３次非線形 K-ε モデルによる周期的擾乱を有するバックステップ流れの数値予測

Numerical Prediction of Backstep Flow with Periodic Perturbation Using a Third-Order Nonlinear K-ε Model

○ 岡本正芳, 静岡大学工学部, 静岡県浜松市城北 3-5-1, E-mail：tmmokam@ipc.shizuoka.ac.jp
島信行，静岡大学工学部, 静岡県浜松市城北 3-5-1, E-mail：tmnshim@ipc.shizuoka.ac.jp
Masayoshi OKAMOTO, Dept. of Mech. Eng., Shizuoka Univ., Hamamatsu, Shizuoka, 432-8561
Nobuyuki SHIMA, Dept. of Mech. Eng., Shizuoka Univ., Hamamatsu, Shizuoka, 432-8561

The flow predicted is a backward-facing step flow with the periodic injection and suction from the step edge. In this flow the unstationary effect is important and the reattachment length decreases by the external perturbation. A third-order nonlinear K-ε model proposed by the authors is applied to the flow. The present model predicts the reduction of the reattachment length qualitatively and reproduces the profiles of the mean velocity and the Reynolds shear stress at the perturbed case.

1. 緒言

本研究ではステップ頂角からの周期的吹出吸込による擾乱が存在するバックステップ乱流を取り上げる。この流れは剥離により形成される再循環領域が擾乱により時間的に変化し、再付着距離が擾乱がないバックステップ乱流に比べて短くなるという特徴を持っている。この事実は Chun-Sung(1) と Yoshioka-Obi-Masuda(2) により実験的に確認されている。この流れ場は非定常効果と剥離乱流という２つの重要な要素を含んでいる。乱流モデルにとって非等方効果、回転・曲率効果等と同様に、これらの効果を適切に再現できるかどうかは非常に重要な課題である。そこで本研究では著者らにより提案されている壁面距離を含まない低レイノルズ数型モデルである３次非線形 K-ε モデル (3) をこの流れに適用して、その予測性能を検証する。

2. 乱流モデルと計算法

著者らにより提案されている３次非線形 K-ε モデルのレイノルズ応力に対する非線形渦粘性表現は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
R_{ij} = & -\frac{2}{3}K\delta_{ij} + C_1^f \frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}} f_{SW} f_{LR1} S_{ij} \\
& + C_1^s \frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2} f_{SW}^2 f_{LR2} \left(S_{ia}S_{aj}\right)^* \\
& + C_2^s \frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2} f_{SW}^2 f_{LR2} \left(S_{ia}W_{aj} + S_{ja}W_{ai}\right) \\
& + C_1^t \frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3} f_{SW}^3 f_{LR3} \left(S_{ia}S_{ab}S_{bj}\right)^* \\
& + C_2^t \frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3} f_{SW}^3 f_{LR3} \left(S_{ia}S_{ab}W_{bj} + S_{ja}S_{ab}W_{bi}\right) \\
& + C_3^t \frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3} f_{SW}^3 f_{LR3} \left(S_{ia}W_{ab}W_{bj} + S_{ja}W_{ab}W_{bi}\right)^* \\
& + C_4^t \frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3} f_{SW}^3 f_{LR3} \left(W_{ia}S_{ab}W_{bj}\right)^* \qquad (1)
\end{aligned}
$$

ここで S_{ij} は歪テンソル、W_{ij} は渦度テンソル、$\tilde{\varepsilon}$ は等方散逸率である。モデル関数はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
f_{SW}^{-1} = & \ 1 + C_{SS} S_{ab} S_{ab} \frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}^2} f_{LR1} \\
& + C_{WW} W_{ab} W_{ab} \frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}^2} f_{LR1} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_{LR1} = & \ 1 - 0.97 \exp(-R_T/160) \\
& - 0.0045 R_T \exp(-R_T^3/200^3) \qquad (3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_{LR2} = & \ 1 - 0.90 \exp(-R_T/160) \\
& - 0.0045 R_T \exp(-R_T^3/200^3) \qquad (4)
\end{aligned}
$$

$$
f_{LR3} = f_{LR2}^3 \qquad (5)
$$

であり、モデル定数は $C_1^f = 0.14$, $C_1^s = -0.009$, $C_2^s = 0.014$, $C_1^t = 0.0021$, $C_2^t = -0.0035$, $C_3^t = 0.0019$, $C_4^t = -0.0033$, $C_{SS} = 0.00825$, $C_{WW} = 0.00175$ である。

乱流エネルギーと等方散逸率の輸送方程式は以下のように表現される。

$$
\begin{aligned}
\frac{DK}{Dt} = & \ P_K - \tilde{\varepsilon} - 2\nu \frac{\partial \sqrt{K}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{K}}{\partial x_j} \\
& + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + C_{DK} \frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}} f_{LR1} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right\} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{D\tilde{\varepsilon}}{Dt} = & \ P_{\varepsilon 1} + P_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 2} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{K} f_{\varepsilon LR} \\
& + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + C_{DE} \frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}} f_{LR1} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right\} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

散逸率方程式中の $P_{\varepsilon 1}$、$P_{\varepsilon 2}$ は次式で表される。

$$P_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1}\frac{\tilde{\varepsilon}}{K}P_K f_{\varepsilon p} \tag{8}$$

$$P_{\varepsilon 2} = C_{\varepsilon 3}C_1^f\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}}f_{SW}f_{LR1}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_m}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_m} \tag{9}$$

