# 超音速ジェットの微細構造

Fine structures in a supersonic plane jet

渡辺 大輔, 電通大院, 〒 182-8585 調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail : watanabe@maekawa.mce.uec.ac.jp  $\bigcirc$ 前川 博,電通大,〒182-8585 調布市調布ヶ丘 1-5-1, E-mail: maekawa@mce.uec.ac.jp Daisuke WATANABE, The Univ. Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182-8585

Hiroshi MAEKAWA, The Univ. Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182-8585

Recently and with the new noise regulations, reducing jet engines acoustic emissions became a major challenge for aircraft designers and manufacturers. The understanding of the effect of jet structures on the noise generation (acoustic waves) is very crucial for noise control. In this paper, we investigated, by means of direct numerical simulation (DNS), the development of the corresponding supersonic flow structures in a plane jet after being perturbed with unstable modes. Results of DNS suggest that appearances and configurations of fine structures are related to the magnitude of saturated 2-D mode energy.

### まえがき 1.

圧縮性自由せん断流の遷移機構の解明は次世代超音速 輸送機開発のキーテクノロジーの一つとして捉えられ,最近10年間,圧縮性乱流や遷移構造に関する研究が顕著に 増えた.また、遷移構造の研究は計算空力音響学における 流体音と結びつき,近年注目を集め Lele 等<sup>1,2,3)</sup>によっ て顕著に研究が行なわれている.一方,流体音の発生機 構及び発生する音波の統計的調査は,圧縮性 LES 等に対 する音波発生のモデル化と結びつき,工学的上,騒音な どの数値的予測精度向上に必要となる課題である.本研 究の目的は, top-hat 型の速度分布を持つジェットの遷移 機構ならびに遷移過程における三次元構造から放出され る音波の発生機構を直接数値シミュレーション (DNS) に より調査することである.

#### 計算方法 2.

三次元空間発展 DNS の初期流れ場は,平均流 (top-hat jet) に線形安定解析より求めた不安定撹乱<sup>4)</sup> (x-方向波 数 α, z-方向波数 β) を加え初期条件とした.線形撹乱は

$$d(x,y) = Real[A_0\hat{d}(y)exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}]$$
(1)

と表される.ただし, $\hat{d}(y)$ は固有値 $(lpha,eta,\omega)$ に対応する 固有関数である.ジェト (top-hat jet)の層流速度分布は 次式で与えた.

$$u(y) = \frac{U_j}{2} \left[1 - tanh\left\{\frac{12.5}{4}\left(\frac{y}{y_j} - \frac{y_j}{y}\right)\right\}\right]$$
(2)

また、温度分布はプラントル数 Pr=1 として Crocco-Busemann の関係式を用いた.この速度分布と温度分布 を線形撹乱方程式に代入し一様ディリクレ条件を境界条 件としスペクトル法により固有値及び固有関数を計算す る.DNSにおいて,支配方程式はデカルト座標系で記述 された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である.ただし, 支配方程式はジェットの中心速度  $U_j$ ,速度の半値半幅  $y_j$ , 中心密度  $\rho_i$  および粘性係数  $\mu_i$  によって無次元化する<sup>i</sup>.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_i\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \left(\rho u_{i}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_{i} u_{j}\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{j}} \tag{4}$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial \left( E_T u_j \right)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \left( p u_j \right)}{\partial x_j} + \frac{\partial \left( u_i \tau_{ij} \right)}{\partial x_j} - \frac{\partial q}{\partial x_j} \quad (5)$$

ここで,

$$E_T = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \frac{\rho u_i u_i}{2} \tag{6}$$

$$q = -\frac{\mu}{(\gamma - 1)M^2 RePr} \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{7}$$

$$\tau_{ij} = \frac{\mu}{Re} \left\{ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right\}$$
(8)

$$T = \frac{\gamma M^2 p}{\rho} \tag{9}$$

である.また,粘性係数は温度Tの指数法則に従うとして

$$\mu = T^{2/3} \tag{10}$$

と表される。プラントル数 Pr(=1) と比熱比  $\gamma(=1.4)$  は

ー定とする. また空間微分に6次精度コンパクトスキーム,時間発展に4次のルンゲ・クッタ法を用いた.計算領域は,0< x <  $2\pi/lpha, -10 < y < 10, -\pieta < z < \pieta$ とし, x, z-方向の境 界条件は周期境界条件であり,y方向はNSCBCとした. 時間ステップは計算安定性解析から dt=0.01 刻みとし 計算に用いたグリッドは  $Nx \times Ny \times Nz = 100 \times 200 \times 150$ である

