

流線の曲がりの影響を受ける乱流場に関する研究

Numerical study of turbulent flows with streamline curvature

- 入門 朋子, 名工大 (院), 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町: irikado@heat.mech.nitech.ac.jp
平松 崇嘉, 名工大 (院), 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町: hiramatu@heat.mech.nitech.ac.jp
服部 博文, 名工大, 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町: hattori@heat.mech.nitech.ac.jp
長野 靖尚, 名工大, 〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町: nagano@heat.mech.nitech.ac.jp

Tomoko IRIKADO, Dept. of Environmental Tech., Graduate School of Eng., Nagoya Inst. of Tech.,
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555, JAPAN

Takayoshi HIRAMATSU, Dept. of Environmental Tech., Graduate School of Eng., Nagoya Inst. of Tech.

Hirofumi HATTORI, Dept. of Mech. Eng., Nagoya Inst. of Tech.

Yasutaka NAGANO, Dept. of Environmental Tech., Graduate School of Eng., Nagoya Inst. of Tech.

Predictions of flows over a curved surface are important in many engineering applications, e.g. flows in most turbomachinery and atmospheric flows over the complex topography of terrain. It is known that a mild streamline curvature affects the behavior of a turbulent flow. The wall-normal Reynolds stress component plays an important role near the wall. Thus, this exerts a great influence on the momentum, heat and mass transfer. However, the nonlinear $k-\varepsilon$ model often used in engineering applications cannot satisfy the wall-limiting behavior of the wall-normal Reynolds stress component. In this study, we propose an improvement of the Low-Reynolds-Number $k-\varepsilon$ (LRN) turbulence model so as to reproduce exactly the wall-limiting behavior of turbulence quantities. The proposed model is evaluated with the relevant experimental data.

1. 緒言

流線の曲りを伴う流れ場は、ターボ機器内の流れや複雑な地形を越える風の予測など工学的に重要な流れ場である。緩やかな流線の曲がりは乱流に大きく影響する。壁近くで垂直方向レイノルズ応力成分は、レイノルズせん断力や乱流熱流束の予測に非常に重要であり、運動量や熱などの輸送に大きく影響する。しかしながら、既存の非線形 $k-\varepsilon$ モデルは各レイノルズ応力の分配と垂直方向レイノルズ応力成分の漸近挙動を満たしていない。そこで、非線形モデルをベースとし、これらの条件を満たすモデルを提案し、その性能を検討した。

2. 問題点

まず、線形 $k-\varepsilon$ モデル¹、非線形 $k-\varepsilon$ モデル²を用いて流線が曲りの影響を受ける緩やかな凸面壁に沿う乱流境界層³を解析した。曲りの影響は流れの収縮によりレイノルズ応力成分差を伴う歪み速度に表れる。例えば二次元流れでは、乱流エネルギー k 方程式の生成項 P_k に、以下のように表れる。

$$\begin{aligned} P_k &= -\overline{uv} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} - (\overline{u^2} - \overline{v^2}) \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \\ &= -\overline{uv} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} - \overline{u^2} \left(1 - \frac{\overline{v^2}}{\overline{u^2}}\right) \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \end{aligned} \quad (1)$$

これから、乱れの生成の予測にはレイノルズ応力成分の比を予測することが非常に重要である。図 1 から、レイノルズ応力成分比 $\overline{v^2}/\overline{u^2}$ は線形モデルでは実験結果と一致しない。非線形モデルでは定性的には予測するが、壁に近づくにしたがって違いが大きくなり、壁面上では厳密には零になるべきものが、線形モデルと同様にレイノルズ応力成分比は 1 になる。この原因としては、既存のモデルが各レイノルズ応力成分の分配と壁面漸近挙動が十分に満たされていないためであると考えられる。

3. 改良非線形モデル

Abe-Kondoh-Nagano らによる非線形 $k-\varepsilon$ モデル⁴のレイノルズ応力成分 $\overline{u_i u_j}$ は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ &+ \frac{1}{f_R} \left[-2\nu_t S_{ij} - 4C_D \frac{\nu_t^2}{k} (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}) \right. \\ &\left. + 4C_D \frac{\nu_t^2}{k} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{mn} S_{mn} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