モデル関数およびモデル定数は

$$f_{\varepsilon p} = 1 - \min\left(0.15\frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2}f_{LR3}S_{ab}W_{ac}W_{bc}, 0\right) \tag{10}$$

$$f_{\varepsilon LR} = 1 - 0.3\exp(-R_T^2/5.0) \tag{11}$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.40,\ C_{\varepsilon 2} = 1.95,\ C_{\varepsilon 3} = 1.20 \tag{12}$$

$$C_{DK} = 0.09,\ C_{DE} = 0.09 \tag{13}$$

である。

また比較のため壁面距離を用いない低レイノルズ数型線形 K-ε モデルである Launder-Sharma モデル（LS モデル）[4] と Cotton-Kirwin モデル（CK モデル）[5] を用いた計算も実行した。

3. 数値計算法

本計算では有限体積法を基礎とし、対流項の離散化には 2 次精度風上補間である QUICK を使用し、圧力解法には SIMPLE 法を適用した。計算には乱流モデル応用研究会で提供されたスタガード配列の 118 × 100 の不等間隔格子を用いた。計算対象は Yoshioka らの実験で、Fig.1 はその概略図である。実験のレイノルズ数はステップ高さ H と上流部の中心速度 U_c による定義で 3700 であり、比較的低いレイノルズ数の流れである。ステップ頂角の吹出吸込の無次元周波数（ストローハル数 $St = f_{ex}H/U_c$）は 0.00、0.08、0.19、0.30 の 4 ケースの実験結果が提供されている。ステップ上流の流入境界条件としては各モデルによる完全発達チャネル乱流の分布を与え、ステップ頂角からの 45 度の吹出吸込部境界には実験に合わせ次式の条件を設定した。

$$V_{jet} = 0.3U_c \sin\theta \tag{14}$$

ここで $\theta = 2\pi f_{ex}t$ である。乱れの成分は全て 0 とした。時間進行には 1 次精度 Euler 法を用いた。計算の収束性を考慮して時間ステップは $St = 0.08$ では 1 周期の 500 分の 1、その他では 200 分の 1 を採用した。

4. 計算結果

4.1 周期平均量

本研究で計算対象とするステップ頂角からの周期的な吹出吸込という擾乱を伴うバックステップ乱流は非定常な流れ場であるが、各時刻におけるデータが提供されておらず、実験データは吹出吸込の 1 周期に関して平均をとった値のみである。そこでまず周期平均をとった諸量に関して実験との比較を行う。まず Fig.2 に各ストローハル数に対する周期平均をとった再付着距離を示す。St が増加するにつれて再付着距離が短縮していく傾向を全てのモデルがとらえている。特に本モデルと LS モデルは実験が $St = 0.2$ 付近で最小値をとる挙動も再現できている。しかし、どのモデルも $St = 0.00$ の場合で実験の再付着距離を大幅に過大予測している。岡本・加藤・島 [7] は既にレイノルズ数 5540 の Kasagi-Matsunaga[6] の擾乱のないバックステップ乱流に対して予測計算を実行してきた。その際の再付着距離は本モデルが $7.16H$、LS モデルが $6.33H$ であり、今回の計算のような実験との大きなずれは生じていない。ステップ高さと流路幅の比は両実験ともほとんど同じであるが、レイノルズ数は Yoshioka らの実験の方が低い。本計算の再付着距離の過大予測は適用したモデルが低レイノルズ数効果を適切に再現できていないことを意味している。

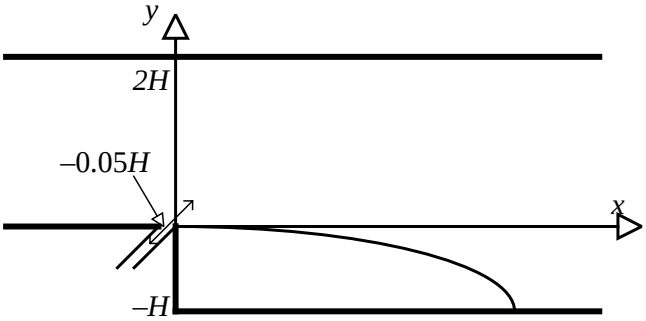


Fig. 1: Flow configuration and coordinate system.

次に平均速度とレイノルズ剪断応力の分布を Fig.3〜6 に示す。Fig.3 と Fig.4 は $St = 0.00$ のケースで、 Fig.5 と Fig.6 は $St = 0.19$ のケースである。Fig.3 の平均速度では $x/H = 2$ ではどのモデルも十分な逆流を再現できていなく、$x/H = 4$ では本モデルが若干逆流を等方モデルに比べて強く予測しているが実験とは大きなずれが生じている。Fig.4 の剪断応力に関しても本モデルは $x/H = 6$ の位置で実験に近い分布を示すが、それ以外の位置では過小予測となっている。一方、擾乱が入った $St = 0.19$ のケースでは平均速度とレイノルズ応力ともに実験に近い予測となっている。この予測の改善は吹き出し吸い込みによる擾乱により乱れ諸量の成長が促進されたことが起因していると考えられる。Fig.7 には $St = 0.19$ での垂直応力の分布を与える。実験は $x/H = 2$ の下部でほぼ等方的な分布を示しているが、モデルはこの分布を再現できてはいない。$x/H = 4$ では非等方モデルである本モデルは実験をよくとらえている。

