第１４回数値流体力学シンポジウム
B04-4

チャネル乱流中の粒子分散と微細構造

Particle Dispersion and Fine Scale Structure in Turbulent Channel Flow

店橋　護，　東工大工，〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: mtanahas@mes.titech.ac.jp
谷村　哲，　東工大院，〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: stanimur@navier.mes.titech.ac.jp
宮内　敏雄, 東工大工，〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: tmiyauch@mes.titech.ac.jp
Mamoru TANAHASHI, Tokyo Inst. of Tech., 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan
Satoshi TANIMURA
Toshio MIYAUCHI

Direct numerical simulations of particle laden turbulent channel flows were conducted to investigate the relationship between particle dispersion and coherent fine scale eddies near the wall. The motions of 10^6 particles were analyzed for a several particle response times. The particle distributions depend strongly on the particle response time and the distance from the wall. The number density increases near the wall and decreases in the $20 < y^+ < 140$ region except for cases with very small and very large particle response time. It is shown that the distributions of particles are closely related to the characteristics of the coherent fine scale eddies near the wall.

１．緒論

粒子輸送を伴う乱流場は多くの工業分野において用いられており，乱流中の粒子分散と乱流構造の関係を理解することは乱流制御，乱流熱伝達，乱流中での粒子分散制御などを効果的に行なう上で重要となる．著者らの乱流の微細渦構造に関する一連の研究から一様等方性乱流(1)，乱流混合層(2)，channel 乱流(3)および MHD 乱流(4)などの種々の乱流場に存在する管状の微細構造は普遍的な特性を持つことが明らかにされている．これらの管状構造は中心部に強い剛体回転領域を有し，周囲に比較的高いエネルギー散逸領域を伴う．この剛体回転領域と散逸領域を一つの渦構造として coherent 微細渦と呼ぶことにする．Coherent 微細渦の最頻直径と最頻最大周方向速度はコルモゴロフ・スケールhの約 8 倍と二乗平均変動速度 u_{rms} の約 0.5 倍である．

著者らは粒子を混入した一様等方性乱流に関する研究(5)から，粒子分散と乱流の coherent 微細渦の間には密接な関連があり，特定の Stokes 数を有する粒子は coherent 微細渦周囲を旋回し，空間的に著しく局在化することを明らかにした．この Stokes 数 $St_{c,p}$ は coherent 微細渦の特性に基づいて，次式のように導出される．

$$St_{c,p} = \frac{n s_m}{2 u_{rms} h} \tag{1}$$

ここで，s_m は $2s_m+1=\exp(s_m)$を満足する正の定数である．一様等方性乱流の場合，$St_{c,p}$ は Re_lの関数として，

$$St_{c,p} = \frac{15^{1/4} s_m}{2 Re_l^{1/2}} \tag{2}$$

と表され，工業分野で観測される範囲のレイノルズ数 $40 < Re_l < 200$ においては 0.1 から 0.2 程度となる．

平均せん断の存在する channel 乱流では，平均せん断の効果が壁面近傍で coherent 微細渦の流れ方向への配列として現れる(6)．しかし，壁面近傍においても個々の coherent 微細渦の特性は平均せん断の存在しない一様等方性乱流の coherent 微細渦の特性と同様であり，channel 乱流中においても coherent 微細渦と粒子分散が密接に関連しているものと考えられる．そこで，本研究では粒子輸送を伴う channel 乱流の直接数値計算を行い，粒子分散と壁面近傍の coherent 微細渦との関係を明らかにする．

２．粒子輸送を伴う channel 乱流の直接数値計算

２．１ 支配方程式

支配方程式は以下のような非圧縮性の Navier-Stokes 方程式及び連続の式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re_c}\nabla^2 \boldsymbol{u} \tag{3}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \tag{4}$$

ここで，Re_c は主流速度とチャネル半幅 d に基づくレイノルズ数である．

粒子の運動方程式は

$$\frac{d\boldsymbol{u}_p}{dt} = \frac{1}{t_p}\left(\boldsymbol{u}_f\left[\boldsymbol{x}_p(t),t\right] - \boldsymbol{u}_p(t)\right) \tag{5}$$

$$\frac{d\boldsymbol{x}_p}{dt} = \boldsymbol{u}_p \tag{6}$$

である．ここで，$\boldsymbol{u}_p$ と $\boldsymbol{u}_f$ は粒子速度と粒子位置 $\boldsymbol{x}_p$ における流体速度を，t_p は次式で定義される Stokes 摩擦に基づく粒子の応答時間を示している．

