翼形まわりの遷音速乱流の LES

Large Eddy Simulation of Transonic Turbulent Flow around Airfoil

○ 中森 一郎，東北大流体研, 〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, nakamori@ifs.tohoku.ac.jp
井小萩 利明，東北大流体研, 〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, ikohagi@ifs.tohoku.ac.jp
Ichiro Nakamori, Institute of Fluid Science, Tohoku University, 2-1-1 Katahira, Aoba-ku Sendai, Japan
Toshiaki Ikohagi, Institute of Fluid Science, Tohoku University, 2-1-1 Katahira, Aoba-ku Sendai, Japan

In this study, large eddy simulation (LES) of transonic flow around the NACA0012 airfoil is performed accounting for the Leonard term at the free stream Mach number of 0.8, the Reynolds number of 9×10^6 and the angle of attack of 2.26 degrees. An upwind finite volume formulation with hybridization of third–order scheme with appropriate fourth derivative dissipation and flux-limited fifth–order scheme in space is used for the discretization of compressible Navier–Stokes equations. To improve the computational efficiency, zonal embedded mesh with finer grid near the wall is applied to the present LES analysis. In the case represented here, an increase in friction due to the transition near the leading edge is simulated. Also, it is shown that the statistical values in the turbulent boundary layer with shock/turbulent interaction can be estimated.

1. はじめに

本研究では，Large Eddy Simulation (LES) を遷音速翼 (NACA0012 翼型) まわりの乱流場（一様流 Mach 数 $M_\infty = 0.8$，コード長基準 Reynolds 数 $Re_\infty = 9\times10^6$，迎角 α=2.26°）に適用し，乱流遷移と乱れの構造および衝撃波との干渉下にある乱流境界層の特性を解明することを目的とする。具体的には，翼前縁近傍において遷移過程を捉えられるかどうかを確認し，乱れの統計量について定性的な特性を明らかにする。

一般に，衝撃波捕獲スキームの数値粘性によるエネルギー散逸は，Subgrid-Scale（SGS）モデルの担うべき散逸と比べて過大である。そこで，散逸型 SGS モデルは使用せず，SGS 散逸を妥当な大きさの 4 階の数値粘性項で代用した 3 次精度スキームを使用し，大渦同士の干渉効果は曲線座標系で構成したレナード項により取り入れる手法で解析を行なった。なお，衝撃波の計算に対処するために，流束制限を施した 5 次精度風上法を組み合わせることにより対流項を評価した。

2. 計算法

本計算で用いた支配方程式は，3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式に空間フィルタリングを施したものであり，次式で与えられる。

$$\frac{\partial\bar\rho}{\partial t}+\frac{\partial\bar\rho\tilde u_i}{\partial x_i}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\bar\rho\tilde u_i}{\partial t}+\frac{\partial(\bar\rho\tilde u_i\tilde u_j+\delta_{ij}\bar p-\bar\sigma_{ij})}{\partial x_j}=-\frac{\partial\tau_{ij}}{x_j} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\bar e}{\partial t}+\frac{\partial(\bar e+\bar p)\tilde u_j-\bar\sigma_{lj}\tilde u_l+\kappa\frac{\partial\bar T}{\partial x_j}}{\partial x_j}=-\frac{\partial(q_j+d_j)}{x_j} \tag{3}$$

$$\bar p=\bar e-\frac{\bar\rho}{2}\tilde{\boldsymbol u}^2 \tag{4}$$

ここで，$\bar\rho$, $\tilde u_i$, $\bar p$, $\bar e$, $\bar\sigma_{ij}$, τ_{ij}, q_j および d_j はそれぞれ空間平均化された密度，デカルト座標系における速度成分，圧力，単位体積当りの全エネルギー，分子粘性項，SGS 応力，SGS 熱流束および SGS 乱流エネルギー拡散である。分子粘性係数の評価は Sutherland の公式を使用し、熱伝導係数は Prandtl 数一定 (=0.72) のもとに算出した。

