

壁乱流のフィードバック制御に対するレイノルズ数効果

Reynolds number effect on feedback control of wall turbulence

岩本 薫, 東大院, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: iwamoto@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

鈴木 雄二, 東大工, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: ysuzuki@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

笠木 伸英, 東大工, 文京区本郷 7-3-1, E-mail: kasagi@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

Kaoru IWAMOTO, Yuji SUZUKI & Nobuhide KASAGI

Department of Mechanical Engineering, The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

Direct numerical simulation of turbulent channel flow at $Re_\tau = 110 - 300$ was made in order to evaluate suboptimal control algorithm for reducing skin friction. It is found that the drag reduction rate is deteriorated with increasing Reynolds number. Visualization of turbulent coherent structures at $Re_\tau = 300$ reveals that the production rate of the turbulence kinetic energy is associated with the large-scale vortical structure away from the wall as well as with the near-wall streamwise vortices. It is confirmed through the Karhunen-Loeve decomposition of the turbulent fluctuations that the large-scale vortices also play an important role in the turbulence production, whilst near-wall vortical structures are responsible for the fluctuation of the wall shear stress. Since the present suboptimal control scheme based on the wall information fails to give direct control input to these large-scale vortices, new control algorithms are desired for larger drag reduction rate at high Reynolds numbers.

1. 序論

乱流およびそれに伴う輸送現象は自然界, 産業界に多く見られる現象であり, これらを自在に制御することは工学上極めて重要である. 特に近年では, より大きな正味の効果が期待できるアクティブ・フィードバック制御が注目され, 壁乱流のDNSを用いた数値実験により高い制御効果が得られることが報告されている⁽¹⁻³⁾.

しかし, 従来のDNSを用いたアクティブ・フィードバック制御に関する検討は, 低レイノルズ数効果が著しいと考えられる低いレイノルズ数でのみ行われている. より高いレイノルズ数では, 乱流スケールのダイナミックレンジが増大するとともに, 乱流準秩序構造の複雑化が起こることが予想されるため, そのような状況に適用可能な制御アルゴリズムを構築する必要がある. 本研究では, DNSを用いてレイノルズ数の異なるチャンネル乱流を模擬し, 摩擦抵抗低減を目的とするアクティブ・フィードバック制御のレイノルズ数効果, 及び, 乱流準秩序構造が壁面摩擦, 乱れの生成に与える影響について検討を行った.

2. 計算手法・制御手法

計算手法はKimら⁽⁴⁾とほぼ同じであり, 流れ方向・スパン方向にフーリエ・スペクトル法, 壁垂直方向にチェビシェフ・タウ法を適用した擬スペクトル法を用いた. 時間離散化は, 非線形項に4次精度ルンゲ・クッタ法, 粘性項に2次精度クランク・ニコルソン法をそれぞれ用いた. 計算パラメータをTable 1にまとめる. レイノルズ数は $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu = 110, 150, 300$ とし (u_τ は壁面摩擦速度, δ はチャンネル半幅, ν は動粘性係数), バルク流量を一定に伴って計算を行った. 制御入力として壁面からの吹出し・吸込みを適用した. 以後, x, y, z はそれぞれ, 流れ方向, 壁垂直方向, スパン方向にとり, 上付き + は u_τ と ν で無次元化された物理量を表す. レイノルズ数効果を検討するための制御アルゴリズムとして, 準最適制御を陽的に時間離散化したナビエ・ストークス方程式に適用させるLeeら⁽⁵⁾の手法を用いる. 最小化されるべき評価関数としては, 吹出し・吸込みのエネルギーとスパン方向壁面摩擦の2乗の和を用いた. 初期場としては, 十分発達させたチャンネル乱流のデータを用いた.

Table 1. Computational parameters for the DNS of turbulent channel flow.

Re_τ	L_x	L_z	N_x, N_y, N_z
110	5π	2π	48, 64, 48
150	2.5π	π	64, 96, 64
300	2.5π	π	128, 192, 128

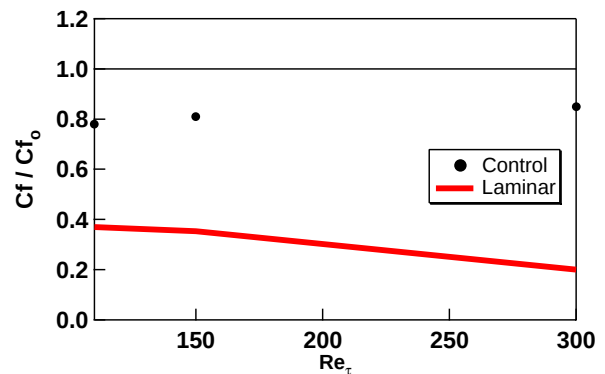


Fig. 1 Relative skin friction coefficient, where Cf_0 is the skin friction coefficient of plane channel flow.