$$t_p = \frac{r_p}{r_f}\frac{d_p^2}{18n} \tag{7}$$

ここで，r_p と d_p は粒子の密度と直径，r_f は流体密度，n は動粘性係数である．

２．２ 計算条件と計算方法

初期乱流場として $Re_t=180$ (Re_c=3276)の十分に発達した channel 乱流の直接数値計算(DNS)(3)結果を用いて，100 万個の粒子輸送を伴う channel 乱流の DNS を行った．計算は $4\pi d \times 2d \times 2\pi d$ の領域を対象として，$192\times193\times160$の格子点を用いて行った．流れ(x)方向とスパン(z)方向には等間隔格子を，壁に垂直な(y)方向には次式で定義される不等間隔格子を用いた．

$$y_i = \frac{\tan^{-1}(q_i)}{\tan^{-1}(p)} d \tag{8}$$

$$q_i = \frac{2pi}{N_y - 1},\quad i = -(N_y - 1)/2,\ \cdots,\ (N_y - 1)/2 \tag{9}$$

ここで，N_yは y 方向の格子点数である．離散化には，x 方向と z 方向にはフーリエ・スペクトル法を，y 方向には4次精度中心差分法を用いた．時間積分には2ステップ時間分割法を採用し，対流項には2次精度 Adams-Bashforth 法を，圧力項には 1 次精度 Backward-Euler 法を用いた．速度に関して x 方向と z 方向には周期境界条件を，y 方向には滑り無しの境界条件を課した．計算は流量が一定となるように行った．

DNS から得られた瞬時の速度データを用いて，粒子運動

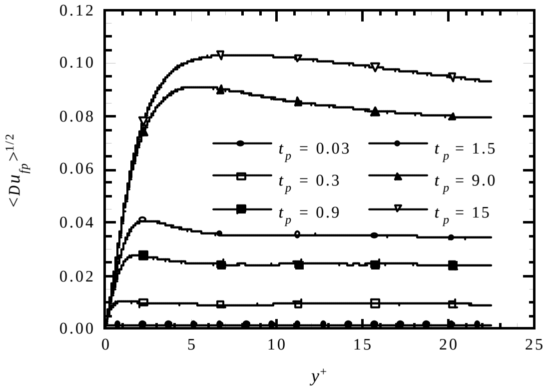

Fig. 1 Development of the velocity difference between particle velocity and fluid velocity.

の解析を行った．ただし，粒子は流体の運動に影響を及ぼさない，すなわち one-way coupling であると仮定した．粒子の運動に関する時間積分には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用いた．粒子運動に関する境界条件は x 方向と y 方向には周期境界条件，壁面においては完全弾性衝突とした．初期粒子分布は一様とし，初期速度は粒子位置における流体速度に等しいとした．計算は粒子の応答時間が 0.03，0.3，0.9，1.5，9.0 および 15 の 6 つの場合について行った．

3．Channel 乱流中の粒子分散と微細構造

図 1 は粒子位置における流体速度と粒子速度の差，$Du_{fp} = |\boldsymbol{u}_f - \boldsymbol{u}_p|$ の r.m.s. 値の時間変化を示している．粒子の初期速度は粒子位置での流体速度と等しいため，Du_{fp} は $t = 0$ において 0 である．時間経過とともに速度差は増加し，極大値を示した後，ゆっくりと減少しながら，定常的な状態に達する．応答時間が小さい粒子ほど，極大値を示す時間と定常状態に達するまでの時間は短く，流体運動に対する追随性が高いことがわかる．本研究では，粒子運動に関して初期条件の影響がなくなり十分発達していると考えられる最終時刻のデータを用いて，粒子分散に関する解析を行った．

本研究では，粒子分散と乱流の微細渦構造の関係を明らかにするために，以下のように定義される速度勾配テンソルの第二不変量 Q を導入する．

$$Q = \frac{1}{2}\left(-S_{ij}S_{ij} + W_{ij}W_{ij}\right), \tag{10}$$

ここで，S_{ij} と W_{ij} は速度勾配テンソル A_{ij} の対称成分と非対称成分であり，それぞれ次のように表される．

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij}, \tag{11}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad W_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{12}$$