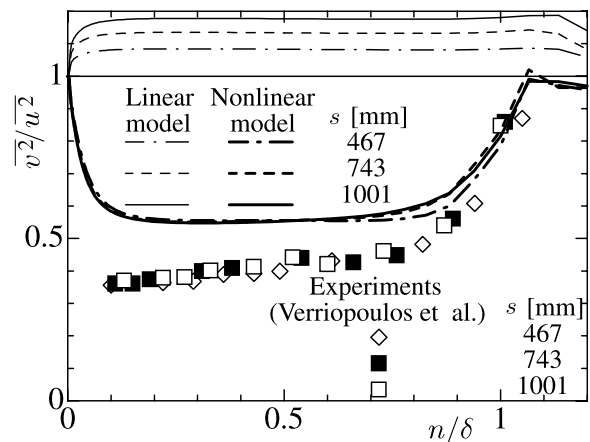


Fig. 1: Profiles of ratio of $\overline{v^2}$ to $\overline{u^2}$ in curved flow

$$f_R = 1 + \left(\frac{C_D \nu_t}{k} \right)^2 \left[\frac{22}{3} \Omega^2 + \frac{2}{3} (\Omega^2 - S^2) f_B \right] \quad (4)$$

$$f_B = 1 + C_\eta \left(\frac{C_D \nu_t}{k} \right)^2 (\Omega^2 - S^2) \quad (5)$$

$$f_\mu = [1 - f_w(26)] \times \{1 + (35/R_t^{3/4}) \exp[-(R_t/30)^{3/4}]\} \quad (6)$$

ここで、壁面影響関数 f_w は $f_w(\xi) = \exp[-(y^*/\xi)^2]$ であり壁面上で最大値1を持ち、壁から離れると急激に0に近づく関数であり、 $y^* = y/(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ である。モデル定数は $C_\mu = 0.12$, $C_D = 0.8$, $C_\eta = 5.0$ である。

非線型モデルは低レイノルズ数効果が適切に反映されていないため、レイノルズ応力成分の分配に対して弱くなっている。また、漸近挙動が十分満たされていない。乱流諸量の壁面漸近挙動は、各成分を壁面垂直方向 y を用いて壁面上でテイラー展開することにより分かる。これから、このレイノルズ応力表現では $\overline{u^2}$ と $\overline{w^2}$ は y^2 に比例するという壁面漸近挙動を満たすが、壁面垂直方向のレイノルズ応力成分 $\overline{v^2}$ は、 y^4 に比例するという漸近挙動を満たしていないということが分かる。

そこで、壁面漸近挙動を満たすため、次式のような壁面の影響を考慮した項 A_{ij} を付加する。

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ &+ \frac{1}{f_R} \left[2\nu_t S_{ij} + 4C_D \frac{\nu_t^2}{k} (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}) \right. \\ &\quad \left. - 4C_D \frac{\nu_t^2}{k} (S_{ik} S_{kj} - S_{mn} S_{mn} \delta_{ij}/3) \right] \\ &+ A_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

この付加項はさらに、トレースレス条件、エネルギーの分配も考慮しなければならない。そこで本研究では次のようにモデル化した。

$$A_{ii} = \frac{2}{3} k \times \begin{cases} \alpha f_w & (i = j = 1) \\ -f_w & (i = j = 2) \\ (1 - \alpha) f_w & (i = j = 3) \end{cases} \quad (8)$$

ここで α はレイノルズ応力成分への分配を考慮した定数である。式(8)を一般テンソル形式で記述すると以下のようになる。

$$A_{ij} = \frac{2}{3} k [-\delta_{ij} + \delta_{i(\ell)} \delta_{j(\ell)} + 2\delta_{i(m)} \delta_{j(m)} + \alpha (\delta_{i(\ell)} \delta_{j(\ell)} - \delta_{i(m)} \delta_{j(m)})] \quad (9)$$

