# 壁面せん断応力が零近傍の壁乱流の乱流統計平均量

Turbulence statistics near the wall with almost zero shear stress

森西 洋平, 名工大, 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町, E-mail：morinisi@cfd.mech.nitech.ac.jp
中林 功一, 名工大, 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町, E-mail：nakabaya@cfd.mech.nitech.ac.jp
° 奥村 隆, 名工大院, 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町, E-mail：okumura@cfd.mech.nitech.ac.jp
Youhei MORINISHI, Dept. of Mech. Eng., Nagoya Inst. of Tech., Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555 Japan
Koichi NAKABAYASHI, Dept. of Mech. Eng., Nagoya Inst. of Tech., Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555 Japan
Takashi OKUMURA, Dept. of Mech. Eng., Nagoya Inst. of Tech., Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555 Japan

Turbulence statistics of wall turbulence with almost zero wall shear stress are investigated using data obtained from a series of direct numerical simulations (DNS) of Couette-Poiseuille type turbulent °ow in which the wall shear stress at one side wall could be changed. Several signi¯cant di®erences are found to exist in the near wall turbulence statistics between Couette-type and Poiseuille-type °ow. It is shown that Couette-type °ow has the elongated structures in the vicinity of the wall similar to the typical wall turbulence (e.g. pure Poiseuille °ow and pure Couette °ow), while Poiseuille-type °ow does not exhibit. Further investigations of turbulence structures are carried out by using structure dimensionality and circulicity tensor. Componentality, dimensionality and circulicity of wall turbulence and their anisotropy are discussed in detail.

## 1. 緒言

平行平板間乱流の DNS では従来より力学的挙動の興味深さゆえに，強いせん断を伴う壁面近傍の乱流構造を理解することに対して，主に焦点が当てられている．その一方で壁面せん断応力が零近傍となる流れ場は，例えばバックステップ乱流の最付着点近傍あるいは逆圧力勾配を伴う乱流境界層のはく離域などに見られ工学的に興味深い．

本研究では壁面せん断応力が零近傍となる流れ場を DNS を用いて研究するために，対象としてクエット・ポアズイユ型乱流を取り上げ，一連の数値計算から得られた結果を通して，せん断応力がほぼ零となる壁面近傍の各種乱流統計平均量を考察する．壁面近傍の乱流構造の次元および成分情報を調べるため，構造次元テンソルおよび構造循環テンソルを用い，乱流構造の詳細を定量的に評価する．

## 2. 数値計算手法

本研究では，壁面方向 ($x_2$) に 2 次精度，主流 ($x_1$) およびスパン方向 ($x_3$) に関して 8 次精度のスタガード格子系の完全保存形差分スキーム [(1);(2)] を使用している．主流およびスパン方向には等間隔格子が用いられ，壁面方向には双曲正接型関数による壁面への格子集中が行われている．壁面方向の空間離散化に関しては，不等間隔格子についても完全保存となる工夫 [(3)] が採用されている．時間進行法としては，運動方程式中の粘性項に現れる壁面方向に関する 2 階微分には Crank-Nicolson 法，他の項には 3 次精度 Runge-Kutta 法が採用されている．計算アルゴリズムの詳細については文献 (4) を参照されたい．

## 3. 構造テンソル

本研究では壁面近傍の乱流構造の次元および成分情報を調べるため，構造次元テンソルおよび構造循環テンソルを導入する．構造次元テンソル $D_{ij}$ および構造循環テンソル $F_{ij}$ は $u_i^0 = \epsilon_{ijk}(\partial a_k/\partial x_j)$ により定義されるベクトルポテンシャル $a_i$ の勾配の相関で表される 1 点テンソルであり，次式で定義される [(5)]．

$$D_{ij} = \overline{\frac{\partial a_n}{\partial x_i}\frac{\partial a_n}{\partial x_j}} \tag{1}$$

$$F_{ij} = \overline{\frac{\partial a_i}{\partial x_n}\frac{\partial a_j}{\partial x_n}} \tag{2}$$

上式中，$(\overline{\ })$ はアンサンブル平均量を表す．$D_{ij}$ および $F_{ij}$ はそれぞれ乱流の次元情報および渦度場の成分情報を記述するパラメータである．これに対して，速度場の成分情報を記述するパラメータとしてレイノルズ応力テンソル $R_{ij}$ がある．$R_{ij}$ は $u_i^0 = \epsilon_{ijk}(\partial a_k/\partial x_j)$ より次式で表現される．

$$R_{ij} = \overline{u_i^0 u_j^0} = \epsilon_{ipq}\epsilon_{jrs}\overline{\frac{\partial a_q}{\partial x_p}\frac{\partial a_s}{\partial x_r}} \tag{3}$$