有限体積法により上式の対流項を離散化すると次式が得られる

$$\sum_k\left(\mathbf{T}^{-1}fdA\right)_k \tag{5}$$

$\mathbf{T}$ はデカルト座標系から局所直交座標系への回転行列である。また，添え字 k は離散化されたコントロールボリュームの表面を表し，dA は各コントロールボリューム表面の面積を表す。局所直交基底座標系への射影流束 f は次式となる。

$$f=(\bar\rho\tilde u_1',\bar\rho\tilde u_1'\tilde u_1'+\bar p,\bar\rho\tilde u_1'\tilde u_2',\bar\rho\tilde u_1'\tilde u_3',\bar\rho\tilde u_1'h_t)^t \tag{6}$$

局所直交系で定義される速度成分 u_i' は次式で与えられる。

$$u_i'=u_kn_{ik} \tag{7}$$

対流項の高精度化を ξ 方向を例にとって示す。

$$\begin{aligned}\hat f^{(3)}_{i+1/2}&=\frac{1}{12}(-f_{i-1}+7f_i+7f_{i+1}-f_{i+2})\\&+\varepsilon_4(R|\Lambda|)_{i+1/2}(\alpha_{i+3/2}-2\alpha_{1+1/2}+\alpha_{i-1/2})\end{aligned} \tag{8}$$

ここで，ε_4 は人工粘性係数であり，上式は $\varepsilon_4=1/12$ のとき通常の 3 次精度補間式に相当する。本計算ではこの係数をより小さな $\varepsilon_4=1/256$ とした。また，α は特性量の跳躍量であり次式で定義される。

$$\alpha_{i+1/2}=(R^{-1})_{i+1/2}(Q'_{i+1}-Q'_i) \tag{9}$$

ここで，Q'_i は次式で定義される。

$$Q'_i=(\bar\rho,\bar\rho\tilde u_1',\bar\rho\tilde u_2',\bar\rho\tilde u_3',\bar e) \tag{10}$$

また，R と Λ はそれぞれ対角化行列と固有値行列であり，A で表わされる Jacobian 行列と以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial Q'}&=A\\&=R\Lambda R^{-1}\end{aligned} \tag{11}$$

遷音速流れでは衝撃波が現れるため，上記した評価法では対処できない。流束制限を施した対流項の評価方法を以下のように構成する。

$$\begin{aligned}\hat f^{(5)}_{i+1/2}&=\frac12\left(f(Q'^L_{i+1/2})+f(Q'^R_{i+1/2})\right)\\&-\frac12|A(Q'^R_{i+1/2},Q'^L_{i+1/2})|\left(Q'^R_{i+1/2}-Q'^L_{i+1/2}\right)\end{aligned} \tag{12}$$

$Q'^R_{i+1/2}$ と $Q'^L_{i+1/2}$ は以下のように外挿で求めた。

$$
\begin{aligned}
Q'^L_{i+1/2} &= Q'_i + (R)_{i+1/2}(\frac{1}{6}\bar{\alpha}_R^- + \frac{1}{3}\bar{\alpha}_R^+), \\
Q'^R_{i-1/2} &= Q'_i - (R)_{i-1/2}(\frac{1}{6}\bar{\alpha}_L^+ + \frac{1}{3}\bar{\alpha}_L^-)
\end{aligned} \tag{13}
$$

ここで，次の条件，

$$
\frac{|\bar{\rho}_{i+1} - 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}|}{\bar{\rho}_{i+1} + 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}} \geq 0.1 \tag{14}
$$

が成り立つ場合，外挿は以下のように行なった。

$$
\begin{aligned}
\bar{\alpha}_L^+ &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{sgn}(\alpha_{i-1/2} + \mathrm{sgn}(\alpha_{i+1/2})\right) \times \\
&\quad \max[\min(|\alpha_{i-1/2}|, 2|\alpha_{i+1/2}|), \\
&\quad\quad \min(|\alpha_{i+1/2}|, 2|\alpha_{i-1/2}|)], \\
\bar{\alpha}_R^+ &= \bar{\alpha}_R^- = \bar{\alpha}_L^- = \bar{\alpha}_L^+
\end{aligned} \tag{15}
$$

