LES 計算における数値不安定とその対策

Treatment of numerical instability in practical LES

谷口伸行，東大情報基盤センタ，〒113-8658 東京文京区弥生 2-11-16, E-mail: taniguchi@cc.u-tokyo.ac.jp
TANIGUCH Nobuyuki, Information technology center, University of Tokyo, 2-11-16 Yayoi Bunkyo-Ku, Tokyo

Numerical instability due to a lack of grid resolution is difficult to avoid in practical applications of LES, especially on the wall boundary of high Reynolds number flows, where upwind schemes and explicit filters are often applied for suppressing such a problem. But these ad hoc treatments may sometimes lead serious numerical errors to predict incorrect solution even globally and statistically. This study proofs the affects of these treatment with a simplified object of channel flow LES and searches a method to minimize and localize them. A contribution of dynamic SGS model to these solutions are also investigated.

１．乱流LESにおける風上差分の効用

乱流を一般的に数値シミュレーションで扱おうとすると、流れの基礎方程式－Navier-Stokes 方程式－に基づいた直接計算(DNS)にかかる期待は大きい。しかし、工学設計が必要としている流れに関する情報―主に統計平均的な特性や特定の周波数応答―に対して DNS の扱う自由度はあまりにも大きすぎ、将来コンピュータ性能の飛躍的な向上を見たとしても、何らかの近似モデルが有用であることは間違いない。ラージ・エディ・シミュレーション(LES)は、現在のところ、乱流 DNS の最も有力な近似モデルと考えられている。この観点から、LES モデリング、すなわち、サブグリッド(SGS)乱流モデルへの要求は、

・充分な解像度の格子では DNS に収束すること、
・充分高い Re 数において要求される解像度が DNS より低いオーダーであること、

といえる。格子に対する収束が速いほど、Re 数に対する指数が低いほど優れたモデルと評価できる。

乱流 LES を現在提案されている SGS モデルに忠実に解析を行うと DNS の1/10 程度の計算負荷を要する。これは、DNS に対して十分小さいが、工学応用として高Re数への展開を考えるとまだ過大である。例として、角柱後流れのＬＥＳでは壁境界に壁法則を用いて Re=20,000 程度の流れにも妥当な結果が得られているが [1]、このとき角柱前縁の角点は数値不安定の原因となり過大な格子解像度か、もしくは、人工的な安定化スキーム（＝数値散逸）を必要とする。後者は、しばしば、瞬時場では本来の SGS モデルの散逸を超え [1]、統計平均解にも影響を与える [2] ことが指摘されている。

一方、高Re数の実用解析ではSGSモデルに換えて風上差分を導入した解析モデルにより物理的に妥当な解が得られているケースも報告されている。また、圧縮性流や混相流などの不連続性を内包する問題への展開を考えると、安定化スキームを全く排除することは実際的ではない。これを、LES モデルとみなして解像度の低い場合における補完的な解析モデルとして適用するためには、先に述べた観点から優れるとはいえずとも、少なくともその特性を明らかにしておくことが必要といえる。

２．数値不安定の抑制と乱流変動予測への影響

非圧縮性乱流の LES では格子解像度より小さな変動が SGS モデルの散逸効果により除去されることによって数値不安定は排除されている. しかし、壁面などの境界条件で不連続な解が与えられると、ギブス不安定による数値振動が解析領域に伝播する。この影響をみるため、発達したチャンネル乱流の LES 解に格子サイズの物体を模擬した速度固定点（trapping point）を挿入して数値振動の影響範囲を調べた.

固定点周囲（特に前端）の速度急変は解像されないので、2 次中心差分では、当然ながら、固定点から上流へ向かい数値不安定が伝播し、壁方向速度成分ｖに非物理的数値な振動解を生じる。誘起される速度強度は物理的な乱流変動より大きいが、その影響は短い経過時間のうちは局在し、振動が到達していない領域では固定点を挿入しない参照解とほとんど変わらない。また、スパン方向成分 w には数値振動がほとんど生じないことからも圧力方程式を介した数値振動とは区別される。

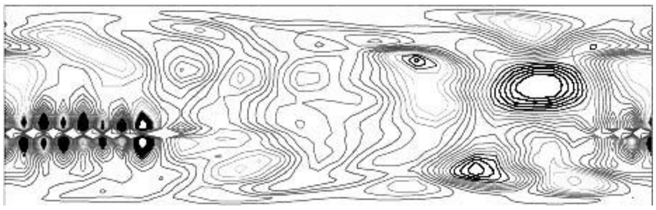

Fig Instantaneous section profiles of velocity component v (2nd central with trapping)

対流項に 2 次精度風上スキームである QUICK を用いるとこの数値振動はほぼ解消されるが、固定点後流だけでなく流路全域にわたって中心差分解との違いが見られ、この違いは固定点なしの流れに QUICK を導入した場合にもほぼ同様に再現される。朴ら [2] はチャンネル内の立方体障害物後流では風上差分(QUICK)による解が統計平均的にも誤差を生じることを報告している。今回の解析では、瞬時速度場の比較から QUICK を課した場合には全領域にわたって v 成分の移流が遅れていることがわかる。これは、速度変動の高波数域が過大散逸しているだけでなく、低波数域にも位相誤差が現れていることを示す。

毎時間ステップに固定点近傍の速度分布に格子サイズ相当の空間フィルターをかけて解の不連続性を緩和すると数値振動の振幅は弱められるが、伝播範囲にはほとんど違いは生じない。同様の効果は、QUICK を固定点上流（点線領域）に限定して課した場合にも得られる。空間フィルターを課したケースは境界形状をスムーズにしたとも理解され、大局的流れはフィルターを課さない場合と変わらないが後流域が若干広がった解を与える。これについては、局所的に QUICK を課した方が影響が小さいように見える。また、高次フィルターを課した流れ場は連続の式を満足しないため、その緩和のために余分な計算負荷と数値誤差を生じ得ることも指摘される。

さらに、ダイナミックモデルは上記の数値振動解にも反応して障害物上流域に Cs 値に大きな値を与え、数値振動を若干抑制する。この解に物理的な意味付けを見出すことは困難であるが、振動解が伝播する領域を特定する指標としては有望と思われる。

1) Kogaki et.al. (1997) Fluid Dynamic Research 20, 11-24
2) Park et.al.(1997) Proc.ICFE JSME Centennial Grand

Copyright © 2000 by JSCFD

Congress, 1277-1282

Copyright © 2000 by JSCFD