第二不変量が正の領域は管状構造を示し，coherent 微細渦と非常に良く一致する．図 2 は t_p=0.03，0.3，1.5 及び 15 の場合に関して，z - y 断面における第二不変量の分布とその断面付近の厚さ dx^+=20 の領域に含まれる粒子分布を示している．図の下側が壁面に，上側が流路中心に対応する．また，赤と青の領域は，それぞれ第二不変量が正と負の領域に対応し，濃い色ほど大きな絶対値を示す．t_p が十分小さい粒子は流体運動に対する追随性が高いため，流体要素と同じように運動する．また，t_p が十分大きい粒子は流体運動に対する追随性が低いために，粒子運動と流体運動の相関は低い．このため，t_p=0.03 と 15 の場合，粒子は空間全体にほぼ一様に分布し，粒子分布と第二不変量の間に明確

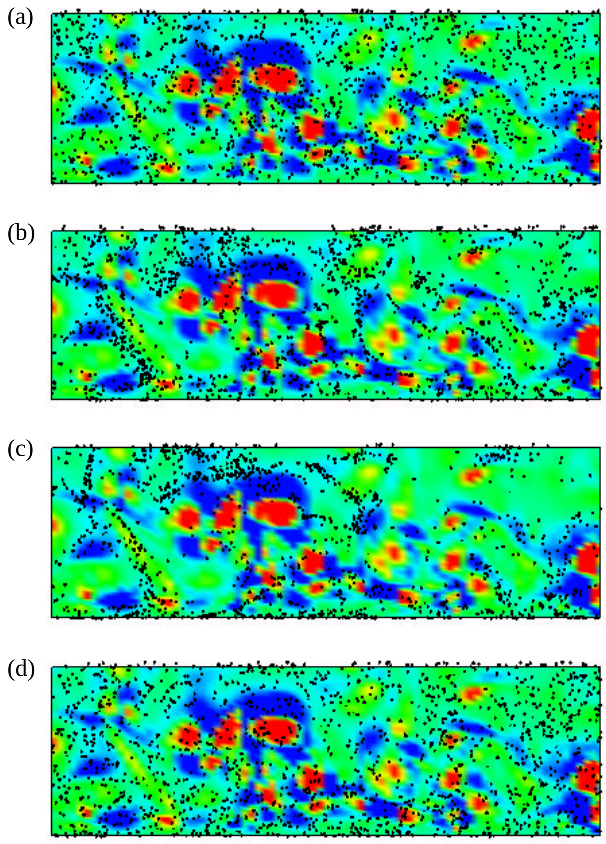

Fig. 2 Distributions of particles and second invariant of velocity gradient tensor. The particles in z - y plane with $0 < x^+ < 20$ are plotted and the second invariant on the mid plane is shown by contour distribution. (a) : t_p=0.03, (b) : t_p=0.3, (c) : t_p=1.5, (d) : t_p=15.

な相関は観察されない．これに対して，t_p=0.3 と 1.5 の場合，第二不変量が正の大きな領域に粒子はほとんど存在しておらず，粒子の空間分布は顕著な非一様性を示している．

図 3 は粒子位置における第二不変量 Q_p の確率密度関数を示している．ここで，確率密度関数は壁面から $20y^+$ の領域毎に算出されている．比較のために各領域における流れ場の第二不変量 Q_f の確率密度関数を破線で示した．t_p= 9.0 と 15 の場合，壁面からの距離に依らず，$Q > 0$ の領域における粒子の存在確率は比較的高く，Q_f に比較的近い確率を示す．t_p が小さくなるにつれて，大きな $Q > 0$ の領域における粒子の存在確率は低下し，t_p=0.3 の場合で最も低い値を示している．さらに t_p が小さい t_p=0.03 の場合，再び $Q > 0$ の領域における粒子の存在確率は増加する．$Q > 0$ の領域における粒子の存在確率は t_p だけでなく壁面からの距離にも依存している．すなわち，t_p=0.9 と 1.5 の粒子と t_p=0.3 の粒子の $Q > 0$ の領域における存在確率の差は壁面から離れた領域で小さくなっている．

図 4 は t_p=0.03，0.3，1.5 及び 15 の場合に関して，第二不変量の等値面と粒子の速度ベクトルを示している．比較のために流体の速度ベクトルも示した．図は壁座標で 20×186×565 の領域が可視化されており，図の下側が壁面に，上側が流路中心に対応する．視点は下流位置に設定してある．また，矢印の始点は粒子位置を，長さは粒子速度の大きさを示している．t_p=0.03 の場合，前述のように流体速度に対する追随性が比較的高いため，一様な空間分布を示し，粒子は比較的小さなスケールの流体運動にも追随している．一方，流体速度に対する追随性が低い t_p=15 の場合，粒子速