また，次式，

$$
\frac{|\bar{\rho}_{i+1} - 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}|}{\bar{\rho}_{i+1} + 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}} < 0.1 \tag{16}
$$

が成り立つ場合，外挿は以下のように行なった。

$$
\begin{aligned}
\bar{\alpha}_R^- &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^- + \mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^+)\right) \times \\
&\quad \min(|\hat{\alpha}_R^-|, 4|\hat{\alpha}_R^+|), \\
\bar{\alpha}_R^+ &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^+ + \mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^-)\right) \times \\
&\quad \min(|\hat{\alpha}_R^+|, 4|\hat{\alpha}_R^-|) \\
\bar{\alpha}_L^- &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^+ + \mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_R^-)\right) \times \\
&\quad \min(|\hat{\alpha}_R^+|, 4|\hat{\alpha}_R^-|), \\
\bar{\alpha}_L^+ &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_L^- + \mathrm{sgn}(\hat{\alpha}_L^+)\right) \times \\
&\quad \min(|\hat{\alpha}_L^-|, 4|\hat{\alpha}_L^+|), \\
\hat{\alpha}_R^- &= \alpha_{i-1/2} - \frac{1}{5}(\Delta_i{}^+\alpha - \Delta_i{}^-\alpha), \\
\hat{\alpha}_R^+ &= \alpha_{i+1/2} - \frac{3}{20}(\Delta_{i+1}{}^+\alpha - \Delta_i{}^-\alpha), \\
\hat{\alpha}_L^- &= \alpha_{i-1/2} - \frac{1}{5}(\Delta_i{}^+\alpha - \Delta_i{}^-\alpha), \\
\hat{\alpha}_L^+ &= \alpha_{i+1/2} - \frac{3}{20}(\Delta_{i+1}{}^+\alpha - \Delta_i{}^-\alpha), \\
\Delta_i{}^+\alpha &= \alpha_{i+3/2} - \alpha_{i+1/2}, \\
\Delta_i{}^-\alpha &= \alpha_{i+1/2} - \alpha_{i-1/2}
\end{aligned} \tag{17}
$$

5 次精度として扱われる領域が現れる可能性があるのは，(16) 式が成り立つ場合である。流れ場が滑らかな場合には流束制限を外して以下のように数値流束 $\hat{f}_{i+1/2}$ を構成した。

$$
\hat{f}_{i+1/2} = (1-\theta)\hat{f}^{(3)}_{i+1/2} + \theta\hat{f}^{(5)}_{i+1/2} \tag{18}
$$

$$
\theta = \begin{cases} 0, & \text{for } \frac{|\bar{\rho}_{i+1} - 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}|}{\bar{\rho}_{i+1} + 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}} \leq 0.01 \\ 1, & \text{for } \frac{|\bar{\rho}_{i+1} - 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}|}{\bar{\rho}_{i+1} + 2\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}} > 0.01 \end{cases} \tag{19}
$$

本計算において，SGS 項は以下のようにして考慮した。SGS 応力項は次のように分解される。

$$
\tau_{ij} = L^m_{ij} + C^m_{ij} + R^m_{ij} \tag{20}
$$

本計算では，対流項を評価するさいに，数値スキームに含まれる数値粘性項により，SGS 散逸と同等かそれ以上の散逸量が発生することを考慮し，主として SGS 散逸を担うと考えられる SGS Reynolds 応力項 R_{ij} を付加せず，また，クロス項 C_{ij} のモデル化は，計算時間を節約するために行なわなかった。Leonard 項の取り扱いは，一般曲線座標系において以下のように行なった。上記した局所直交座標系において定義される Leonard 項 L'_{km} とデカルト座標系で定義される L_{km} には次の関係式が成り立つ。

$$
L^m_{km} = L^{m\prime}_{ij} n_{ik} n_{jm} \tag{21}
$$

ここで，n_{ik} は i で表わされる $x_i{}'$ の軸と k で表わされる x_k の軸の間の方向余弦である。L'_{ij} は次式で与えられる。

$$
L'_{ij} = \frac{\bar{\rho}}{12}\Delta^{2\prime}_k \frac{\partial \tilde{u}'_i}{\partial x'_k}\frac{\partial \tilde{u}'_j}{\partial x'_k} \tag{22}
$$