次に $St = 0.00$ での問題点について考える。計算結果を詳細に調べたところステップ近傍の再循環領域で式（9）で表現される散逸率の 2 次的の生成項 $P_{\varepsilon 2}$ が生成項 $P_{\varepsilon 1}$ に比べて大きな値をとることが判明した。この過大な生成項が散逸率を過大に生成し、乱流エネルギーの成長を抑え、Fig.4 が示すようにレイノルズ剪断応力を小さな値に抑制している。そこで 2 次的生成項を次式のように抑制する。

$$P_{\varepsilon 2}^{new} = \min(0.5P_{\varepsilon 1}, P_{\varepsilon 2}f_{\varepsilon}) \tag{15}$$

$$f_\varepsilon = 1 - \exp(-R_T^2/900) \qquad (16)$$

この修正によるチャネル流等の基本的な流れに対する今までの計算結果に変更はない。十分とはいえないが Fig.2 に示されるように $St = 0.00$ での再付着距離を縮め、Fig.4 のレイノルズ応力の予測に関して改善が見られた。一方、$St = 0.19$ では大きな変化は確認されていない。しかし、$St = 0.00$ で十分な予測性能を得るためにはさらなる改善が必要である。

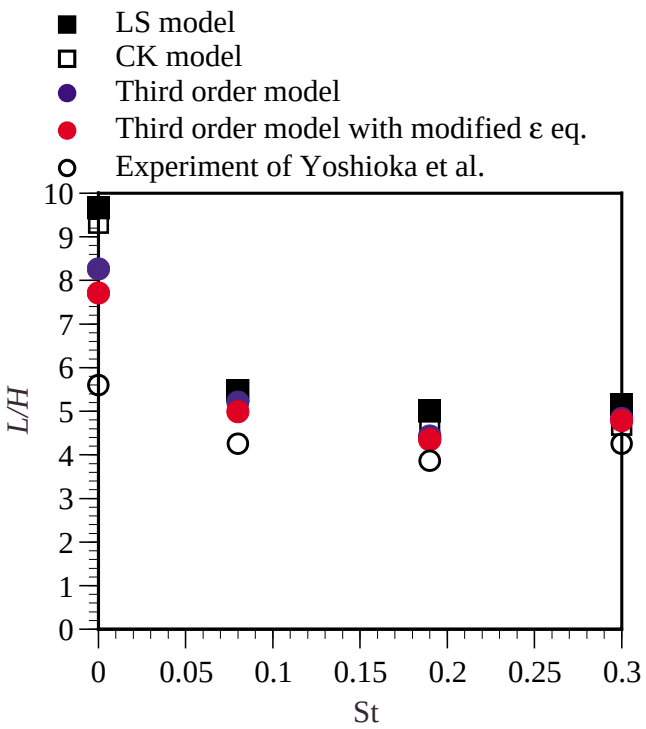


Fig. 2: Reattachment length against Strouhal number.

4.2 時間変化

各時刻に対する実験データは与えられていないが $St = 0.19$ の計算結果を示す。まず Fig.8 で再付着距離の時間変化をみる。前章の周期平均の結果はすべてのモデルで大きな違いは見いだせなかったが、３つのモデルの時間変化の結果はどれも異なり、かなり特徴的な挙動を示している。特に周期平均をとった諸量の分布では LS モデルと CK モデルにはほとんど相違点が確認されなかったが、時間変化に関しては大きな違いが現れている。LS モデルは加えた周期的な擾乱と高い相関を持つ変化を示すのに対して、CK モデルと本モデルは再付着距離の最大値から最小値への変化が急激であった。その急激な変化は CK モデルでは吹出速度の加速中に生じるのに対して、３次モデルでは減速に入ってから起こっている。それぞれのモデルの流線図を Fig.9-11 で与える。吹き出し速度が加速するにつれて再循環渦が下流に移動し、吹き出し速度が減速すると頂角近傍にもう一つの渦が成長し二つの渦構造が出現する。吸い込み速度が加速すると下流に移動した渦は減衰していき、一つの渦構造へと変化していく。この基本的な挙動はどのモデル結果にも表れているが、個別には再付着距離の時間変化同様モデルに依存する結果となった。

5. 結言

本研究では３次非線形 K-ε モデルを用いて周期的な吹き出し吸い込みによる擾乱を有するバックステップ乱流の数値予測を実行した。モデルはストローハル数に対する再付着距離の減少をとらえることができた。$St = 0.00$ のケースでは本モデルの予測能力には改善の余地があるが、散逸率方程式の２次的な生成項を抑制することで若干修正が確認された。擾乱の入ったケースでは周期平均をとった諸量の分布を再現できた。時間変化に関しては計算に使用した３種類のモデルはどれも異なる予測結果を与えた。今後は時間変化に関しても詳細に研究する必要があると考えられる。

参考文献

1. Chun, K.B. and Sung, H.J., “Control of Turbulent Separated Flow Over a Backward-facing Step by Local Forcing,” Experiments in Fluids, **21**, (1996), pp. 417-426.

2. Yoshioka, S., Obi, S. and Masuda, S., “Role of the vertex motion in the periodically perturbed turbulent flow over the backward-facing step,” Proc. 4th KSME Fluids Eng. Conf., (1998), pp. 585-588.

3. Okamoto, M. and Shima, N., “A Nonlinear K-ε Model with a Third-Order Eddy-Viscosity Representation,” Proc. 3rd Int.Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer, (2000), pp. 389-396.

4. Launder, B.E. and Sharma, B.I., “Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc,” Lett. Heat Transfer, **1**, (1974), pp.131-138.

5. Cotton, M.A. and Kirwin, P.J.,“A variant of the low-Reynolds-number two-equation turbulence model applied to variable property mixed convection flows,” Int. J. Heat Fluid Flow, **16**, (1995), pp.486-492.

6. Kasagi, N. and Matsunaga, A.,“Three-dimensional particle-tracking velocimetry measurement of turbulence statistics and energy budget in a backward-facing step flow,” Int. J. Heat Fluid Flow, **16**, (1995), pp.477-485.