これらの 1 点テンソルは乱流構造に関して重要な情報を有することが知られている [(5)]．

上述のように，$D_{ij}$ は乱流の次元情報を記述するパラメータである．これを規格化したテンソルとして $d_{ij} = D_{ij}/D_{kk}$ を定義すると，例えば，$d_{11} = 0$ であるとき，式 (1) から $\partial a_n/\partial x_1$ は 0 になり，$a_n$ は $x_1$ に依存せず，$x_2$ および $x_3$ のみの関数で与えられることがわかる．このとき，変動速度 $u_i^0$ も $x_2$ および $x_3$ のみの関数で与えられることから，$d_{11} = 0$ であるとき，$x_1$ に関して 2 次元的な構造を示すことがわかる．

$F_{ij}$ は渦度場の成分情報を記述するパラメータである．$d_{ij}$ と同様にして $f_{ij} = F_{ij}/F_{kk}$ を定義すると，例えば，$f_{11} = 0$ であるとき，$x_1$ 軸周りの回転は存在せず，逆に $f_{11} = 1$ であるとき，回転運動は $x_1$ 軸に垂直な面内のみに限られる．

これらのテンソルと構造との対応を図 1 に示す．これらの渦はすべて $x_\alpha$ に関して 2 次元であるので，$d_{\alpha\alpha}$ は 0 となる ($\alpha$ に関する総和はとらない)．Jettal eddy では $x_\alpha$ 軸周りの回転は存在しないため，$f_{\alpha\alpha}$ は 0 をとる．Vortical eddy では $x_\alpha$ 軸周りの回転が存在し，$f_{\alpha\alpha}$ は 1 をとる．Helical eddy は Jettal eddy と Vortical eddy の中間であり，$f_{\alpha\alpha}$ は 0 から 1 の値をとる．

## 4. クエット・ポアズイユ型乱流の DNS

### 4.1 計算条件

対象とする流れ場は上壁が一定速度 $U_w$ で移動し，主流方向に平均圧力勾配 $\alpha$ が作用する平板クエット・ポアズイユ型乱流である．本研究では移動壁速度 $U_w$ およびチャネル半幅 h に基づくレイノルズ数 $Re_w$ を 1940 で一定とし，$\alpha$ を上壁面のせん断応力がほぼ零となるように調整した．本研究で実行した DNS 6 例に対する設定パ


Copyright © 2000 by JSCFD

Tab. 1: Computational parameters and basic information for present DNS

| Case | $Re_w$ | ® | $u_{¿s}$ | $u_{¿m}$ | $Re_{¿s}$ | $Re_{¿m}$ | ¢ $x_1^+$ £ ¢ $x_2^+$ £ ¢ $x_3^+$ | Flow type |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CF | 3200 | 0 | 0.031 | 0.031 | 98.2 | 98.2 | 7:4 £ (0:69 » 3:1) £ 3:3 | Pure Couette |
| C1 | 1940 | ¡ 1:00 £ $10^{¡3}$ | 0.047 | 0.016 | 91.9 | 31.3 | 6:9 £ (0:64 » 2:9) £ 3:1 | Couette-type |
| C2 | | ¡ 1:20 £ $10^{¡3}$ | 0.050 | 0.011 | 97.9 | 21.7 | 7:3 £ (0:69 » 3:1) £ 3:3 | |
| CP | | ¡ 1:34 £ $10^{¡3}$ | 0.052 | 0.002 | 100.0 | 3.8 | 7:5 £ (0:70 » 3:2) £ 3:3 | Intermediate |
| P1 | | ¡ 1:60 £ $10^{¡3}$ | 0.055 | 0.013 | 106.8 | 25.6 | 8:0 £ (0:75 » 3:4) £ 3:6 | Poiseuille-type |
| P2 | | ¡ 1:80 £ $10^{¡3}$ | 0.057 | 0.018 | 111.0 | 34.2 | 8:3 £ (0:78 » 3:5) £ 3:7 | |