本計算では演算量を節約するため，物体近傍において計算格子の直交性がほぼ保たれているものとして L'_{ij} を差分近似し，(21) 式から L_{ij} を計算した。SGS 熱流束項 q_j と SGS 乱流エネルギー拡散項 d_j に関しても同様に計算を行なった。

3. 計算結果

本計算では壁乱流の大渦構造の解像度を維持しながら計算負荷を軽減するため，図 1 に示すように，翼表面近傍に向かって計算格子の再分割を行なった。計算結果から得られた壁面摩擦係数を用いて壁座標に換算した壁面近傍の格子間隔を図 2 に示す。低速ストリークのサイズを予め想定し，Δx^+ は 100〜350，Δy^+ は 1〜3，Δz^+ は 20〜70 と設定した。

図 3 にスパン中心面における瞬時マッハ数分布の可視化結果を示す。負圧面側では超音速域が現れ，乱流境界層と衝撃波が干渉する流れ場になることがわかる。干渉場をシミュレートするには，翼前縁における乱流境界層への遷移をある程度再現しなければならない。図 4 に壁近傍面内における流れ方向速度成分 $\tilde{u}$ の分布を示す。前縁からやや下流 ($x/c \simeq 0.05$) から低速部分が筋状に発達する様子が窺え，これが境界層の 3 次元化により形成されるストリークに対応していると考えられる。3 次元的な乱れを可視化するために，図 5 から図 1 1 に，スパン方向速度成分 $\tilde{w}$ の等値面 ($\tilde{w}/\tilde{c}_\infty = \pm 0.04$) を示す。図 6 または図 9 に示されているように，澱点で微弱な 3 次元化が生じ，ある程度発達する領域を経て 2 次流れを形成すると推測される。図 1 2 に壁面摩擦係数分布を示す。速度場に筋状の領域が認められる地点 ($x/c \simeq 0.05$) から摩擦係数も増加に転じることを確認した。また，図 5 に示されているように，前縁から後流にいくほど 3 次元的構造が大規模になることもわかる。

図 1 3 および図 1 4 に，それぞれ負圧面側と圧力面側における GS 速度場から得られた乱流エネルギーの計算結果を示す。横軸は壁からの距離を表す。翼前縁から後方にかけて乱流エネルギーが増大することがわかる。また，衝撃波の生じない圧力面側に比べると，負圧面側の $x/c \simeq 0.6$ に生じる衝撃波の背後の $x/c = 0.7$ では，境界層内全般にわたり乱流強度が増加することが確認できる。

乱流境界層中の運動エネルギー散逸過程に着目した時，計算結果においてそれがどの程度再現されているかを把握するため，1 次元的なエネルギースペクトル分布について検討した。スペクトルを得るために必要な 2 点相関は，テンソル形を用いて次式で与えられる。

$$
R_{i,j}(r) = < u_i{}''(x) u_j{}''(x+r) > \tag{23}
$$

ここで，< >は時間平均を表す。また，u_i'' は GS の乱れ成分で以下のように近似する。

$$\begin{aligned} u_i''(x) &= u_i - < u_i > \\ &\simeq \tilde{u}_i - < \tilde{u}_i > \end{aligned} \tag{24}$$

エネルギースペクトルは次式で定義される。

$$E_{i,i}(k) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_{i,i}(r)e^{-ikr}dr \tag{25}$$

スパン方向に乱流境界層の性質は等方的であるとし，以下では r をスパン方向にとる。また，$R_{i,i}(k)$ はスパン方向において対称性をもつと仮定し，(25) 式は次式で書き換えられる。

$$E_{i,i}(k) = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty} R_{i,i}(r)\cos(kr)dr \tag{26}$$