7. 岡本, 加藤, 島, “３次非線形 K-ε モデルによるバックステップ流れの数値予測,” 日本流体力学会年会 2000 講演論文集, (2000), pp. 293-294.

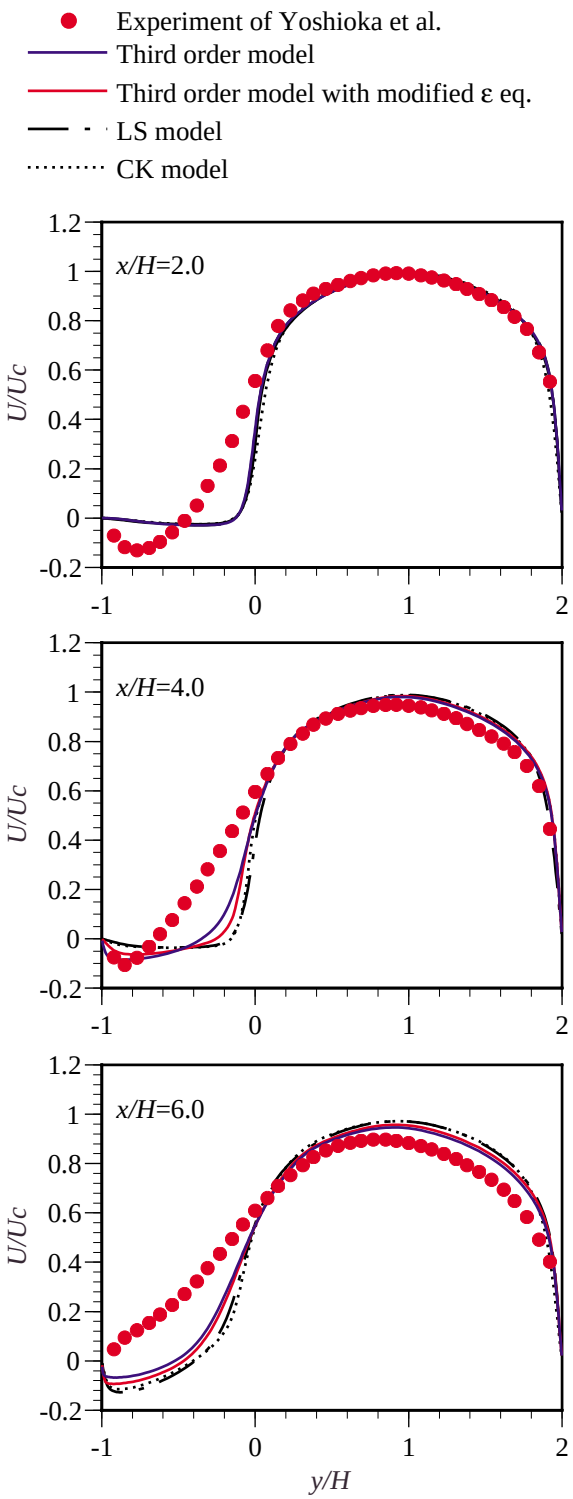


Fig. 3: Mean velocity profiles at St=0.00.

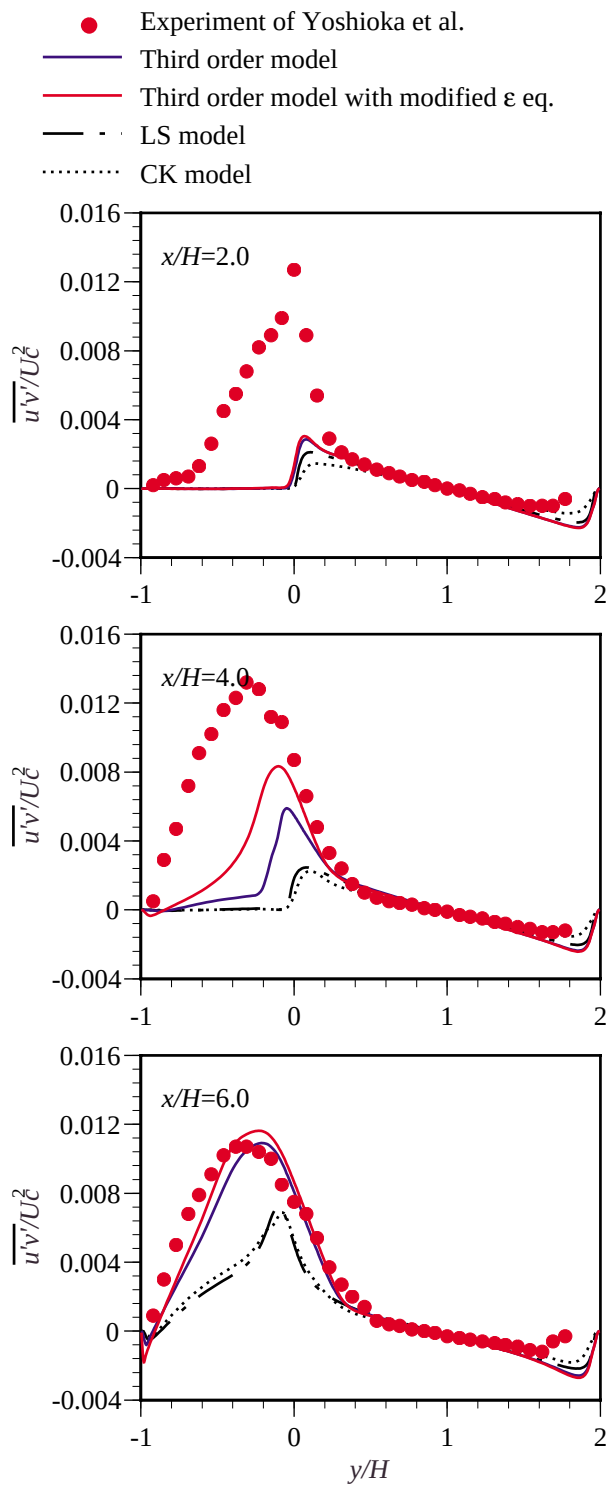


Fig. 4: Shear stress profiles at St=0.00.