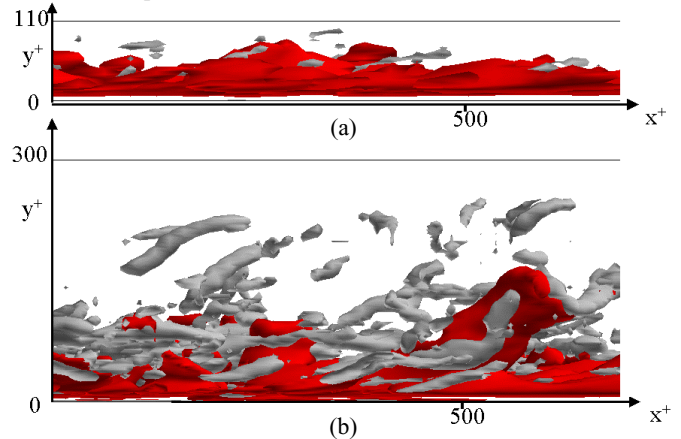


Fig. 2 Near-wall coherent structure at different Reynolds numbers. Gray, the second invariant of the deformation tensor ($Q^+ < -0.02$); Red, production of the turbulent kinetic energy ($P^+ > 0.2$) (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

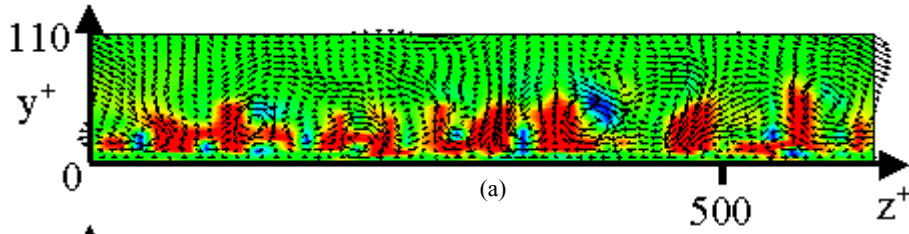
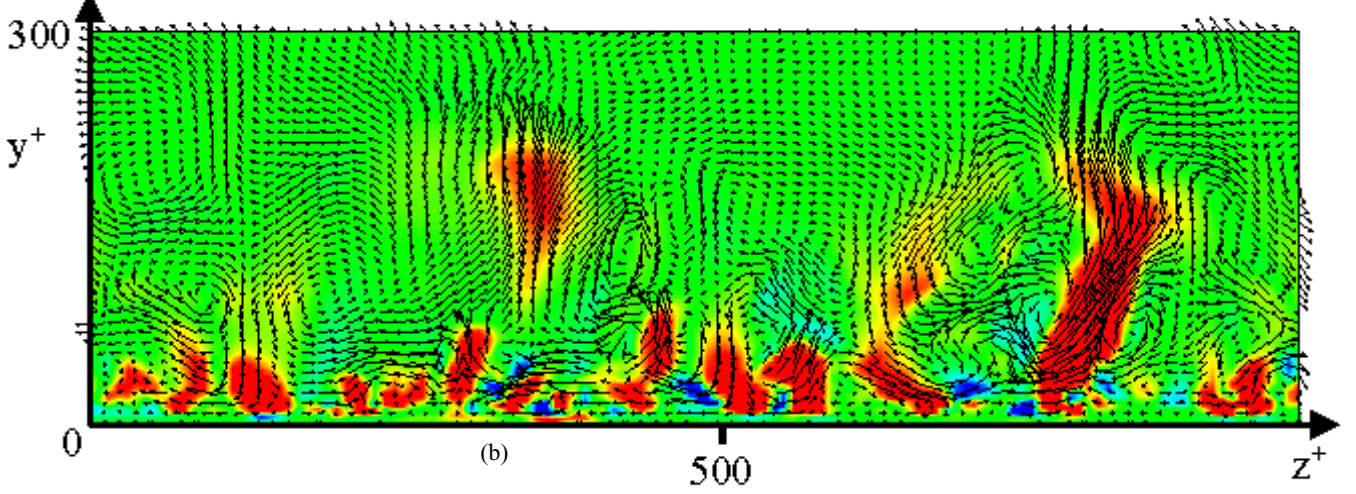


Fig. 3 Instantaneous velocity vectors in the cross-stream plane and contours of the production rate of the turbulent kinetic energy P^+ , Blue to Red, -0.1 to 0.1. (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.



3. 計算結果と可視化

レイノルズ数による壁面摩擦抵抗の変化を Fig. 1 に示す．抵抗低減率は， $Re_\tau = 110$ において約 22%， $Re_\tau = 150$ では約 19%， $Re_\tau = 300$ では約 15% となり，層流化した際の低減率は増加するにも関わらず，レイノルズ数の増加と共に制御効果が減少した．Fig. 2 に変形速度テンソルの第 2 不変量 Q^+ の負値で抽出した渦構造，及び，乱れエネルギーの生成 P^+ が大きい部分を示す． $Re_\tau = 110$ では縦渦構造が支配的であるのに対し， $Re_\tau = 300$ では壁面近傍の渦構造がより複雑になることが確認される．また，壁面から離れた領域においても（図中 $x^+ \approx 560$ 付近），乱れエネルギーの生成の高い領域が生じている．

Fig. 3 に $x^+ \approx 560$ での yz 断面図を示す． $Re_\tau = 110$ では P^+ の大きな領域は壁面付近に集中し，それらはイジェクション，スweepが生じる壁近傍の縦渦の両側で大きい値を持つことが確認される⁽⁶⁾．一方， $Re_\tau = 300$ では，壁近傍の縦渦の両側で P^+ が大きな値を持つが，壁面から離れた領域でも乱れエネルギーが生成され，それらは大規模な渦（渦中心の壁からの距離 $y_v^+ \approx 120$ ）に伴って生じるイジェクション領域に対応することが分かる．また，これらの大規模な渦は，ヘアピン渦やフック渦⁽⁷⁾に相当すると考えられるが，渦の内部や壁面近傍には小渦が存在し，渦構造間で複雑な干渉が生じていることがうかがえる．