図１５および図１６にスパン方向の１次元エネルギースペクトル分布を示す。サンプリングは各 x 座標において，乱流境界層中で乱流強度が最大となる場所で行なった。発達した乱流状態にある観測点（x/c=0.4，0.7）では，高波数領域において 5/3 乗則に近い勾配をもつエネルギーカスケードが得られることを確認した。

4. おわりに

乱流境界層中の逆エネルギーカスケードに代表される局所性を反映させるため，一般座標系における Leonard 項を構成して計算した。また，壁乱流の解像度を維持するため，複数の格子系を接続することで対処した。さらに，翼前縁近傍における乱れの発生およびその発達する過程を捉えるため，スキームの高精度化を行なった。なお，衝撃波捕獲において不具合を生じないようスキームのハイブリッド化を行なった。本解析方法を翼まわりの遷音速乱流場に適用した結果，乱流遷移と衝撃波を含めた乱流場を再現することができた。また，衝撃波との干渉下にある乱流境界層特性について，LES 解析により定性的な推測が可能であることが示された。数値スキームに含まれる人工粘性項の散逸的な効果を SGS スケールモデルとして与えられるべき量との比較検討，および Leonard 項が遷移点で果たす役割については，さらに検討を重ねるべき課題である。

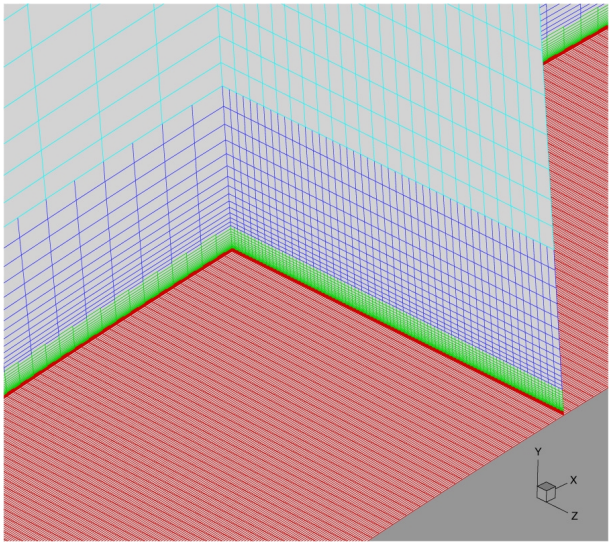

Fig. 1: The zonal embedded mesh with finer grid near the wall and coarser grid in the outer region

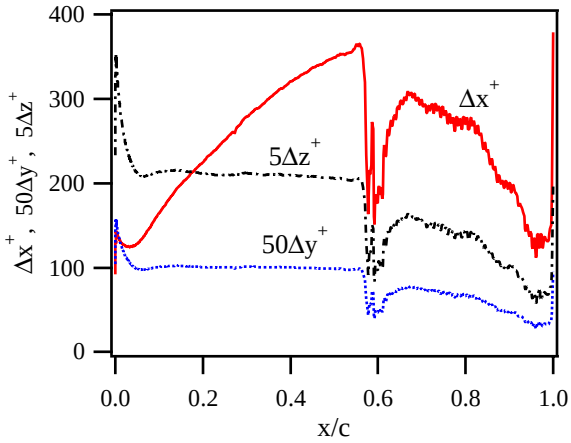

Fig. 2: The size of cell nearest to the wall–boundary in the wall units along the suction side of the airfoil