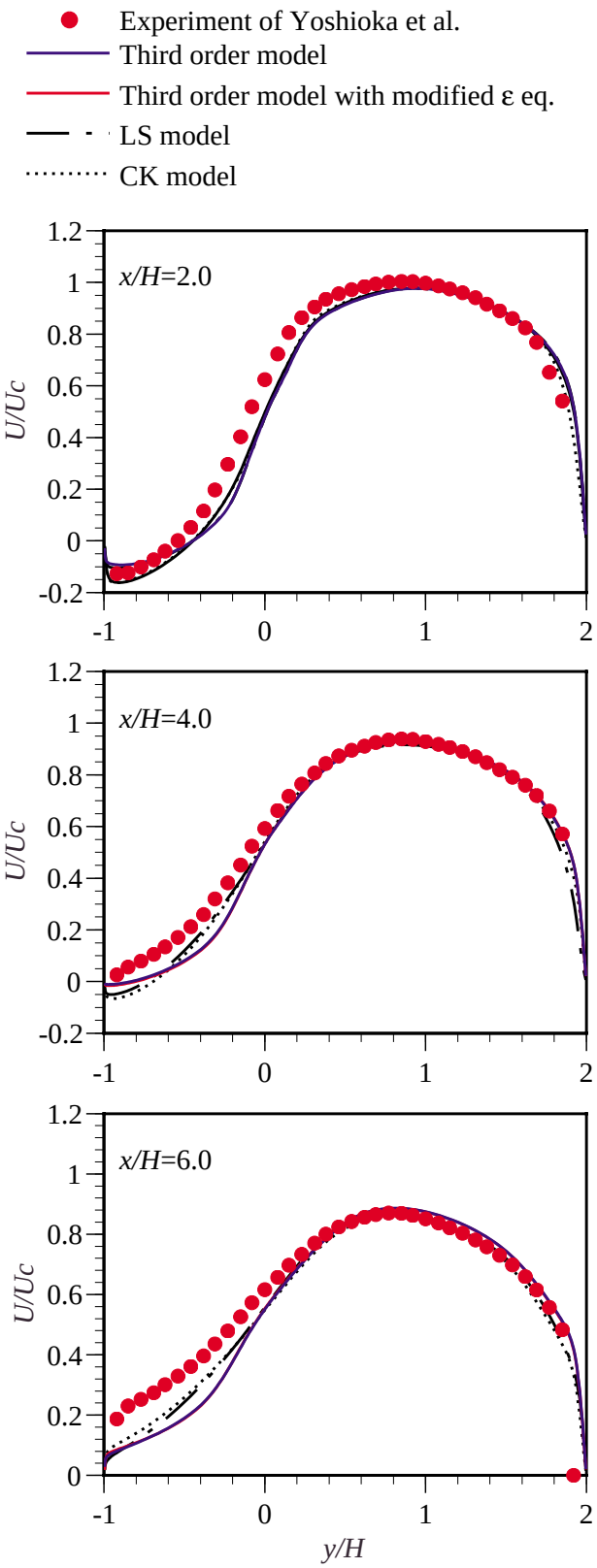


Fig. 5: Mean velocity profiles at St=0.19.