4. Karhunen-Loeve 分解

レイノルズ数による準秩序構造の変化を定量的に評価するため，乱れエネルギーへの貢献が最も高くなるように直交分解する，流れ場変動成分の KL 分解を行った．KL 分解では，2 点相関テンソル κ_{ij} を用いて，固有モード ϕ ，固有値 λ は以下のように定義される⁽⁸⁾．なお，以下では， x_1, x_2, x_3 方向は，それぞれ x, y, z 方向にとるものとする．

$$\int_{-h}^h \kappa_{ij}(x_2, x'_2, m, n) \phi_j(x'_2, m, n) dx'_2 = \lambda(m, n) \phi_i(x_2), \quad i, j = 1-3 \quad (1)$$

ここで， (m, n) は (x_1, x_3) 方向のフーリエ波数である．それぞれ

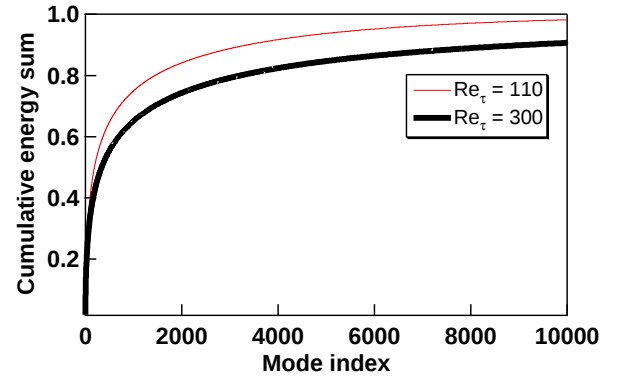


Fig. 4 Cumulative energy summation of the KL-decomposed modes.

の波数の組に対して，固有値の数は x_2 方向のグリッド点数 N_2 の 3 倍であり， q によりその順位を表すと，1 固有モードは $\mathbf{k} = (m, n, q)$ により表される．一方，固有モード ϕ^k は以下の式で実空間に変換される．

$$\phi^k(x_1, x_2, x_3) = \phi^k(x_2, m, n) e^{2\pi i(m x_1 / L_1 + n x_3 / L_3)} \quad (2)$$

それぞれの固有モードは以下の連続の式，境界条件（壁面ですべり無し， x, z 方向に周期境界）を満たし，固有モードはすべて直交している．

$$\nabla \cdot \phi^k = 0 \quad (3)$$

$$\phi^k = 0 \quad \text{at } x_2 = \pm \delta \quad (4)$$

$$\int_D \phi^k \cdot \tilde{\phi}^l dx = \delta_{kl} \quad (5)$$

ここで上付き $\sim$ は複素共役を表す．任意の流れ場は

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_k \mathbf{a}^k(t) \phi^k(\mathbf{x}) \quad (6)$$

のように固有モードの線形重ね合わせにより表現される．ここで $\mathbf{a}^k(t)$ の二乗を時間平均した $\lambda^k = \langle \mathbf{a}^k(t) \mathbf{a}^k(t) \rangle$ は，モード $\mathbf{k}$

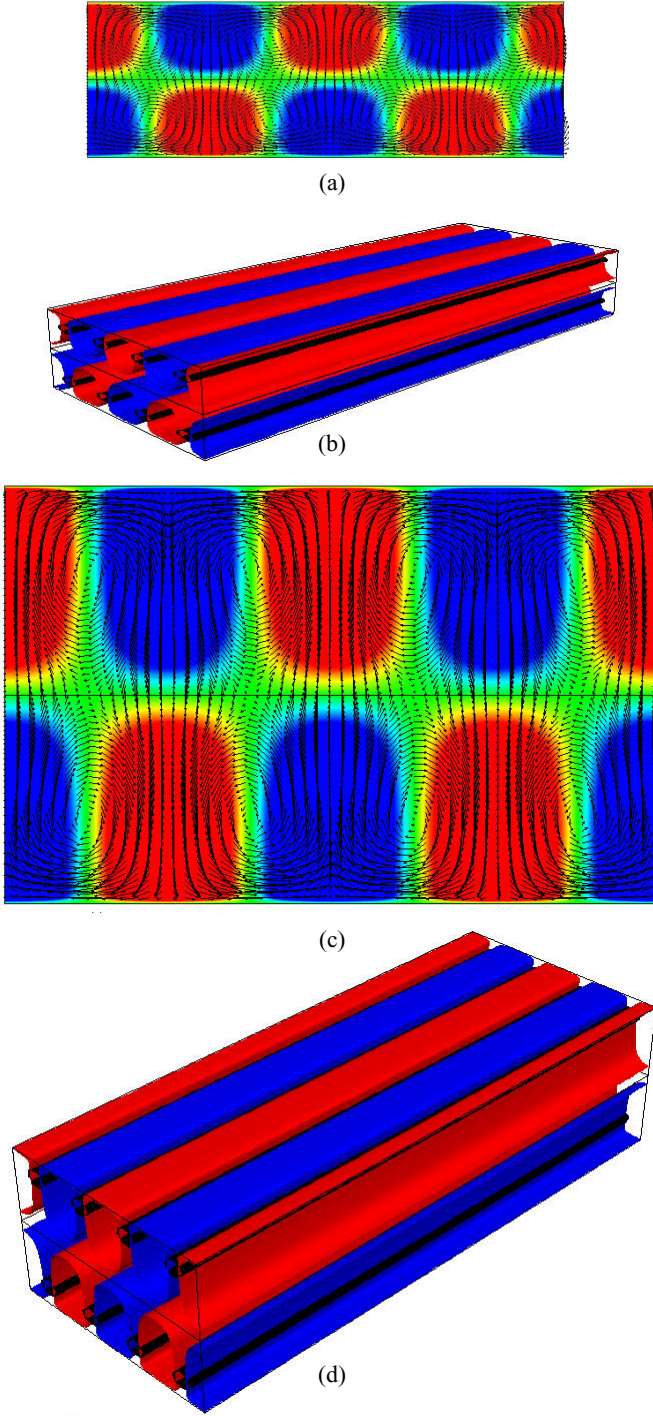


Fig. 5 The first eigenfunction of the KL decomposition for $Re_\tau = 110$ (a, b) and for $Re_\tau = 300$ (c, d). (a), (c) Velocity vectors in the cross-stream plane and contours of the streamwise velocity fluctuation u^+ . (b), (d) Isosurfaces of u^+ and the second invariant of the deformation tensor Q^+ . Red, $u^+ > 0.15$; Blue, $u^+ < -0.15$; Black, $Q^+ < 0$.