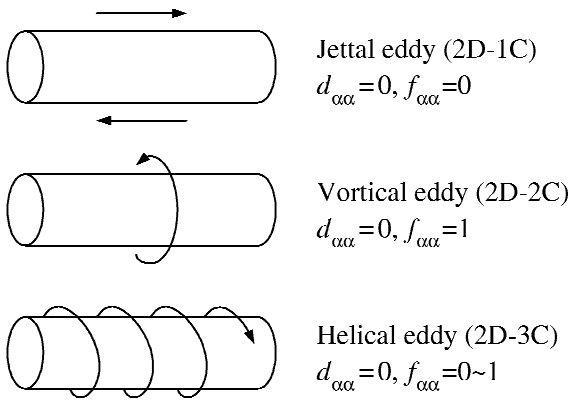


Fig. 1: Classi¯cation of eddy structures

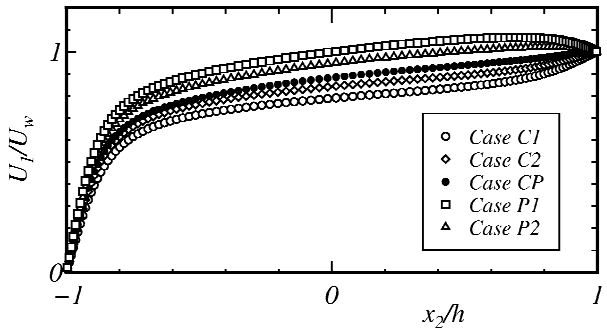


Fig. 2: Mean velocity pro¯le

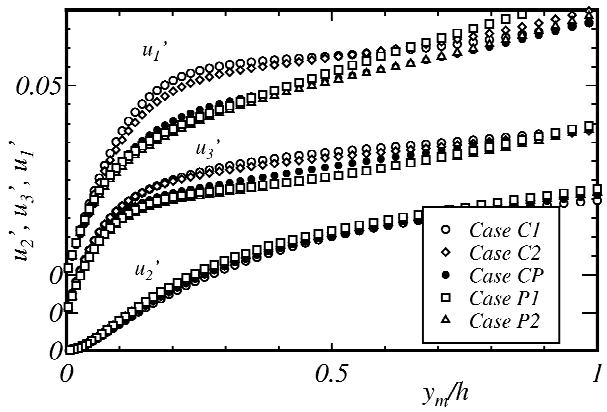


Fig. 3: Turbulence intensity pro¯le

ラメータおよび DNS から得られた平均流れ場に関する情報を表 1 にまとめて示す．表中の下付きの添え字 s および m はそれぞれ静止壁側および移動壁側のパラメータであることを表す．上壁面のせん断応力がほぼ零である場合を Case CP，クエット型で上壁面のせん断応力が非常に弱い場合を Case C1, C2，ポアズイユ型で上壁面のせん断応力が非常に弱い場合を Case P1, P2 と分類する．比較のため，$Re_{¿}$ » 100 の純粋クエット乱流の DNS (Case CF) も実行した．主流，壁面およびスパン方向の計算領域は 12h £ 2h £ 4h とし，この領域に対して格子数 160 £ 100 £ 120 を使用した．壁座標での格子解像度は 8:3 £ (0:78 » 3:5) £ 3:7 以下に維持されており，DNS の実行に際して十分確保されている．

### 4.2 乱流統計平均量

移動壁速度 $U_w$ およびチャネル半幅 h で整理された平均速度分布を図 2 に示す．各計算例に対して上壁面の平均速度勾配は下壁面のそれに比べて非常に弱いことがわかる．各計算例に対する上壁面の摩擦速度 $u_{¿m}$ は表 1 に示されるとおりであり，Case C1 と P2 および Case C2 と P1 においてほぼ同程度である．Case CP はクエット型とポアズイユ型の中間的な流れであり，上壁面のせん断応力はほぼ零である．

図 3 に乱流強度 3 成分の分布を上壁面からのプロットで示す．横軸 $y_m$ は上壁面を 0 とする座標である．クエット型である Case C1 および C2 の主流方向の乱流強度が他の 3 例に比べて $y_m$=h = 0:05 » 0:6 で著しい増加傾向を示す．壁面せん断応力が非常に弱い場合，壁面近傍の乱流構造はクエット型とポアズイユ型で著しく異なることが示唆される．