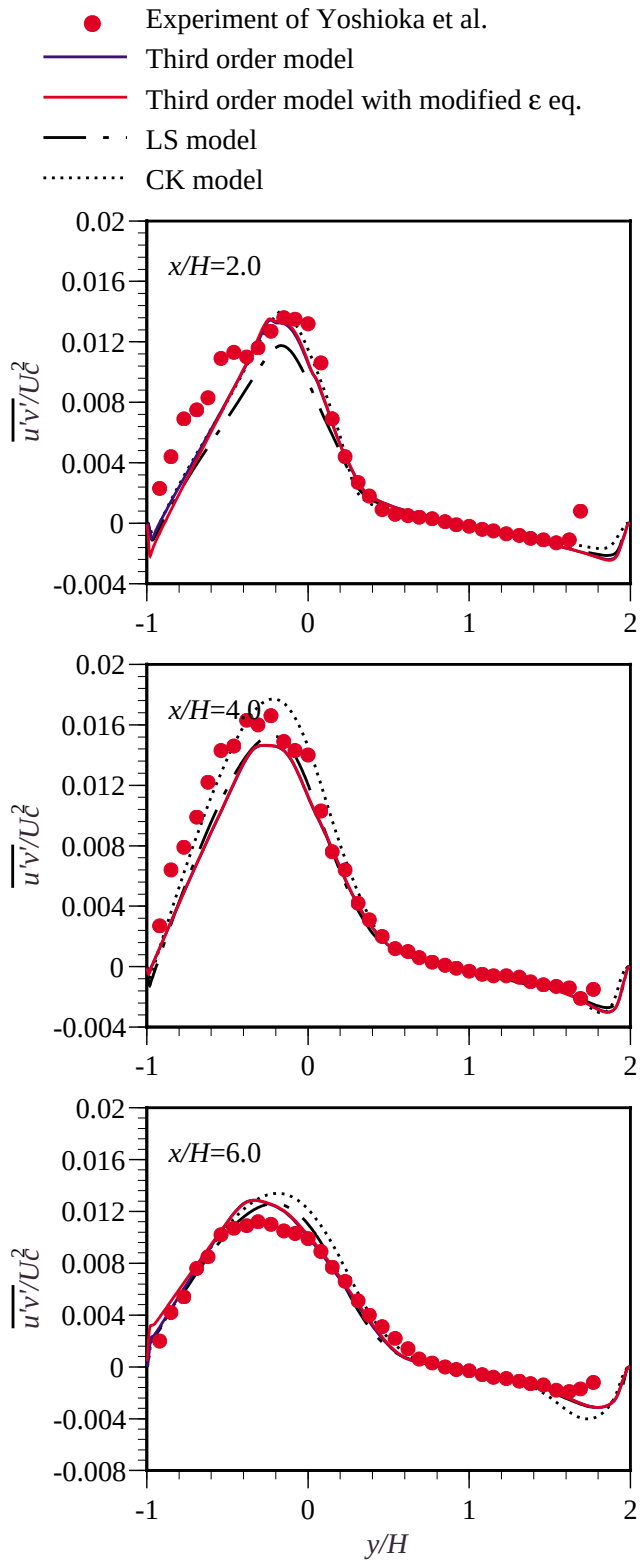


Fig. 6: Shear stress profiles at St=0.19.

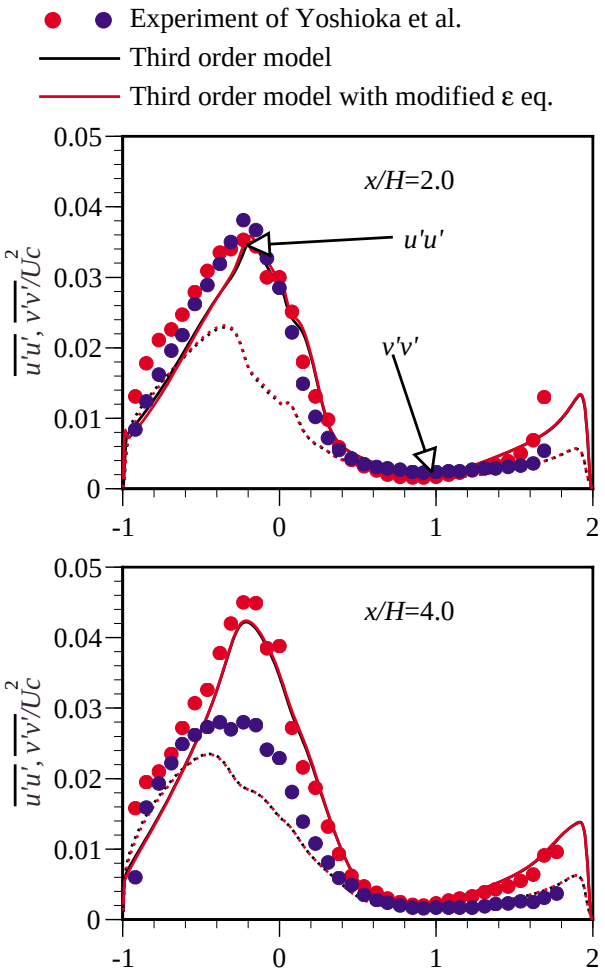


Fig. 7: Normal stress profiles at St=0.19.

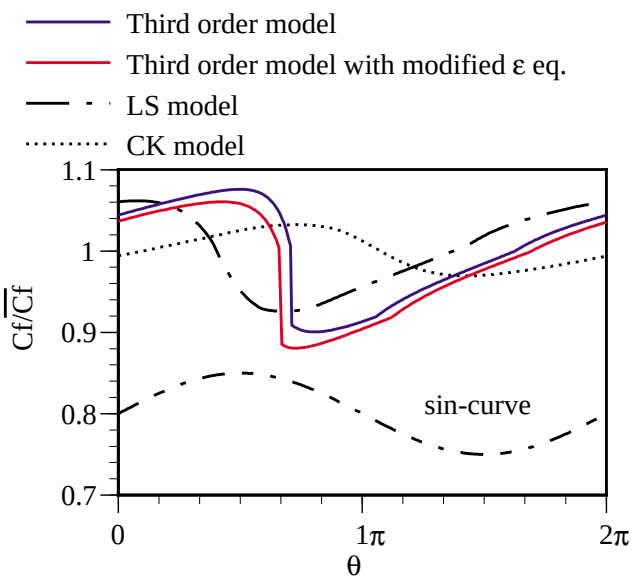
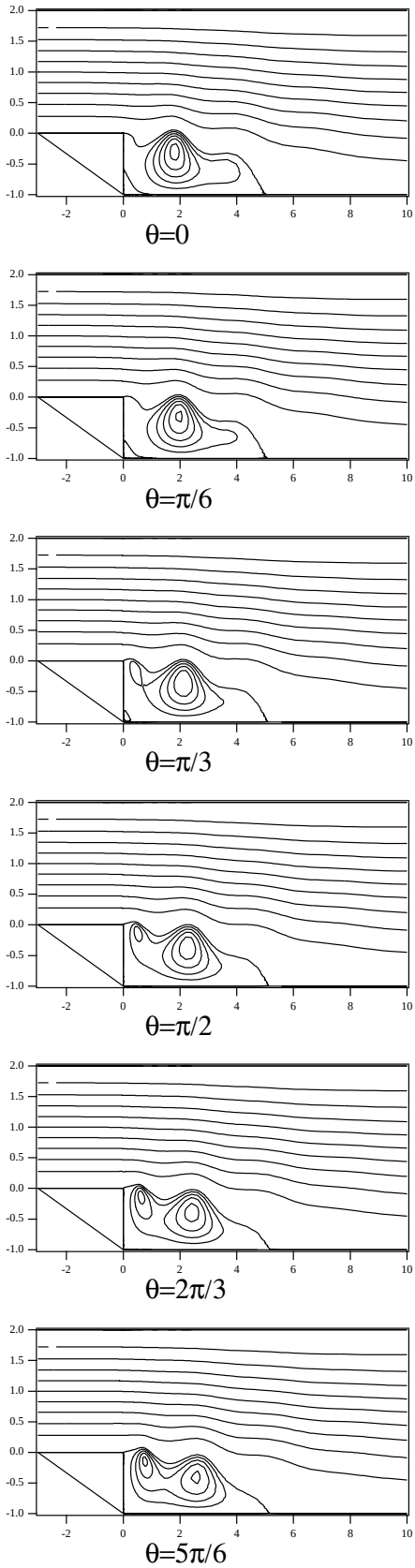