が保有する乱れエネルギーを表す。

4.1 各モードの乱れエネルギー

Fig. 4 に上位モードから累積した乱れエネルギー保有率を示す。全乱れエネルギーの 50% を占めるには、 $Re_\tau = 110$ において 190 モード、 $Re_\tau = 300$ において 339 モードを要し、また、90% を占めるには、 $Re_\tau = 110$ において 3363 モード、 $Re_\tau = 300$ に

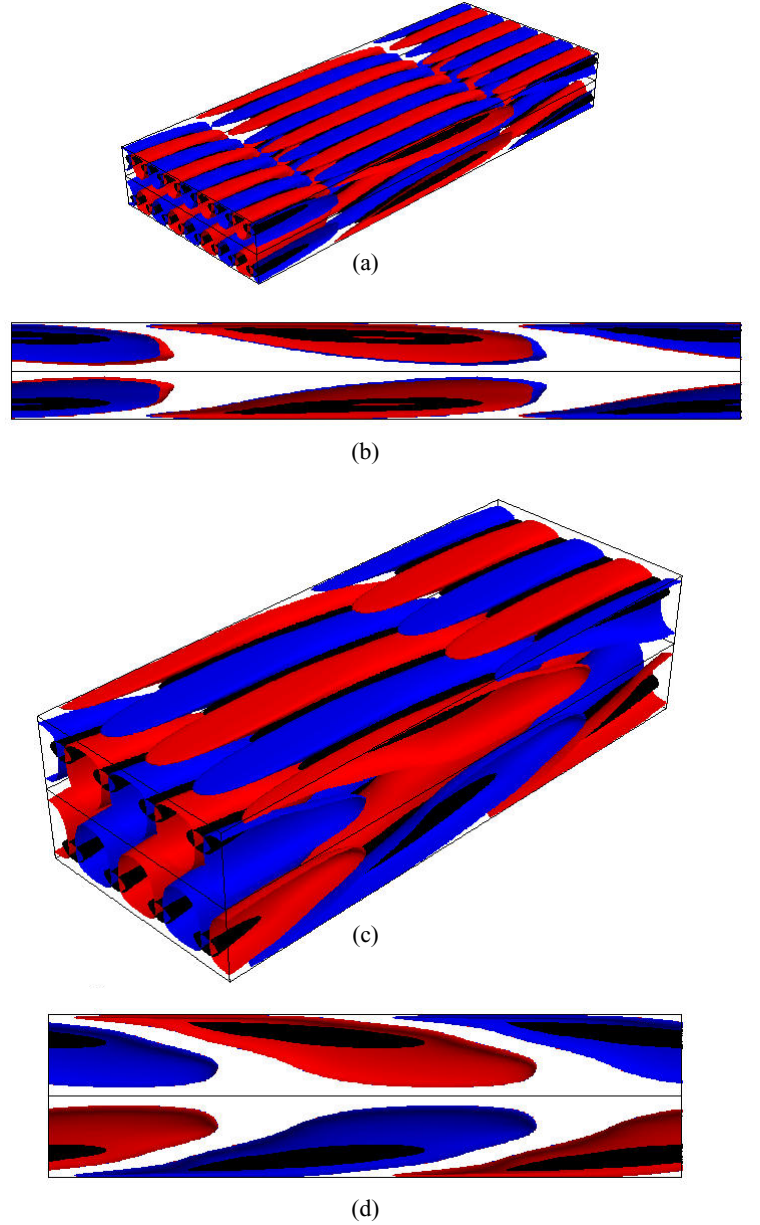


Fig.6 Isosurfaces of the streamwise velocity fluctuation u^+ for each eigenfunction obtained by the KL decomposition. Red, $u^+ > 0.15$; Blue, $u^+ < -0.15$; Black, the second invariant of the deformation tensor ($Q^+ < 0$) (a),(b) The 5th eigenfunction for $Re_\tau = 110$, (c),(d) The second eigenfunction for $Re_\tau = 300$.

において 9130 モード必要である。従って、レイノルズ数が高くなるに従ってダイナミックレンジが拡大することが確認される。

Fig. 5 に $Re_\tau = 110, 300$ のそれぞれについて、乱れエネルギーに最大の寄与を有するモードの yz 断面図と鳥瞰図をそれぞれ示す。レイノルズ数に関わらず流れ方向に一樣な低・高速領域、および、大規模な渦構造が存在することが示される。渦中心の壁からの距離 y_v^+ は、 $Re_\tau = 110$ では $y_v^+ \approx 52$ 、 $Re_\tau = 300$ では $y_v^+ \approx 120$ である。またスパン方向間隔は $Re_\tau = 110$ では $\Delta z^+ \approx 350$ 、 $Re_\tau = 300$ では $\Delta z^+ \approx 470$ である。このことは minimal channel flow⁽⁹⁾ を KL 分解した Webber ら⁽¹⁰⁾ の結果と定性的に一致している。