### 計算結果 3.

### 3.1 流れ場の発達と構造

Mc=0.57 , Re=1000 ,  $\alpha$ =2.0,  $\theta$  = 45 °( $\theta$  $tan^{-1}(\theta/\alpha)$ ) において初期撹乱振幅を変化させた 3 ケースの DNS を実行した.それぞれのケースは初期撹 乱振幅をジェット速度に対し 2-D モード (1,0) を 0.1%, 0.175%, 0.5% 及び 3-D mode (1, ± 1) を 2-D モードの 半分で与えた.Figs.1 (a), (b), (c) に x-z 平面フーリエ 成分のエネルギー発達を示す.0.175%,0.5% ケースに おいて,流れ場は2-Dモード(1,0) エネルギーの飽和後, 3-D モードが増幅し三次元化が顕著に起こる. それらに 対し0.1%ケースにおいて3-Dモードの成長が抑制されることから、2-Dモードの飽和時に到達するエネルギーが流れ場の三次元化に大きく影響を与えていると思われ る.この 2-D モードの飽和時に到達するエネルギーの違

いは,時間経過に伴うせん断層部分の広がりによる,初期に与えた x-方向波数 αの線形成長率の低下と関係し ている。

方,0.175%,0.5% ケース共に (1.1),(0,1) モード の((1,0) モード飽和直後での) 到達エネルギーは,(1,0) モードの飽和時のエネルギーとほぼ同じである.しかし、 0.175% ケースにおいて (0,2) 成分の到達するエネルギ は他のモードと比べより高い値に達する.このことは, 次元モード (0,2)の非線形発達領域での成長は, 2-D モ ドのエネルギーがある程度まで高められれば,時間経過 に伴うせん断層の広がりの影響に左右されない事を示唆 する.この (0,2) モードは,t=70 付近まで成長し,ほぼ 0.5%ケースでの到達エネルギーと等しくなる その他の モードは(0,2) モードに引きずられる様にエネルギ 増加させ, 先の 2-D エネルギー飽和時のエネルギーより も高くなることが確認された.



Fig. 1: Time development of mode's kinetic energies.

Fig.2 (a), (b) はそれぞれ 0.175%, 0.5% ケースの 3-D モードが卓越した t=60, t=42 での渦度場である.両ケースの比較において,渦度場の相違は,2-D モードの飽和 点からの時刻及び異なるモード間のエネルギー差が異な ることが影響していると思われる.0.175% に対し,やや 低い振幅の撹乱を与えた0.1% ケースでは,流れ場は初 期シート状渦度場から大きな変化は見られない.



Fig. 2: Iso-surfaces of enstrophy for (a) 0.175% Case at t=68 and (b) 0.5% Case at t=42.

#### 3.2 音波の放出

各ケースの遷移過程における, 音波放出の様子について 調べた. Figs.3 (a), (b) は, それぞれ 0.175%, 0.5%ケー スの密度の x-z 平面 平均値の y 方向分布を時刻ごとに記 した図である.この図より,数回に渡り振幅の異なる密 度変動がジェット遠方に向け広がっている様子が分かる. (t=0から±y-方向に広がる最初の密度変動は,初期に与 えた流れ場の非平衡性により発生するもので , 流れの遷 移によるものではない.)



Mean density amplitudes

Fig. 3: Time developments of mean density plofiles for (a) 0.175% Case (y,b) 0.5% Case

ここで , ジェット遠方 (±y-方向) に伝わる音波の発生 過程及び音波の特徴を明らかにするため,流れの垂直方 向速度成分 v の x-z 面内のフーリエ成分  $\hat{v}(y, kx, kz)$  を 各時刻ごとに調査した . Figs.4(a-f) は , ジェットの平均 速度分布  $\hat{u}(y,0,0)$  と 音波に伴う y 方向速度 v の平均速 度分布  $\hat{v}(y,0,0)$  の時間発達の様子である. Figs.4 (d,f) での等高線の直線部分の傾きが音速と一致することから Figs.3 で示された密度変動が音波である事が確認された 0.1%ケースでは,t=100においてもジェット速度分布にコ ア領域が残っておりまた明確な音波はみられない(Figs.4 (a,b)). 0.175% ケースでは t=40 付近から, 0.5% ケース では t=10 付近から数回に渡り音波が発生している様子 が見られる (Figs.4 (d,f))

この音波の発生要因は,前述の(1,0),(1,1),(0,1),(0,2) モードのエネルギー発達の図 (Figs.1) との比較により説 明される . 0.175% ケースの音波発生時刻 t=40 は (0,2) ードが支配的となり流れ場が急激に三次元化する時刻 Ŧ と一致し,また t=60 及び t=80 付近においての音波の強 まりは,それぞれの時刻近傍に (1,1),(1,0) 及び (0,1),(1,0) モードのエネルギー発達曲線上における極大値の存在と相 関がある.0.5% ケースでは,1度目(t=10)の音波は(1,0) モードの飽和時刻に対応し2次元的な渦の巻き上がり時に 発生している.また二度目,三度目の音波は比較的強く 二度目(t=30)の音波の放出は(1,1)モードの飽和時に 直後に続く三度目の放出時刻は(0,2),(0,1),(1,0)のエネル ギーが極大になる時刻に対応している.t=50以降では, ードのエネルギー発達曲線上に極大値はなく,音波は平

衡状態にある流れ場の微細構造及び(1,0),(1,1),(0,1),(0,2) モードなどの大規模構造の相互作用により発生している と思われる.