図 4，5 および 6 に $x_2$=h = +0:8 における $x_1$-$x_3$ 断面の主流方向変動速度を Case C1，CP および P2 に対してそれぞれ示す．Case C1 および P2 は壁面せん断応力がほぼ同程度の計算例であるにもかかわらず，異なる挙動を示す．Case C1 の乱流構造は典型的な壁乱流に見られるそれに近く，主流方向に引き伸ばされた構造が存在しており，Case P2 は壁面せん断応力がほぼ零である Case CP に近い．これらのことが上述の乱流強度の相違として現れていると考えられる．

図 7 に垂直応力の各成分に対する圧力歪み相関項の分布を示す．$©_{22}$ が壁面の極近傍で負値をとる傾向に加え，$©_{11}$ と $©_{33}$ が壁面の極近傍で正値をとる傾向がすべての計算例において観察される．壁面の極近傍において，$©_{22}$ の絶対値は Case P2 で最も高い値を示しており，壁面の存在による圧力歪み相関項を介した垂直応力間の再分配 [6] はポアズイユ型流れにおいてより顕著であることを示唆する．一方，$©_{11}$ および $©_{33}$ はクエット型流れとポアズイユ型流れとで著しく異なる挙動を示す．クエット型流れでは $©_{33}$ が高い値を示しており，$©_{11}$ は低い値を示している．このことは壁面方向の垂直応力の大半がスパン方向に再分配されることを意味しており，自由表面近傍の乱流場で観察される傾向 [7];[8] に近い．一方，ポアズイユ型流れでは $©_{11}$ が高い値を，$©_{33}$ が低い値をそれぞれ示しており，壁面方向の垂直応力が主に $x_1$ 方向に再分配されると考えられる．

### 4.3 レイノルズ応力の非等方テンソル

図 8 に速度場の成分情報を記述するレイノルズ応力の非等方テンソル $b_{ij}$ = $R_{ij}$=$R_{kk}$ ¡ (1=3)±$_{ij}$ の不変量マップを示す．図中の軸 ($II_b$;$III_b$) はそれぞれ $b_{ij}$ の第二不変量および第三不変量を表し，次式で定義される．

$$II_b = ¡\frac{1}{2} b_{ij} b_{ji} \tag{4}$$

$$III_b = \frac{1}{3} b_{ij} b_{jk} b_{ki} \tag{5}$$


Copyright © 2000 by JSCFD

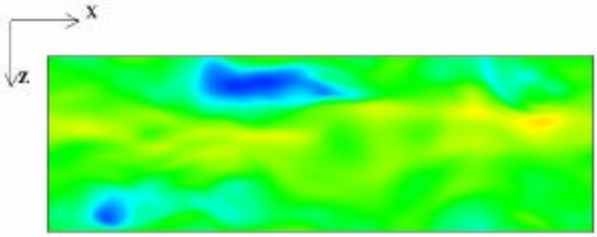


Fig. 4: Instantaneous streamwise velocity in an $x_1$-$x_3$ plane at $x_2$=h = +0:8 for Case C1

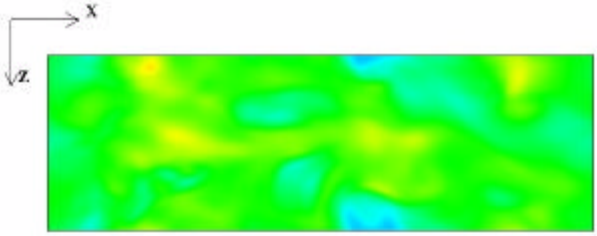


Fig. 5: Instantaneous streamwise velocity in an $x_1$-$x_3$ plane at $x_2$=h = +0:8 for Case CP

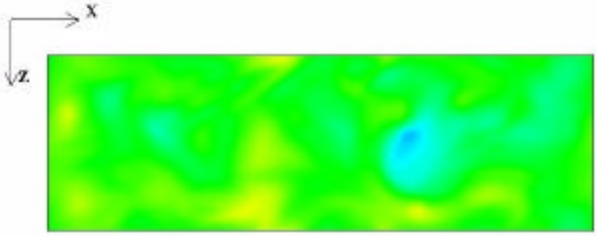


Fig. 6: Instantaneous streamwise velocity in an $x_1$-$x_3$ plane at $x_2$=h = +0:8 for Case P2