また、 $Re_\tau = 110$ では第 5 モード、 $Re_\tau = 300$ では第 2 モードに、流れ方向に 1 周期を持つ固有モードが存在する。これらの

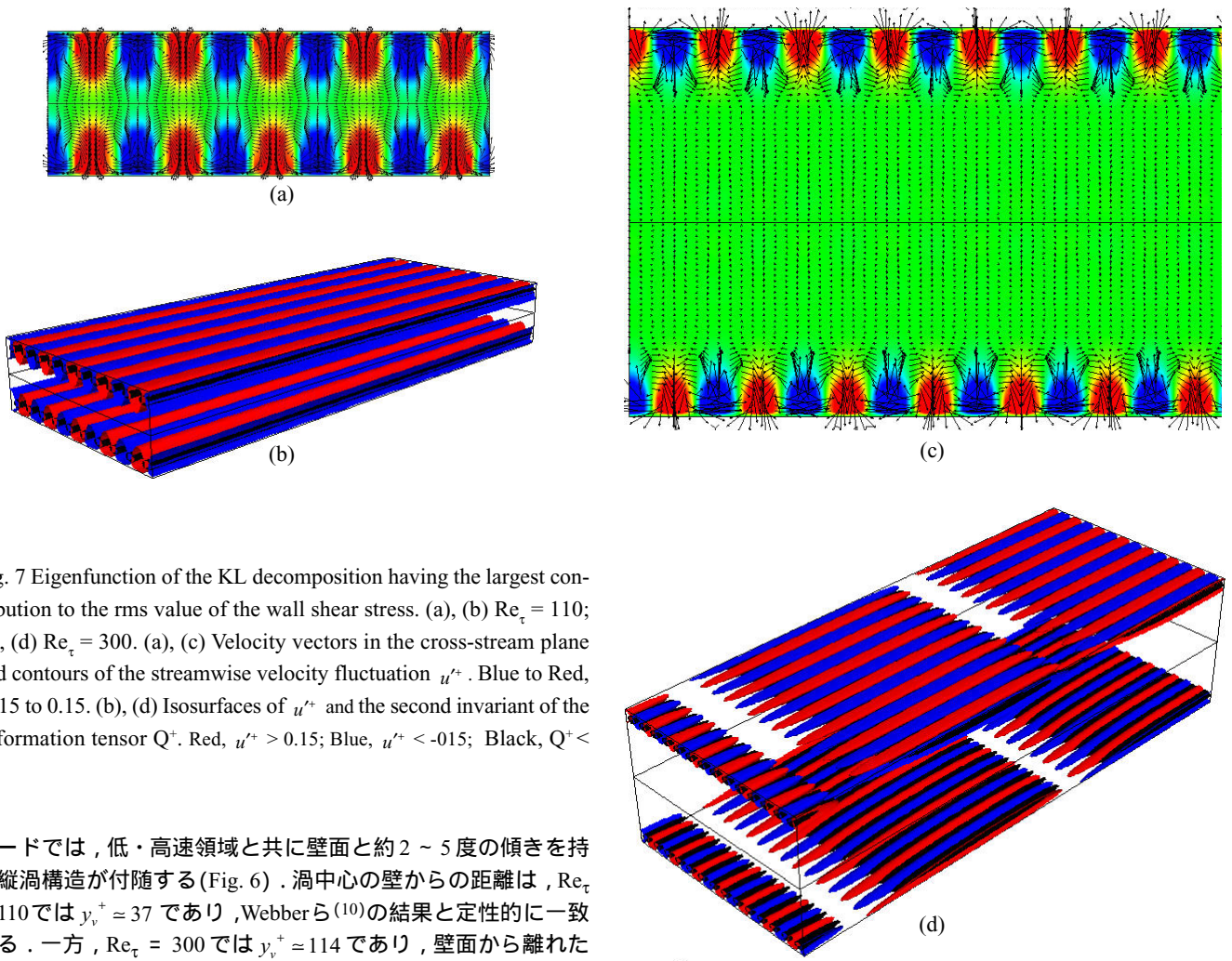


Fig. 7 Eigenfunction of the KL decomposition having the largest contribution to the rms value of the wall shear stress. (a), (b) $Re_\tau = 110$; (c), (d) $Re_\tau = 300$. (a), (c) Velocity vectors in the cross-stream plane and contours of the streamwise velocity fluctuation u^+ . Blue to Red, -0.15 to 0.15. (b), (d) Isosurfaces of u^+ and the second invariant of the deformation tensor Q^+ . Red, $u^+ > 0.15$; Blue, $u^+ < -0.15$; Black, $Q^+ < 0$.

モードでは、低・高速領域と共に壁面と約 $2 \sim 5$ 度の傾きを持つ縦渦構造が付随する (Fig. 6)。渦中心の壁からの距離は、 $Re_\tau = 110$ では $y_v^+ \approx 37$ であり、Webberら⁽¹⁰⁾の結果と定性的に一致する。一方、 $Re_\tau = 300$ では $y_v^+ \approx 114$ であり、壁面から離れた大規模な渦構造を示す。

これらの構造の平均的な大きさを算出するため、上位10モードについて詳しく調べた。上位10モードの保有する乱れエネルギーは $Re_\tau = 110, 300$ ともに全乱れエネルギーの約12%であり、必ずしも瞬間場の構造を反映していないが、構造のスケールなどに関する定性的な検討は可能と考えられる。Table 2 に波数、エネルギー保有率、渦中心の壁からの距離 y_v を示す。これら上位モードの平均的な構造は、 $Re_\tau = 110, 300$ ともに流れ方向にはほぼ一様 ($0 \sim 1$ 波数) である。また、平均スパン方向間隔は、粘性スケールではスケールリングされず、チャンネル半幅 δ で無次元化すると $\Delta z / \delta \approx 1.5$ となる。また、渦中心の壁からの平均距離は、 $y_v / \delta \approx 0.35$ である。このことから、乱れエネルギーに最も貢献の高い構造は、チャンネル半幅でスケールリングされるような大規模な渦構造であることが示される。