Fig. 4: Time developments of (a) mean streamwise velocity  $(\hat{u}(y,0,0))$  (b) mean normal velocity  $(\hat{v}(y,0,0))$ . The contour increments are (a,c,e) 0.1 and (b,d,f) 0.001.

Fig.5 (a-e) は 0.175% ケース (f-j) は 0.5% ケースの平均 場以外の各モードのジェット外側の振幅分布である.(こ こでのモードは,渦を構成しているモードとは直接には 関係がない.また平均値モード(y,0,0) 以外のモードの等 高線の勾配は音速とは異なる.このことは音源及びその 分布が各 y 断面上で一様でなく,かつ音波が音源から円 筒状又は球状に広がるためである.しかし各モードの振 幅分布より音源のおおよその出現時刻の推測することが でき,また (1,1),(0,1) モードのような三次元モードに振 幅分布が存在することは音源が三次元的に存在している 証明となる.) 0.175% ケースでは,1度目の音波発生が三 次元モードと関係があることから,放出される音波は初 めから三次元性が現われている(Fig.5(d,e)).0.5% ケース の一度目に放出される音波は x-z 面に対し一様な平面波 としての性質が強く現われている.また 0.5% ケースの二 度目,三度目に放出される音波は,流れ場の微細化が進 むに連れ,次第に x-z 面での揺らぎが大きくなることが Fig.5(i,j)より分かる.しかしオーダーを比べると(Fig.4) 大きな音波の発生には,低波数モードが構成する構造の 影響が大きいと言える.0.5% ケースでの圧力場で見た, 音波の発生の様子をFig.6(a,b,c)に示す.



Fig. 5: Time developments of distributions of normal velocity fluctuations  $(\hat{v}(y, kx, kz))$ . The contour increments are (a,b) 0.0001 and (c-j) 0.00002



Fig. 6: Contour plots of pressure for 0.5% Case (a) at t=0  $\sim$  20, (b) at t=26  $\sim$  36 and (c) at t=38  $\sim$  68. For all z=0

4. 不変量空間における構造

速度勾配テンソル  $(A_{ij} = \partial u_i / \partial x_j = S_{ij} + R_{ij})$  の第 二,第三不変量 Q, R を不変量空間で相似変換したスカ ラー不変量 m, n を用いて<sup>5</sup>),流れ場の構造について調 べた.ここで、 $S_{ij} \ge R_{ij}$  はそれぞれ速度勾配テンソル の対称成分と非対称成分であり, $Q \ge R$ の変換式は次 のように表わされる.

$$Q = 3m + \frac{P^2}{3} \tag{11}$$

$$R = n + Pm + \frac{P^3}{27}$$
(12)

不変量 m は ,  $P(= -\partial u_i/\partial x_j)$ が比較的小さい場合は , 局所的な流体の回転運動とひずみ率の関係を表わす.す なわち , m > 0のときはひずみ率に対して回転運動が大 きく , m < 0のときは回転運動に対してひずみ率が大き い . Fig.6 に 0.5 これらの時刻では前述のように放出さ れる音波の特徴および強さが異なっている.図から,流 れ場には流体の局所的回転が比較的強い領域が多く存在 し , それらはチューブ状の構造を有していることがわか る . Figs.7 は m-n 平面における各時刻の全流れ場のプ ロットであり , 第2象限から第4象限にのびる特徴を示 している . t=42 では , 第2象限に見られる棒状の構造のに 対応している . t=68 では粘性の影響におって相似的に各 不変量のオーダーが下がり , t=42 のとき存在した物理空 間における縦渦構造と対応する不変量空間における特徴 的構造が見えなくなっている .



Fig. 7: Isosurface of invariant of velocity gradient tensor  $(m = 0.1m_{max})$  at (a)t=42, (b)t=68.

(a)



(b)



Fig. 8: Scatter plot of the m-n invariants of velocity gradient tensor at (a)t=42, (b)t=68.

### 5. まとめ

top-hat 型の速度分布を持つジェットの三次元時間発展 DNSの実行により,以下のことが確認された.2-Dモー ドの飽和時に到達するエネルギーが流れ場の三次元化に 大きく影響を与えている.遷移に伴う音波の発生は,低 波数モードのエネルギーと強く相関する.また不変量空 間における解析より,比較的に強く音波が放出される時 刻での流れ場中に,m-n空間において特徴的な構造を見 出すことが出来た.

# 6. 謝辞

不変量空間による構造の解析は,電気通信大学大学院 博士前期課程 鈴木 智明氏 によってもたらされたことに 感謝の意を表す.また本研究は文部省科学研究費(課題番 号:12004713)の補助を受けたことを記し感謝の意を表す.

# 参考文献

 Lele, S. K., and Moin, P., AIAA/CEAS., 98-2291(1998), pp. 1-12.

- Colonius, T., Lele, S. K. and Moin, P., J. Fluid Mech., **330**(1997), pp. 375-409.
  Mitchell, B. E., Lele, S. K. and Moin, P., J. Fluid Mech., **383**(1999), pp. 113-142.
  渡辺・前川, 流体力学会年'2000 講演論文集, (2000), pp. 309-310.
  前川・鈴木等, 流体力学会年'2000 講演論文集, (2000),