Fig. 8: Reattachment length at St=0.19.



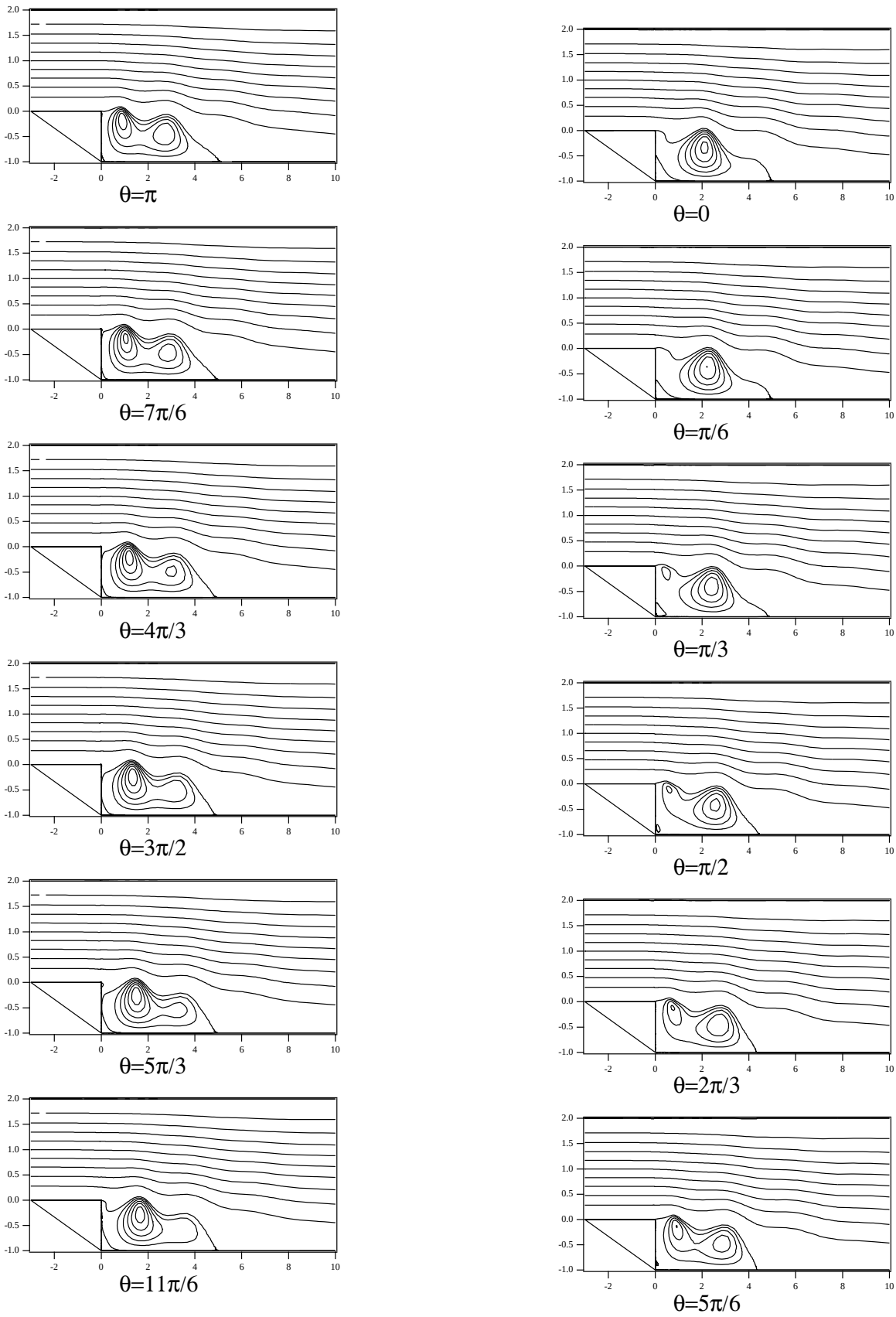


Fig. 9: Streamlines of LS model at St=0.19.