4.2 各モードの流れ方向壁面せん断応力

壁面摩擦抵抗に対する各モードの寄与を調べるため、それぞれのモードにおける流れ方向壁面せん断応力のrms値 $\tau_{w,rms}$ を求めた。Fig. 7 に最も $\tau_{w,rms}$ に貢献の大きいモードの yz 断面図、鳥瞰図を示す。 $Re_\tau = 110$ では流れ方向に一様なモードであり、低・高速領域と共に縦渦構造が存在する。渦中心の壁からの距離は $y_v^+ \approx 34$ 、スパン方向間隔は $\Delta z^+ \approx 138$ である。 $Re_\tau = 300$ では流れ方向に1周期を持ち、同じく低・高速領域と共に縦渦構造が存在する。これらの渦の壁面との傾きは非常に小さい。渦中心の壁からの距離は $y_v^+ \approx 31$ 、スパン方向間隔は $\Delta z^+ \approx 134$ である。

Table 2. Top 10 eigenfunctions of the KL decomposition.

Index	$Re_\tau = 110$			$Re_\tau = 300$		
	Mode (m,n,q)	Energy fraction	y_v / δ	Mode (m,n,q)	Energy fraction	y_v / δ
1	(0,2,1)	0.01669	0.47	(0,2,1)	0.01837	0.40
2	(0,3,1)	0.01308	0.39	(1,2,1)	0.01528	0.38
3	(0,5,1)	0.01292	0.31	(1,1,1)	0.01277	0.50
4	(0,4,1)	0.01286	0.32	(1,1,2)	0.01266	0.50
5	(1,4,1)	0.01215	0.34	(1,3,1)	0.00955	0.21
6	(1,3,1)	0.01089	0.41	(2,2,1)	0.00918	0.50
7	(0,2,2)	0.01046	0.37	(0,2,2)	0.00841	0.46
8	(1,2,1)	0.00904	0.45	(1,3,2)	0.00837	0.23
9	(1,5,1)	0.00888	0.30	(1,2,2)	0.00814	0.23
10	(1,6,1)	0.00859	0.12	(1,4,1)	0.00738	0.21

Table 3. Top 10 eigenfunctions for the rms value of the wall shear stress.

Index	$Re_\tau = 110$			$Re_\tau = 300$		
	Mode (m,n,q)	$\tau_{w,rms}$ fraction	y_v^+	Mode (m,n,q)	$\tau_{w,rms}$ fraction	y_v^+
1	(0,5,1)	0.00176	34	(1,7,1)	0.00059	31
2	(1,6,1)	0.00168	13	(0,4,1)	0.00055	54
3	(0,6,1)	0.00161	28	(1,5,2)	0.00049	31
4	(1,7,1)	0.00156	26	(1,6,1)	0.00049	36
5	(1,7,2)	0.00149	29	(1,7,2)	0.00047	34
6	(0,4,1)	0.00149	36	(1,4,1)	0.00047	67
7	(0,6,2)	0.00145	32	(1,8,1)	0.00047	31
8	(0,7,1)	0.00143	32	(1,5,1)	0.00046	41
9	(1,6,2)	0.00139	24	(0,4,2)	0.00045	62
10	(1,4,1)	0.00134	41	(0,2,1)	0.00044	121

これらの構造の平均的な大きさを求めるため、 $\tau_{w,rms}$ への寄与率の上位 10 モードを調べた。Table 3 に波数、 $\tau_{w,rms}$ への寄与率、渦の中心位置の壁からの距離 y_v を示す。これら上位モードの平均的な構造は、 $Re_\tau = 110, 300$ とともに流れ方向にはほぼ一様で ($0 \sim 1$ 波数)、平均スパン方向間隔は $\Delta z^+ \approx 120 \sim 140$ 、平均の渦の中心位置の壁からの距離は $y_v^+ \approx 30 \sim 40$ である。これらのスケールは、壁面近傍のストリーク構造、縦渦^(6,7)と整合しており、壁面摩擦に大きく寄与するのは、レイノルズ数に依らず壁近傍の縦渦構造であることが示される。

4.3 モード間相互作用による乱れエネルギーの生成

モード間相互作用による乱れエネルギーの生成 P を調べた。2 つのモードを $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ とし、 $P(y; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ を以下のように定義する。

$$P(y; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \left\langle -a^{k_1}(t) \phi_1^{k_1} \cdot a^{k_2}(t) \phi_2^{k_2} \right\rangle \left\langle \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right\rangle \quad (7)$$

ここで、上付き $-$ は x, z 方向空間平均を、 $\langle \rangle$ は時間平均を表し、乱れエネルギーの生成は $P(y) = \sum_{\mathbf{k}_1} \sum_{\mathbf{k}_2} P(y; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ と書ける。さらに、モード間相互作用による全空間での乱れエネルギーの生成への寄与を見るため、 $P(y; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ を用いて

$$\bar{P}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{1}{2\delta} \int P(y; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) dy \quad (8)$$