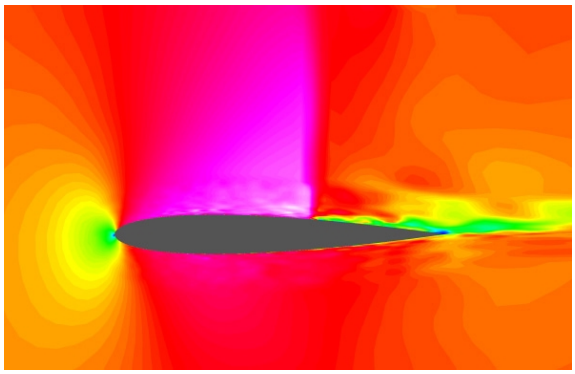

Fig. 3: Side view of instantaneous Mach number contours in the mid–span plane

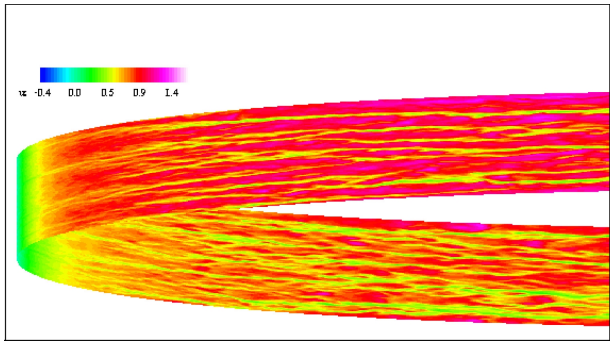

Fig. 4: Streamwize velocity contours near the wall at the leading edge

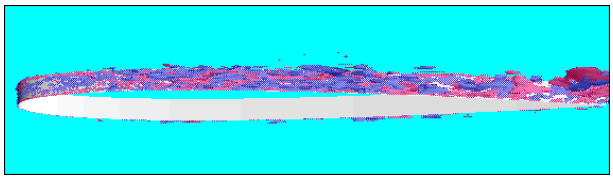

Fig. 5: Isosurfaces of spanwise velocity on the suction side

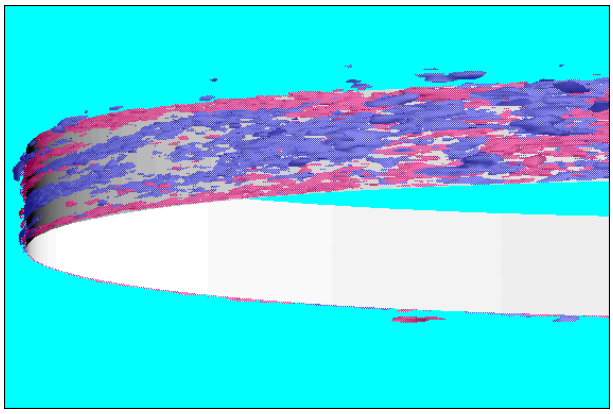

Fig. 6: Isosurfaces of spanwise velocity near the leading edge on the suction side

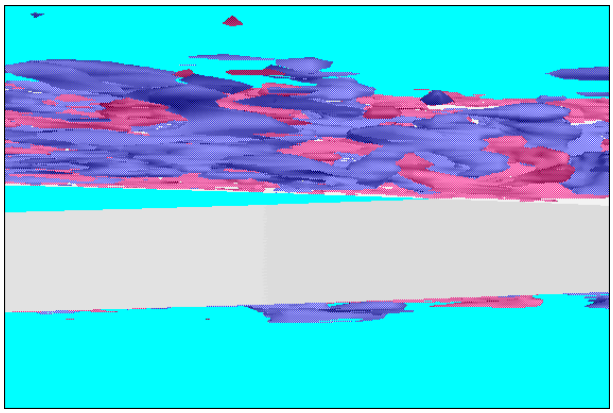

Fig. 7: Isosurfaces of spanwise velocity near the center of the wing chord on the suction side

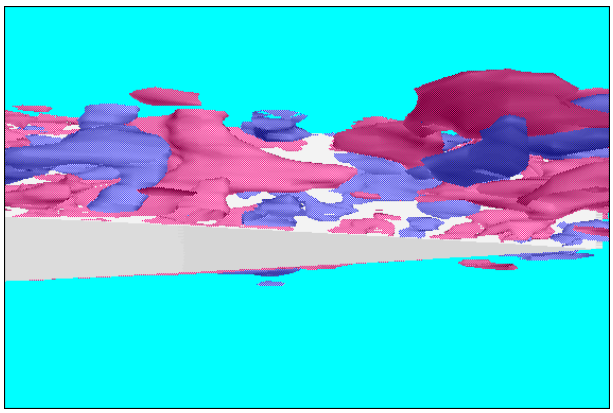

Fig. 8: Isosurfaces of spanwise velocity near the edge of the wing chord on the suction side

