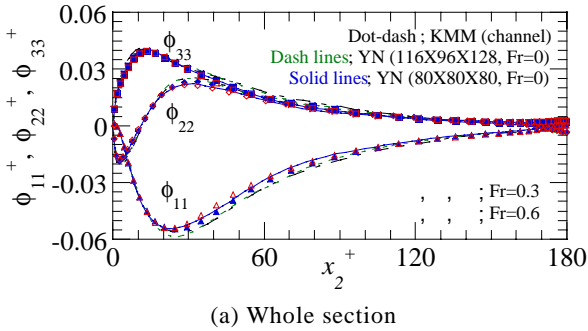


Fig. 9 Distributions of Pressure-strain correlation.

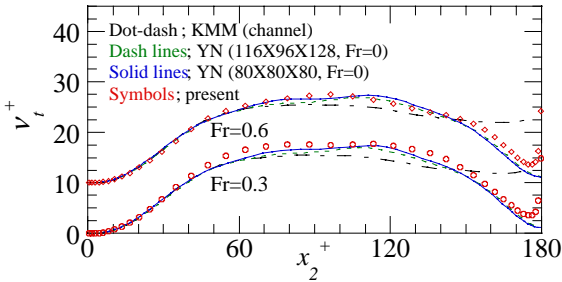


Fig. 10 Eddy viscosity coefficient profiles evaluated by mean velocity gradient and Reynolds shear stress.

れ強度を成分毎に表示したものである．乱流統計量の分布に表れる開水路乱流の大きな特徴のひとつに，水面近傍での水面法線方向から接線方向へのエネルギー再分配機構が挙げられるが，本 DNS 結果からはこの現象の Froude 数依存性はほとんど確認されない．すなわち，水面変動が拘束されないので  $u_{2\text{ rms}}$  は水面でも有限値をとるものの，この値は非常に小さく，Froude 数による差異もごくわずかである．しかしながら， $Fr=0.3$  の場合にはスパン方向成分  $u_{3\text{ rms}}$  がやや減少しており，これらの和である乱流エネルギー（Fig. 7）自体にもこの影響が見られた．Fig. 8 に乱流エネルギー散逸率  $\varepsilon$  の分布を示す．

$\varepsilon$  に関しても水面変動の影響はほとんど観察されず，slip-DNS と同様に水面近傍で緩やかに減少する．エネルギー再分配効果をもたらす，Reynolds 垂直応力収支中の圧力ひずみ相関項  $\phi_{11}$ ， $\phi_{22}$ ， $\phi_{33}$  の分布を Fig. 9 に示す．本 DNS と slip-DNS を比較すると， $\phi_{22}$  の減少分が  $\phi_{11}$  の減少分に相当し， $\phi_{33}$  はほとんど変化が見られず，また  $Fr=0.3$  と  $Fr=0.6$  の間にも有意な差は見られなかった．最後に，工学的に最もよく用いられる渦粘性型乱流モデルの検証に有用となる，Reynolds せん断応力と平均流速勾配より評価された渦動粘性係数  $\nu_t$  の分布を Fig. 10 に示す．チャンネル乱流，slip-DNS，本 DNS とも自由水面上で  $U_1/x_2$  はゼロとなるが，その漸近挙動は水面の有無により大きく異なり，水面変動がある場合には  $\nu_t$  の水面近傍での急激な増加が観察された．

### 3.3 水面変動が流れ場に及ぼす影響

本節では水面変動が流れ場に及ぼす影響について総合的な考察を行う．本 DNS 結果からは，水面変動の大きさそのものに関しては Fig. 3 に示したように Froude 数の増加と共に変動量も増大したが，水面変動と直接的に関連しない統計量については Froude 数依存性はほとんど

確認されず, slip-DNS との差は非常に小さい。これより, 常流状態では流れ場の Froude 数依存性はそれほど問題とならないことが期待できるが, 今回用いた計算格子の解像度は, 壁面近傍の現象については格子依存性はほとんど問題にならないものの, それよりも一桁オーダーの低い水面近傍の現象を厳密に評価するにはやや解像度が不足していることは否めず, 本報でも水面近傍でのエネルギー収支や高次相関量に関する検討は行わない。  $v_i$  の分布に最も水面変動の影響が見られたが,  $v_i$  はその定義から水面近傍での平均流速勾配のわずかな挙動の違いに大きく依存するため, この量に関してはより高解像度の DNS による追試が必要と考えられ, 今後の課題としたい。乱流モデルに関連する物理量である  $k$  及び  $\varepsilon$  については slip-DNS 結果とよく一致しており, 常流状態における水面境界条件としては対称条件がよい近似となると考えられる。