を定義する。 x, z 方向のモードはフーリエ級数なので、同じ波数でのみ 0 でない値を持つ。一方、 y 方向は異なるモード間の相互作用があり得るが、結果的には $Re_\tau = 110, 300$ とともに、同じ y 方向モードによる乱れエネルギー生成が全生成量の大部分を占めた。異なるモード間作用による乱れエネルギーの生成はほぼ 0 であり、乱れエネルギーへの貢献度が最も高くなるように直交分解したにも関わらず、異なる y 方向モード間の u, v も相関が悪いことを示す。そこで、 $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$ の場合のみを考慮すれば良いので、 $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 = (m, n, q)$ とおいて、

$$\bar{P} = \bar{P}(m, n, q) \quad (9)$$

と書くことにする。

Table 4 に波数、全生成率への貢献割合、渦中心の壁からの距離 y_v 、乱れエネルギー、壁面摩擦に対する貢献順位を示す。 $Re_\tau = 110, 300$ とともに、乱れエネルギーの生成に貢献するモードは、乱れエネルギー、壁面摩擦の少なくともどちらかに貢献順位が高いことが分かる。つまり、乱れエネルギーの生成に貢献するモードは、大規模な渦構造と壁面近傍の縦渦構造とが混在することを示す。

しかし、渦中心の壁からの距離 y_v を比較してみると、 $Re_\tau = 110$ では壁面近傍の縦渦構造 $y_v^+ \approx 30$ とチャネル半幅スケールの大規模渦 ($y_v/\delta = 0.35$, $y_v^+ \approx 40$) との相異が小さいため、乱れエネルギーの生成に貢献するモードの y_v はほぼ同じ値である。

一方、 $Re_\tau = 300$ では、 y_v に大きなばらつきが生じる。これは前述のように、乱れエネルギーへの貢献が高いモードと、壁面摩擦に貢献が高いモードでは、構造のスケール、渦中心の位置が異なるためである。このことは、壁近傍の縦渦だけでなく、大規模な渦構造によっても生成が行われることを示しており、 $Re_\tau = 300$ において壁から離れた場所で生成率の大きな領域が生じている事実 (Fig. 3) と整合している。

Table 4. Top 10 eigenfunctions for the production rate of the turbulent kinematic energy. (a) $Re_\tau = 110$, (b) $Re_\tau = 300$.

(a)

Index	Mode (m,n,q)	P fraction	y_v^+	energy index	$\tau_{w,rms}$ index
1	(0,5,1)	0.02147	34	3	1
2	(1,6,1)	0.01581	13	10	2
3	(0,6,1)	0.01524	28	13	3
4	(0,4,1)	0.01491	36	4	6
5	(1,7,1)	0.01490	26	17	4
6	(1,5,1)	0.01454	34	9	12
7	(1,4,1)	0.01440	37	5	10
8	(1,7,2)	0.01423	30	21	5
9	(1,6,2)	0.01400	24	16	9
10	(0,7,1)	0.01172	32	27	8

(b)

Index	Mode (m,n,r)	P fraction	y_v^+	energy index	$\tau_{w,rms}$ index
1	(0,2,1)	0.00741	122	1	10
2	(1,3,1)	0.00735	62	5	11
3	(1,2,1)	0.00735	114	2	21
4	(1,4,1)	0.00725	67	10	6
5	(0,4,1)	0.00654	54	14	2
6	(1,4,2)	0.00620	62	15	13
7	(1,7,1)	0.00619	31	41	1
8	(1,5,1)	0.00597	41	21	8
9	(1,5,2)	0.00583	31	22	3
10	(1,3,2)	0.00572	70	8	20

5. 制御入力と渦構造の関係

Fig. 9 に Fig. 3 の $Re_\tau = 300$ の拡大図と、この瞬時場に対する $y^+ = 10$ での壁垂直方向速度 $v_{y^+=10}$ と制御入力 v_w を示す。壁面近傍の渦 A に対しては、 $v_{y^+=10}$ と v_w は逆位相、かつ、同程度の大きさとなっており、その渦を抑制する方向へ制御入力が決定的にしていることがわかる⁽¹¹⁾。一方、レイノルズ数が高い場合に観察される大規模渦構造 B に対しては、 v_w が渦を弱める方向であるものの、絶対値がその領域での $v_{y^+=10}$ よりも小さい。このことは、本研究で用いた準最適制御アルゴリズムが大規模渦構造を同定することができず、これらの渦構造に対して直接的な制御入力を与えていないことを示している。

これらのことから、レイノルズ数が高い壁乱流において十分な制御効果を得るには、壁面摩擦に寄与する縦渦モードを減衰させるだけでなく、乱れの生成に貢献の高い大規模構造を壁面情報から検知し、直接的に制御量を加える新たな制御アルゴリズムの開発が必要であると考えられる。

8. 結論

DNS を用いてレイノルズ数の異なるチャネル乱流を模擬し、摩擦抵抗低減を目的とするアクティブ・フィードバック制御のレイノルズ数効果について KL 分解により検討を行った。

- 1) 本研究で用いた準最適制御では、摩擦抵抗低減率がレイノルズ数の増加と共に減少した。
- 2) レイノルズ数が比較的高い場合、乱れエネルギーの生成は、壁面近傍の縦渦の側方だけでなく、大規模渦の周囲においても活発に生じる。
- 3) 乱れエネルギーに大きく貢献する KL モードは、チャネル半幅でスケールされる大規模渦構造であるのに対し、壁面せん断応力への寄与率が高い KL モードは、粘性長さでス