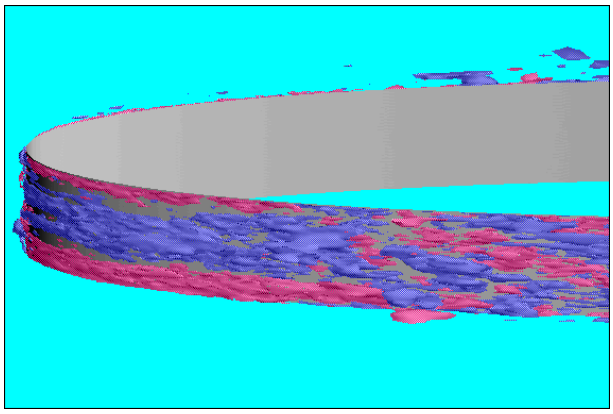

Fig. 9: Isosurfaces of spanwise velocity near the leading edge on the pressure side

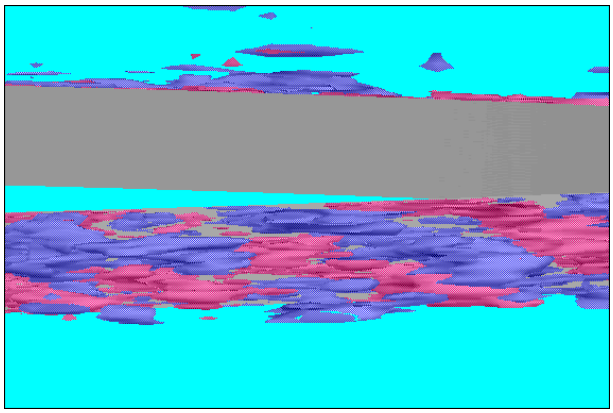

Fig. 10: Isosurfaces of spanwise velocity near the center of the wing chord on the pressure side

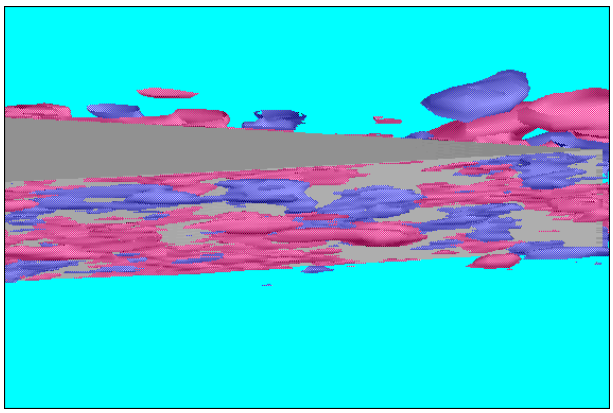

Fig. 11: Isosurfaces of spanwise velocity near the edge of the wing chord on the pressure side