このように微小水面変動仮定がよい近似となる範囲内では, 水面変動が乱流統計量に及ぼす影響は極めて限られており, そのような流れ場において水面変動に直接関連しない統計量や現象を再現する場合には, 自由水面のすべり面近似はよい近似となることが今回改めて確認された。今後は限界流近傍や, 射流状態での DNS による, より広い条件下における流れの Froude 数依存性の検討が期待される。

#### 4. 結論

本研究では, 常流状態にある開水路等流に対し, 微小水面変動仮定を用いて水面境界条件に線形近似を施し, 水面変動の影響を考慮した直接数値シミュレーションを行い, 流れの Froude 数依存性について検討を行った。得られた主な知見は以下のものである。

- ・ 線形近似された水面境界条件下で得られた水面変動に関する特性は, 実験計測結果や他の DNS 結果と良好に一致し, 水面変動, 鉛直速度変動はそれぞれ平均水深の 1/1000 及び平均流速の 3/1000 程度である。
- ・ 常流状態では, 水面変動が乱流統計量の分布に及ぼす影響は水面近傍でわずかに観察されるものの非常に限られたものであり, このような流れにおける自由水面のすべり面近似は, 水面変動に直接関連しない物理量や現象の再現性には大きな影響を与えない。

#### 参考文献

- (1) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", *J. Fluid Mech.* **177**(1987), pp. 133-166.
- (2) Spalart, P. R., "Direct simulation of a turbulent boundary

layer up to  $R_\theta=1410$ ", *J. Fluid Mech.* **187**(1988), pp. 61-98.

- (3) Lam, K. and Banerjee, S., "On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow", *Phys. Fluids. A* **4-2**(1992), pp. 306-320.
- (4) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K., "Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface", *Phys. Fluids. A* **5-1**(1993), pp. 115-125.
- (5) Handler, R. A., Swearn Jr., T. F., Leighton, R. I. and Swearingen, J. D., "Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface", *AIAA J.* **31-11**(1993), pp. 1998-2007.
- (6) Borue, V., Orszag, A. S. and Staroselsky, I., "Interaction of surface waves with turbulence: direct numerical simulations of turbulent open-channel flow", *J. Fluid Mech.* **286**(1995), pp. 1-23.
- (7) Thomas, T. G. and Williams, J. J. R., "Turbulent simulation of open channel flow at low Reynolds number", *Int. J. Heat Mass Transfer* **38-2**(1995), pp. 259-266.
- (8) Nagaosa, R. and Saito, T., "Turbulence structure and scalar transfer in stably stratified free-surface flows", *AICHE. J.* **43-10**(1997), pp. 2393-2404.
- (9) Nagaosa, R., "Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence", *Phys. Fluids.* **11-6**(1999), pp. 1581-1595.
- (10) Handler, R. A., Saylor, J. R., Leighton, R. I. and Rovelstad, A. L., "Transport of a passive scalar at a shear-free boundary in fully developed turbulent open channel flow", *Phys. Fluids.* **11-9**(1999), pp. 2607-2625.
- (11) 山本義暢, 功刀資彰, 芹澤昭示, "パッシブスカラー輸送を伴う自由表面乱流場の直接数値シミュレーション", 第 13 回数値流体力学シンポジウム講演論文集(1999), B02-3.
- (12) 横嶋哲, 中山昭彦, "直接数値シミュレーションによる開水路流の統計量輸送式の収支評価", 第 11 回計算流体力学シンポジウム講演論文集(2000), pp. 603-604.
- (13) 横嶋哲, 中山昭彦, "直接数値シミュレーションによる開水路乱流における乱流統計量及びその収支評価", 応用力学論文集 **3**(2000), pp. 753-762.
- (14) 林俊一郎, 大本照憲, 矢北孝一, 平川隆一, "一般座標系風上 DNS による開水路乱流の構造解析", 応用力学論文集 **3**(2000), pp. 763-774.
- (15) 中山昭彦, 中瀬幸典, 横嶋哲, 藤田一郎, "水面変動をパラメータとした開水路乱流計算のための 2 方程式モデルの改良", 応用力学論文集 **3**(2000), pp.

- 745-752.
- (16) 中山忠暢, "自由水面近傍の乱流構造と組織渦の水理特性に関する研究", 京都大学大学院工学研究科環境地球工学専攻修士論文(1997).
- (17) 梶島岳夫, "対流項の差分形式とその保存性", 日本機械学会論文集 B 編 **60**-574(1994), pp. 2058-2063.
- (18) 林俊一郎, 大本照憲, 矢北孝一, 平川隆一, "風上差分スキームを用いた直接数値シミュレーションの基礎的研究", 応用力学論文集 **2**(1999), pp. 599-608.