下壁面および上壁面からの距離をそれぞれ $y_s$ および $y_m$ とすると，図 8 の全体的な傾向は以下に要約される．

1. 下壁側 ($y_s^+$ = 0) において 2 成分状態である．
2. 下壁近傍 ($y_s^+$ » 10) において $\overline{u_1^0 u_1^0}$ の生成が卓越し，最も 1 成分状態に近づく．
3. 流路中央部付近 ($x_2$=h » 0) で最も等方に近づく．
4. 上壁近傍 ($y_m$=h » 0:2) においてクエット型のみ 1 成分化の挙動を示す．
5. 上壁側 ($y_s$=h = 0) において 2 成分等方状態である．

せん断応力が零近傍の上壁側では上記項目の 4 が特徴的であり，この領域においてクエット型の乱流構造は典型的な壁乱流のそれとほぼ対応していると考えられる．

### 4.4 構造テンソルを用いた乱流構造の解析

図 9 および図 10 に対角成分の和で規格化された構造次元テンソル $d_{ij}$(= $D_{ij}$=$D_{kk}$) および構造循環テンソル $f_{ij}$(= $F_{ij}$=$F_{kk}$) の分布をそれぞれ Case CF，C1，CP および P2 の 4 例に対して上壁面から流路中央面までのプロットにより示す．なお，下壁面から流路中央面までの分布は対称流れである Case CF のそれとほぼ同じであるので省略した．Case CF では，$y_m$=h < 0:1 ($y_m^+$ < 10) の壁面近傍の領域において $d_{11}$ がほぼ 0 を維持し，この領域から離れるに従って徐々に増加する挙動を示す．このことから，Case CF は壁面近傍で $x_2$ 方向に関して極めて 2 次元性の強い流れであることが示唆される．また，$y_m$=h » 0:05 ($y_m^+$ » 5) において $d_{22}$ および $d_{33}$ がそれぞれ極小値および極大値を有することがわかる．$d_{33}$ が大きな値をとることは $x_3$ 方向に対して相対的に小さいスケールの変動が存在するという解釈もできるが，このことは壁面近傍に存在する準主流方向の渦構造がスパン

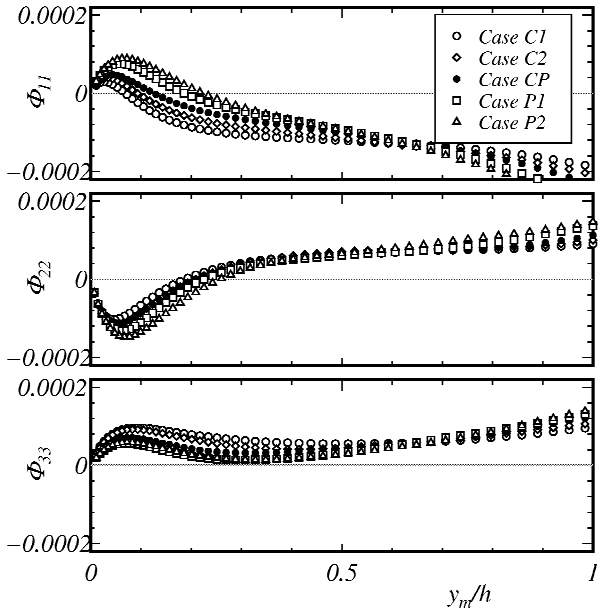


Fig. 7: Pressure strain correlation term

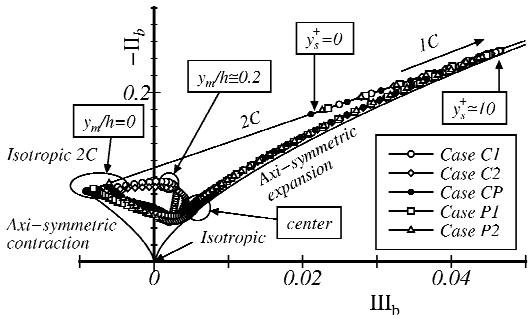


Fig. 8: Anisotropy invariant map for Reynolds stress tensor $b_{ij}$

方向のすべりなし条件によって散逸する事象と強い関連性を持つものと考えられる．

$f_{11}$ は壁面上でほぼ 0 となることから，$x_1$ 方向に関する回転運動は存在しないことが示唆されるが，粘性底層内 $y_m$=h > 0:4 ($y_m^+$ > 40) では顕著な増加傾向を示しており，この領域で $x_1$ 方向の回転運動が急激に発達することがわかる．