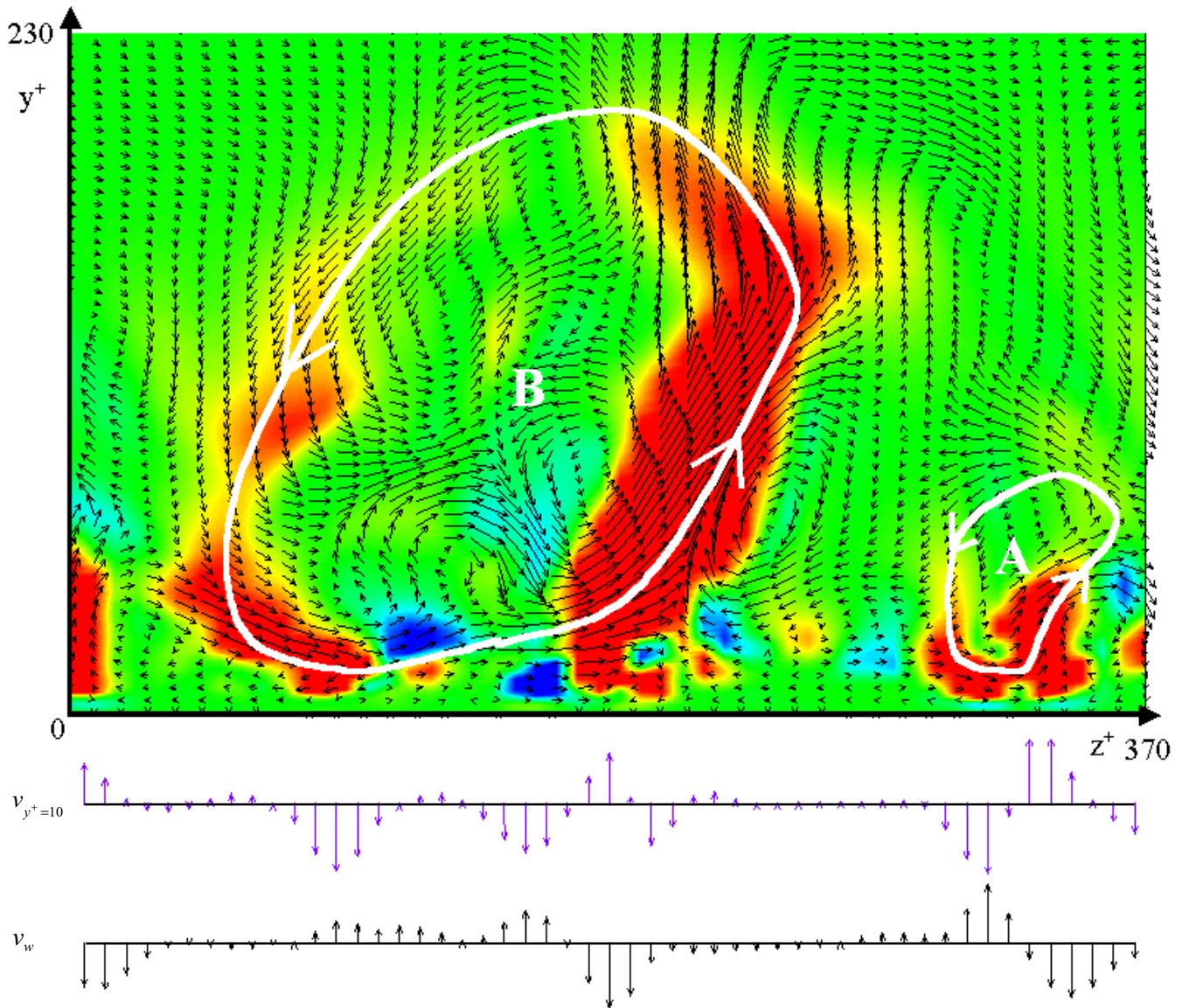


Fig. 9 Instantaneous velocity vectors in the cross-stream plane and wall normal velocity at $y^+ = 10$ and at wall. Contours of the production rate of the turbulent kinetic energy P^+ , Blue to Red, -0.1 to 0.1.

ケーリングされる壁近傍の縦渦構造である。

- 4) 乱れエネルギーの生成には、レイノルズ数に依らず、乱れエネルギーへの貢献が高い大規模渦モードと、壁面摩擦に貢献が高い壁近傍の縦渦モードの両方が貢献している。
- 5) 従来の準最適制御アルゴリズムでは、結果的に大規模渦構造を同定できないため、高レイノルズ数でより制御効果を得るためには、新たな制御アルゴリズムの開発が必要である。

参考文献

- (1) Moin, P., Bewley, T., 1994., Appl. Mech. Rev. **47**, pp. S3-S13.
- (2) Gad-el-Hak, M., 1996, Appl. Mech. Rev. **49**, pp. S147-S157.
- (3) Kasagi, N., 1998, Int. J. Heat and Fluid flow, **19**, pp. 125-134.
- (4) Kim, J., Moin, P., and Moser, R., 1987, J. Fluid Mech., **177**, pp. 133-166.
- (5) Lee, C., Kim, J., and Choi, H., 1998, J. Fluid. Mech., **358**, pp. 245-258.
- (6) Kasagi, N., Sumitani, Y., Suzuki, Y., and Iida, O., 1995, Int. J. Heat and Fluid Flow, **16**, pp. 2-10.
- (7) Robinson, S. K., 1991, NASA TM 103859.

- (8) Moin, P., and Moser, R., J. Fluid Mech., **200**, pp.471-509.
- (9) Jimenez, J., and Moin, P., 1991, J. Fluid Mech., **225**, pp. 213-240.
- (10) Webber, G. A., Handler, R. A., and Sirovich, L., 1997, Phys. Fluids, **9**, pp. 1054-1066.
- (11) Choi, H., Moin, P., and Kim, J., 1994, J. Fluid Mech., **262**, pp. 75-110.