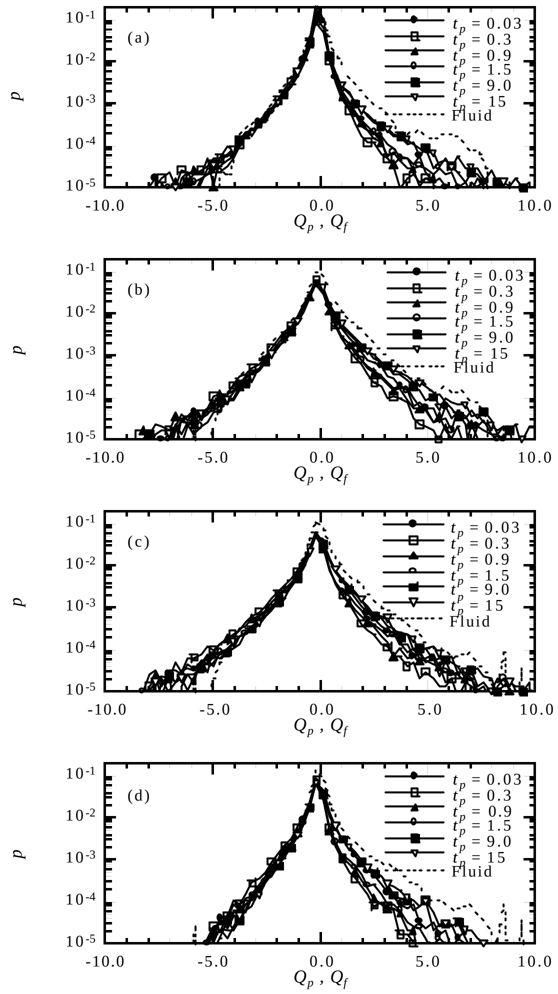

Fig. 3　Probability density functions of the second invariant of velocity gradient tensor at the particle position.　(a) : $0 < y^+ < 20$,　(b) : $20 < y^+ < 40$,　(c) : $40 < y^+ < 60$,　(d) : $60 < y^+ < 80$.

度と流体速度の相関は非常に低く，粒子速度と coherent 微細渦構造の間に明確な関連は存在しない．これに対して，t_p=0.3 と 1.5 の粒子は coherent 微細渦の周囲に局在し,その周囲を旋回していることがわかる．

４．Coherent 微細渦と Stokes 数の関係

図 5 は粒子の数密度 N_d の y 方向分布を示している．ここで，N_d は全空間での平均数密度 N_{d0} を用いて正規化されている．t_p=0.03 の場合，数密度は y 方向にほとんど変化せず，粒子は全空間にわたって一様に分布している．しかし，t_p が大きくなるにつれて，粒子の数密度は壁面の極近傍において増加し，y^+が約 20 から 90 の領域では減少している．この傾向はt_p=1.5 の場合に最も顕著であり，数密度が最大となる壁面の極近傍において N_d は N_{d0} の約 2.3 倍，最小となる y^+=55 付近では約 0.78 倍となる．さらに，t_p が大きくなると数密度の壁面からの距離に対する依存性は低下する．t_p=15 の場合は $30 < y^+ < 150$ の領域において N_{d0} よりもわずかに低い数密度を示すだけであり，壁近くでも N_{d0} の約 1.6 倍と，図 2 と図 4 で示したように再び一様な分布へと近づく．

壁面の近傍においては，粒子は応答時間と壁面からの距離に依存した特徴的な空間分布を示す．一様等方性乱流において，粒子分散は coherent 微細渦の時間スケールt_c と粒子の応答時間t_p の比で定義される Stokes 数によって決定さ