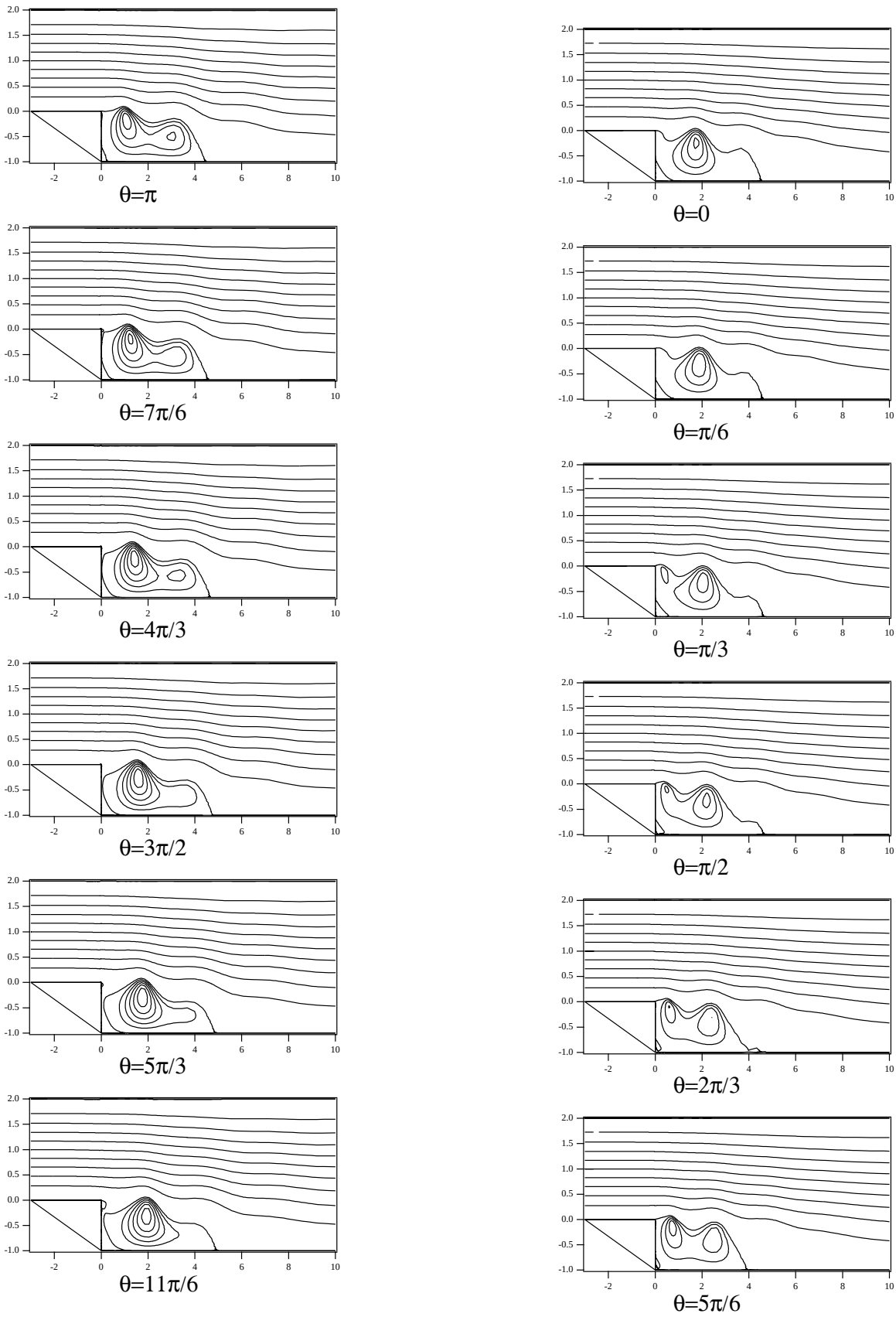


Fig. 10: Streamlines of CK model at St=0.19.

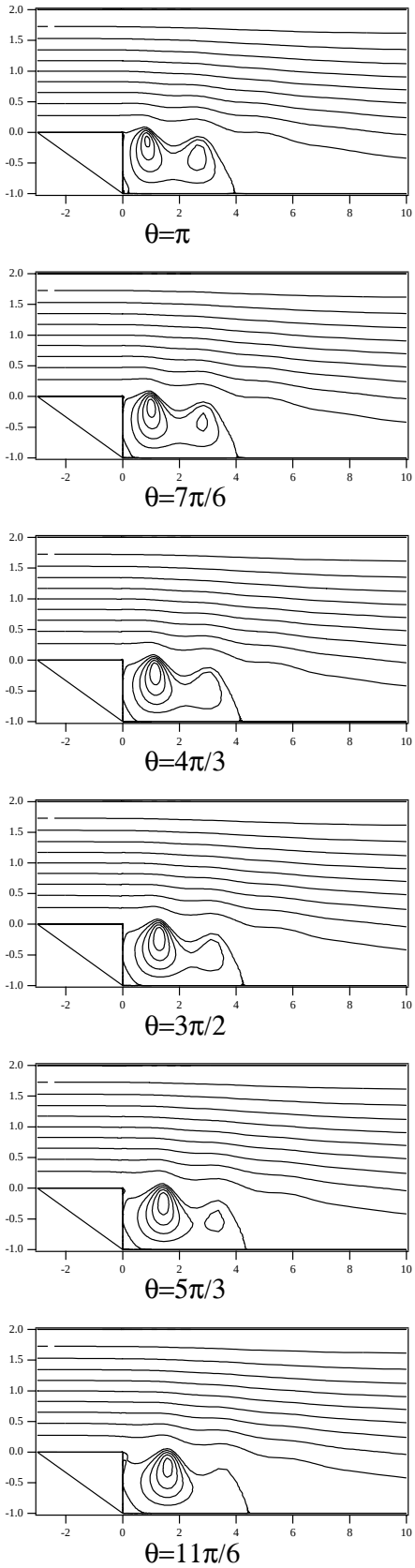


Fig. 11: Streamlines of the third-order nonlinear model at St=0.19.