これらの情報を総合することで，Case CF の乱流構造では壁面近傍の $y_m^+$ < 10 で主流方向に強く引き伸ばされた Jettal eddy が支配的であること，壁面から離れるに従ってこの引き伸ばしが弱まり，旋回を伴う Helical eddy が支配的となることの 2 点を特徴として捉えることができる．

せん断応力が壁面上で零近傍となる Case C1，CP および P2 では，$d_{ij}$ および $f_{ij}$ に対して，各計算例ごとの系統的な特徴が観察される．Case C1 における $d_{ij}$ の分布は Case CF のそれと定性的一致が良く，壁面近傍で $d_{22}$ と $d_{33}$ との差異が小さくなることを除けば，Case C1 は Case CF と相似性の良い流れであることが理解される．上述の差異は Case CP では極めて小さく，これが逆転する領域も確認され，Case P2 ではこの逆転する領域がさらに広がることがわかる．このことは，外層からの大スケールの変動が上壁近傍にまで及ぶ現象に対応しているものと考えられる．一方，Case C1，CP および P2 における $d_{11}$ の壁面上の漸近値は Case CF のそれよりも高い値を示すことがわかる．このことは，壁面近傍での乱流構造が $x_1$ 方向に短くなることを意味しており，壁乱流に特有の壁面近傍における非等方性が顕著には観察されない場となることが考えられる．


Copyright © 2000 by JSCFD

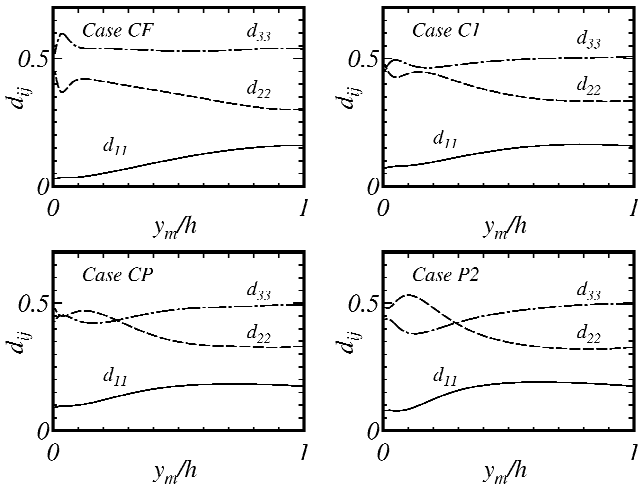


Fig. 9: Structure dimensionality tensor $d_{ij}$

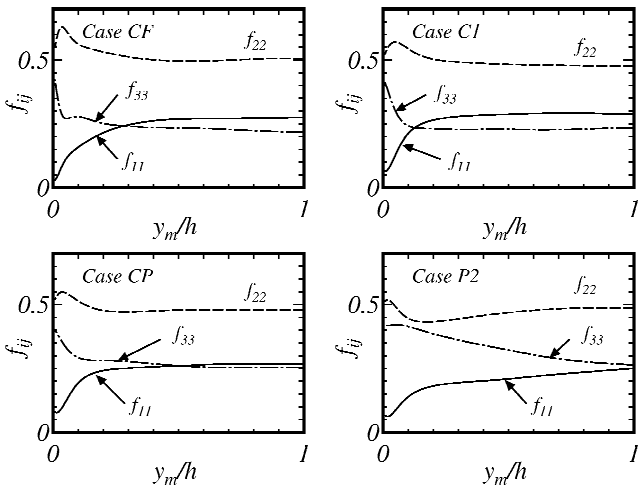


Fig. 10: Structure circulicity tensor $f_{ij}$

同様に $f_{ij}$ の分布に関しても Case C1 から Case P2 へと系統的な変化を示すことがわかる．Case CF，C1 および CP における $f_{33}$ は壁面の極近傍のみで大きな値を示すことに対して，Case P2 では壁面から離れた領域においても $f_{33}$ が大きな値を示しており，Case P2 では $x_3$ 軸周りの回転の寄与が卓越することが示唆される．