ここで、添え字の ℓ, m は、それぞれ流れ方向、スパン方向を表す。式(8)中では $\alpha = 1.7$, f_w は $\xi =$

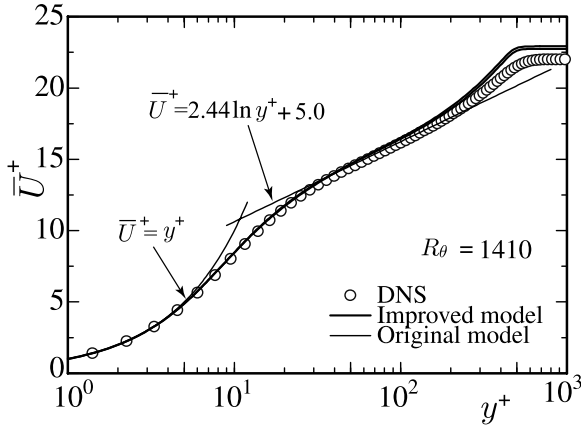


Fig. 2: Mean velocity profiles in a boundary layer

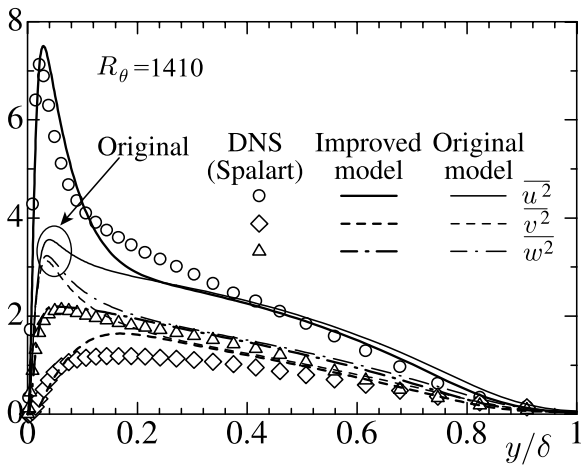


Fig. 3: Profiles of Reynolds stress components in a boundary layer

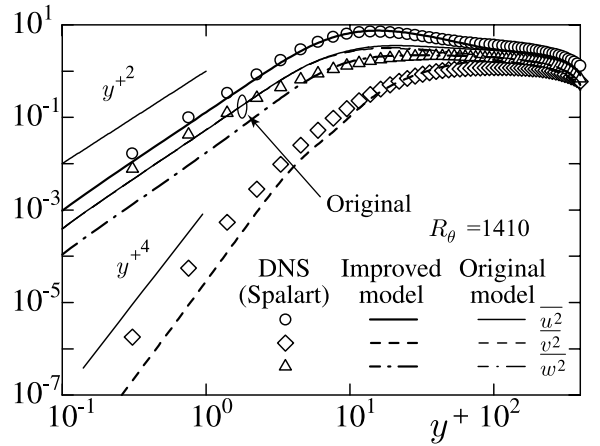


Fig. 4: Near-wall profiles of Reynolds stress components in a boundary layer

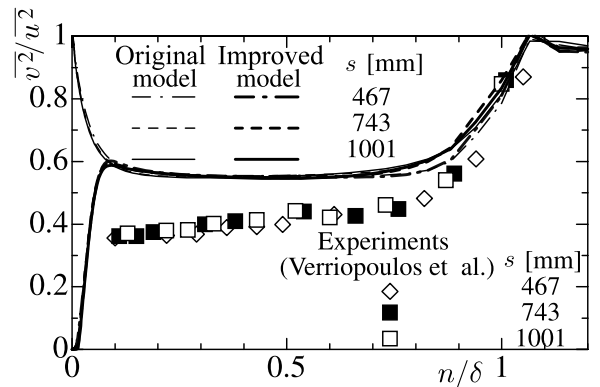


Fig. 5: Profiles of ratio of $\overline{v^2}$ to $\overline{u^2}$ in curved flow

$22 [f_w(22) = \exp\{-(y^*/22)^2\}]$ である。計算は安定性を考慮し ε を使用したモデル²とし、モデル関数およびモデル定数は、 $f_{t1} = 1 + 5.2f_w(5)$, $f_{t2} = 1 + 10.0f_w(5)$, $E = 0.18f_w(28)\nu \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_l u_k} \overline{U_{i,jl}} \overline{U_{i,jk}}$ とした。

4. 計算結果

新たに提案したモデルを境界層流れに適用した場合を図 2～4 に示す。 $R_\theta = 1410$ の Spalart による DNS の結果と比較した。対数速度分布は元のモデルと同様に、DNS の値と一致している。図 3 から元のモデルと比較すると、改良前のレイノルズ応力成分はほとんど分配されておらず、 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ は、ほぼ同じ値である。しかし、改良されたモデルはレイノルズ応力の分配を非常に良く予測している。また、壁近傍の分布を図 4 に示した。元のモデルではすべての成分が y^2 に漸近し、その分布も壁の極近傍では一本の線に重なっているが、改良されたモデルでは、 $\overline{u^2}$, $\overline{w^2} \propto y^2$, $\overline{v^2} \propto y^4$ となる漸近挙動が表されている。

改良したモデルを緩やかな凸面壁に沿う乱流境界層に適用した計算結果を図 5 に示した。今までの非線形モデルでは壁近くで $\overline{v^2}$, $\overline{u^2}$ とともに y^2 に漸近していたため、 $\overline{v^2}/\overline{u^2}$ は 1 に漸近していたが、改良したモデルではレイノルズ応力成分の $\overline{v^2}/\overline{u^2}$ が零に漸近している。

5. 結言

改良したモデルは、レイノルズ応力成分の分配と漸近挙動が良く表されていることから、曲りの影響を伴う流れの予測精度が向上したといえる。

本研究の一部は（財）日本気象協会受託研究「離島用風力発電システム等技術開発局所的風況予測モデルの開発における乱流モデル開発」の援助を受けた。

参考文献

1. K. Abe, T. Kondoh and Y. Nagano, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **37** (1994), 139.
2. Y. Nagano, H. Hattori and K. Abe, *Fluid Dynamics Research*, **20** (1997), 127.
3. C. A. Verriopoulos, *Ph.D. Thesis*, Imperial College (1983).
4. K. Abe, T. Kondoh and Y. Nagano, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **13** (1997), 266.
5. Philippe R. Spalart, *J. Fluid Mech.*, **187** (1988), 61.