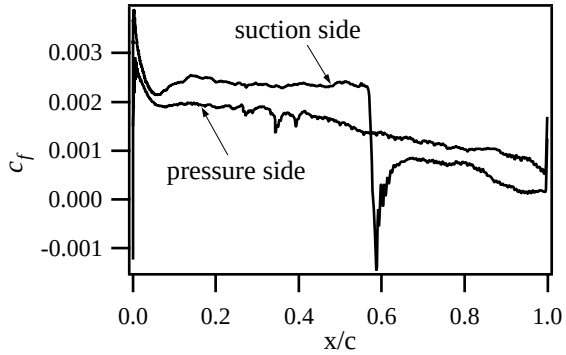

Fig. 12: Friction coefficients on the airfoil

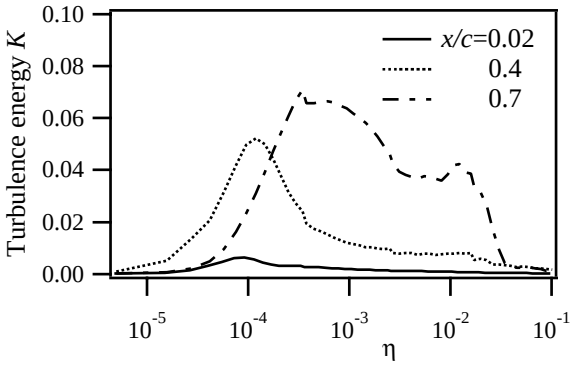

Fig. 13: Turbulence intensities of the velocity on the suction side

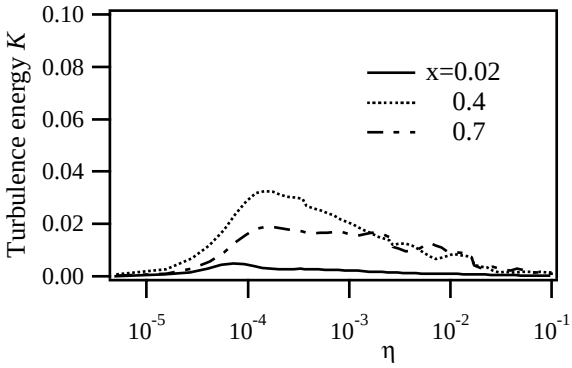

Fig. 14: Turbulence intensities of the velocity on the pressure side

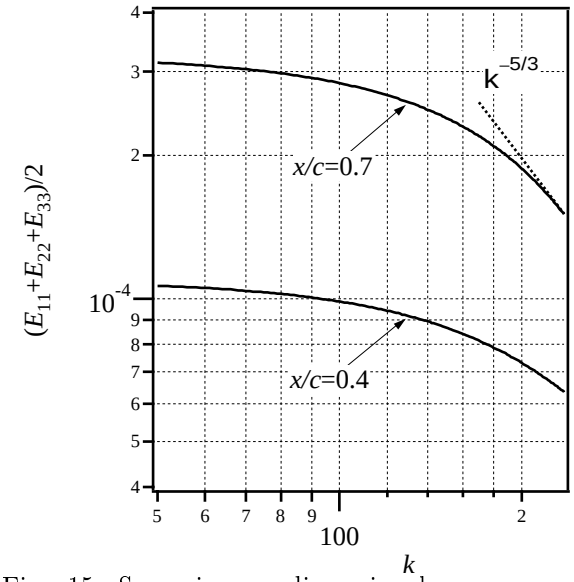

Fig. 15: Spanwise one dimensional energy spectra of the velocity at $\eta/\delta \simeq 0.1$ on the suction side

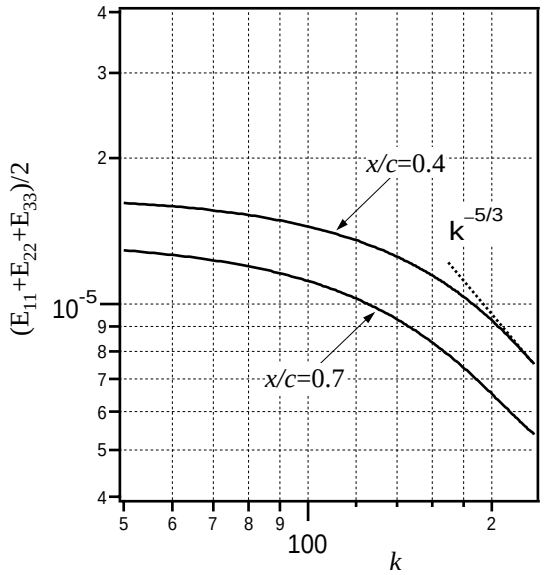

Fig. 16: Spanwise one dimensional energy spectra of the velocity at $\eta/\delta \simeq 0.1$ on the pressure side