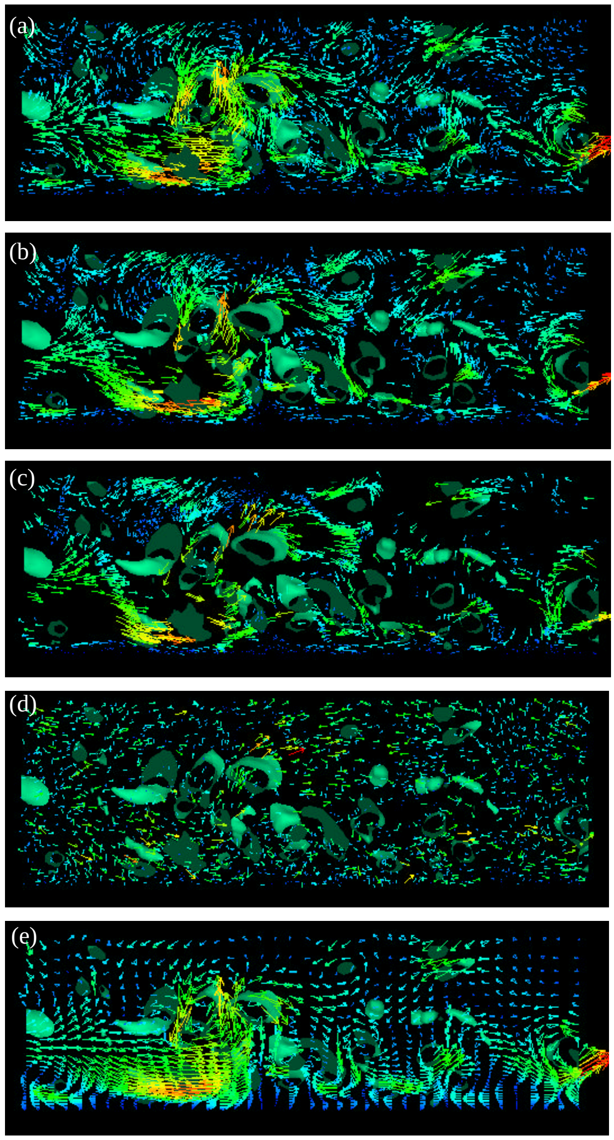

Fig. 4 Particle distribution and their velocity vectors with contour surfaces of the second invariant (Q = 0.3,　$0 < x^+ < 20$). (a) : t_p=0.03, (b) : t_p=0.3, (c) : t_p=1.5, (d) : t_p=15, (e) : Fluid.

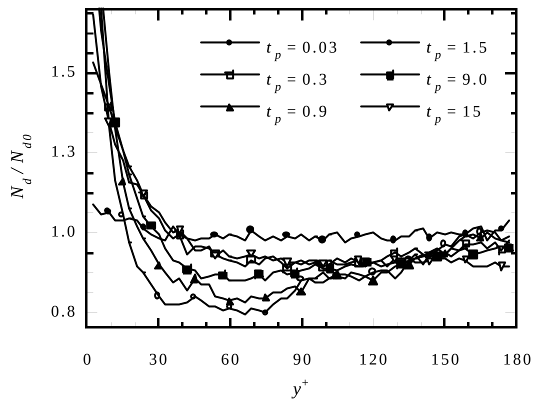

Fig. 5　Number density of particles

れることが明らかにされている[5]．t_c は coherent 微細渦の最頻直径と最頻最大周方向速度を用いてt_c=16h/u_{rms} と表され，channel 乱流では壁面からの距離に依存する．このため，coherent 微細渦に基づく粒子の Stokes 数 St_c=t_p/t_c は，図 6 に示すように壁面からの距離によって変化し，壁面で 0，y^+=

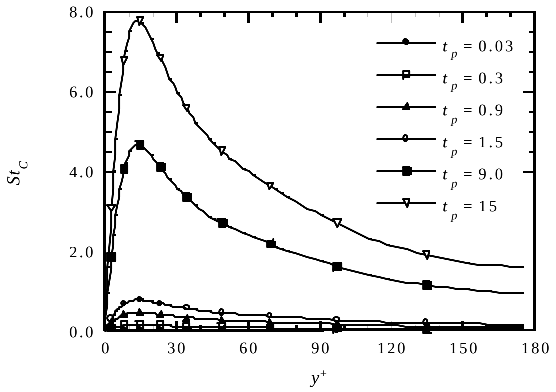

Fig. 6 Stokes number based on the time scale of coherent fine scale eddy.

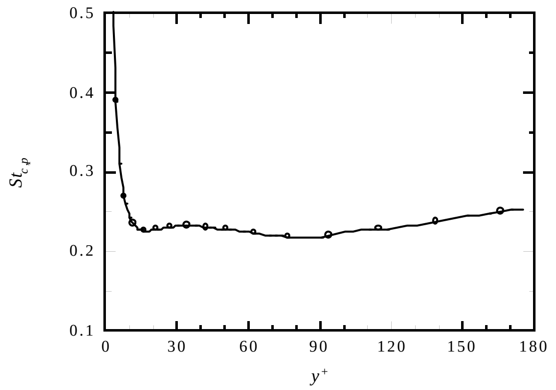

Fig. 7 Preferential Stokes number in the turbulent channel flow.