図 11 および図 12 に構造次元の非等方テンソル $y_{ij} = D_{ij}=D_{kk}$ ¡ (1=3)±$_{ij}$ および構造循環の非等方テンソル $x_{ij} = F_{ij}=F_{kk}$ ¡ (1=3)±$_{ij}$ の不変量マップをそれぞれ示す．図中の軸 ($II_y$;$III_y$) および ($II_x$;$III_x$) は $y_{ij}$ および $x_{ij}$ それぞれの第二不変量および第三不変量を表し，$b_{ij}$ のそれらと同様に定義される．図 11 では，すべての計算例の下壁面近傍 ($y_s^+ = 0$ » 10) において，$x_1$ 方向に関する強い 2 次元性が確認される．その一方で，上壁面近傍ではより等方状態に近く，3 次元的な挙動を示すことがわかる．図 12 では，下壁面 ($y_s^+ = 0$) において $x_1$ 方向に関する回転が存在しないことによる 2 成分等方的な挙動を示すが，上壁面ではより等方的な挙動を示すことがわかる．

## 5. 結言

本講演では周期方向 8 次精度の完全保存形差分スキームを使用して壁面せん断応力が上壁で零近傍となるクエット・ポアズイユ型乱流の DNS を実行し，一連の数値計算から得られた乱流統計平均量を考察した．また，壁面近傍の乱流構造を定量的に評価するために構造次元テンソルおよび構造循環テンソルを導入した．その結果，以下の知見を得た．

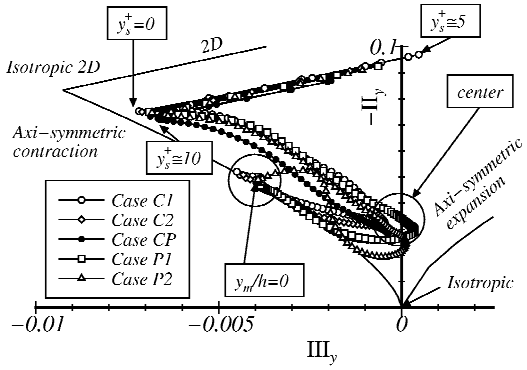


Fig. 11: Anisotropy invariant map for structure dimensionality tensor $y_{ij}$

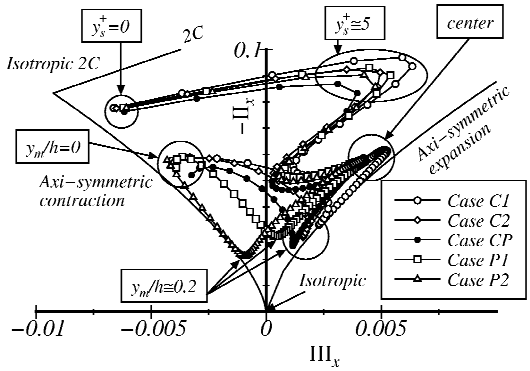


Fig. 12: Anisotropy invariant map for structure circulicity tensor $x_{ij}$

1. 壁面せん断応力が零近傍の流れ場において，クエット型流れは典型的な壁乱流のそれに近い構造を有することがわかる．
2. 純粋クエット乱流は，壁面近傍の $y_m^+ < 10$ で主流方向に強く引き伸ばされた Jettal eddy が支配的であり，壁面から離れるに従ってこの引き伸ばしが弱まり，旋回を伴う Helical eddy が支配的となる．
3. 純粋クエット乱流では壁面近傍の速度場に強い 2 次元的な構造が存在するが，壁面せん断応力が零近傍の流れ場では顕著には観察されず，速度場は 3 次元的な挙動を示す．


## 謝辞

本研究に関し，日本原子力研究所平成 12 年度計算科学技術ソフトウェア研究開発からの補助を受けている．ここに記して，感謝の意を表す．


## 参考文献


1. 森西洋平, 機論, 62-604, B(1996), 4090-4112.
2. Morinishi, Y., Lund, T., Vasilyev, O. and Moin, P., J. Comput. Phys., 143 (1998), 90-124.
3. 森西洋平, 市川明洋, 奥村隆, 中林功一, 機論, 66-647, B(2000), 1750-1757.
4. 梶島岳夫, 機論, 65-633, B(1999), 1607-1612.
5. Kassinos, S. C. and Reynolds, W. C., Dept. Mech. Engng. Rep., Stanford, Univ., TF-61 (1994).
6. Moin, P. and Kim, J., J. Fluid Mech., 118 (1982) 341-377.
7. Lam, K. and Banerjee, S., Phys. Fluids A, 4, (1992), 306-320.
8. Nagaosa, R., Phys. Fluids, 11, No. 6 (1999), 1581-1595.




Copyright © 2000 by JSCFD