15 付近で最大となり，壁面から離れるに従い小さくなる．一様等方性乱流の場合と同様に[5]，乱流の coherent 微細渦を Burgers 渦と仮定すると，coherent 微細渦の周囲を旋回する粒子の Stokes 数 $St_{c,p}$ は式(1)により与えられる．この Stokes 数は channel 乱流では図 7 に示すように壁面からの距離の関数として与えられる．図 8 はt_p=0.3，0.9 及び 1.5 の粒子に対して coherent 微細渦に基づく Stokes 数 St_c と上述の微細渦周囲での旋回条件により導かれる Stokes 数 $St_{c,p}$ の比を示している．壁面近くで St_c は非常に小さな値を示すため，粒子は壁面近傍の渦運動に追随することができる．しかし，y^+ =30 程度では，t_p=0.9 と 1.5 の粒子の St_c は $St_{c,p}$ の約 2 から 3 倍となる．したがって，粒子はこの付近で強い旋回運動を有する coherent 微細渦の運動には追随できない．そのため，一度壁面に接近した粒子が流路中心に再び移動することは困難となる．これに対して，流路中心付近に存在する粒子は St_c と $St_{c,p}$ が同程度となるため，coherent 微細渦の運動に追随でき，その周囲に局在することになる．この結果，図 5 に示したように t_p= 0.9 と 1.5 の粒子の数密度は y^+ = 30 付近

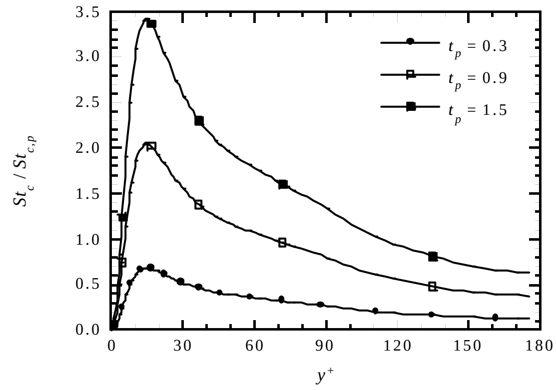

Fig. 8 Ratio of St_c to $St_{c,p}$.

で小さな値を示す．t_p=0.3 の粒子は y^+ =30 程度の領域で $St_{c,p}$ の約 0.6 倍の St_c を持つため，coherent 微細渦の強い旋回運動に追随することが可能であり，それらの周囲に局在する．このため，その領域での数密度は大きく低下しない．

5．結論

Channel 乱流中の粒子分散と微細構造の関係を明らかにするため，100 万個の粒子輸送を伴う channel 乱流の直接数値計算を行い，以下の結論を得た．

一様等方性乱流の場合と同様に，channel 乱流における粒子分散は coherent 微細渦と密接に関連している．壁面近傍の coherent 微細渦の時間スケールは壁面からの距離に依存するため，粒子は coherent 微細渦に基づく Stokes 数に応じた特徴的な空間分布を示す．

参考文献

(1) Tanahashi M. et al., “Identification of coherent fine scale structure in turbulence”, IUTAM Symp. : Simulation and identification of organized structures in turbulence, Kluwer Academic Publishers, (1999), p.131.

(2) Tanahashi M. et al., “Coherent fine structure in temporally developing turbulent mixing layers”, Turbulence, Heat and Mass Transfer, **2**(1997), pp.461-470.

(3) 店橋・ダス・小路・宮内，”チャネル乱流のコヒーレント微細構造”，日本機械学会論文集(B 編) **65**-638 (1999), pp. 3244-3251.

(4) 店橋・辻本・カリム・藤村・宮内，”MHD 一様乱流の非等方化機構(第一報)”，日本機械学会論文集(B 編) **65**-640 (1999), pp.3884-3890.

(5) Tanahashi M. et al., “Particle dispersion and coherent fine scale eddies in homogeneous isotropic turbulence”, Proc. 4th JSME-KSME Thermal Eng. Conf., **2**(2000), pp. 443-448.

(6) 店橋・塩川・宮内，”平行平板間乱流における微細渦と乱流構造”，第 13 回数値流体力学シンポジウム，(1999), B01-3.