

高プラントル数流体の液柱内マランゴニ対流 3次元数値シミュレーション

Three-dimensional numerical simulation of Marangoni convection in liquid bridge with a high Prandtl number

○ 志田 謙一, 東京理科大学 理工学研究科, 〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641, Email:a7599625@rs.noda.sut.ac.jp

河村 洋, 東京理科大学 理工学部, 〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641, Email:kawa@rs.noda.sut.ac.jp

依田 真一, 宇宙開発事業団, 宇宙環境利用研究システム

Ken-ichi shida, Dept. of Mech. Eng., Science University of Tokyo, Ymasaki 2641, Noda-shi, Chiba-ken 278-8510, Japan
Hiroshi Kawamura, Dept. of Mech. Eng., Science University of Tokyo, Ymasaki 2641, Noda-shi, Chiba-ken, 278-8510, Japan
Shin-ichi Yoda, Space Utilization Research Program, NASDA

The three dimensional simulation of the thermocapillary flow in a liquid bridge of a high Prandtl number ($Pr=28$) with the deformed free surface under the normal gravity is performed by the finite difference method. The influence of the temperature-dependent viscosity on the transition from symmetric to three-dimensional flow is investigated. The effect of the variable viscosity upon the critical Ma number is rather small. The oscillatory behavior of the velocity and temperature fields is visualized and their relations are discussed.

1. 緒言

マランゴニ対流は表面張力差によって起きる対流である。微小重力場では浮力対流の影響が小さくなり、マランゴニ対流が顕著に表れる。マランゴニ対流の実験はディスク間に液柱を形成して広く行われている。上下ディスクの温度差が小さい時には二次元軸対称定常流である。温度差を大きくすることによって、三次元的な軸対称振動流となり、さらに温度差を大きくすることで非軸対称な振動流へと遷移する。

本研究では流体の粘性の温度依存性に着目し、三次元数値シミュレーションを行い、遷移や流れ場の違いについて解析を行うことを目的とした。

2. 計算手法

本計算における解析対象は重力による影響を考慮した液柱をモデルとした。基本的には円筒座標系を用いているが、表面変形を考慮した計算を行うために BFC (境界適合座標) を用い計算を行った。今回の計算では周方向への表面の変形は考慮しないため、 $r-z$ 平面のみを物理空間から計算空間への座標変換を適用し計算を行った。Fig.1 が本計算で使った計算格子 (r, θ, z ; $48 \times 24 \times 48$) である。計算格子は上下端面および表面付近で不当分割格子により細くしている。

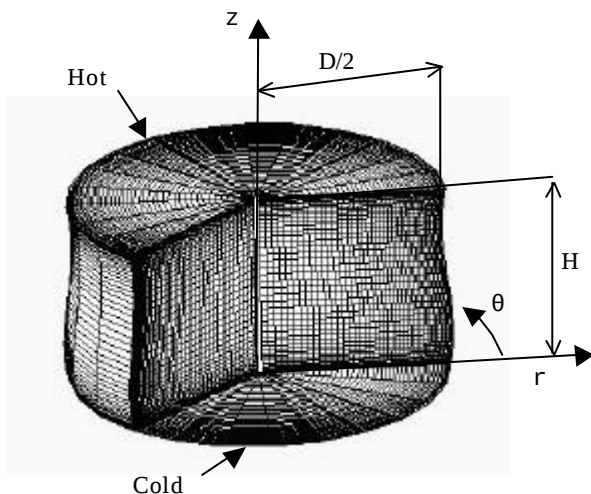


Fig.1 Computational domain and mesh

支配方程式には以下の式を用いた。

連続の式

$$\nabla \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes 方程式は粘性の温度依存性を考慮した計算を行うために ν^* を用いている。ここで ν^* は代表粘性 ν_0 で無次元化された動粘性係数である。 ν_0 は上下端面温度に対する ν の平均値である。

Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla P + \frac{Pr}{Ma} \nabla (n^* \nabla \mathbf{U}) + \mathbf{e}_z \frac{Pr Gr}{Ma^2} T \quad (2)$$

エネルギー方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Ma} \Delta T \quad (3)$$

無次元数は以下のように定義される。

マランゴニ数

$$Ma = \frac{s_l \Delta T H}{r n_0 k} \quad (4)$$

プラントル数

$$Pr = \frac{n_0}{k} \quad (5)$$

レイノルズ数

$$Re = \frac{s_l \Delta T H}{m n_0} \quad (6)$$

グラスホフ数

$$Gr = \frac{g b \Delta T H^3}{n_0^2} \quad (7)$$

アスペクト比

$$Ar = \frac{H}{D} \quad (8)$$

ここでH、D、 σ_t 、 ν_0 、 μ 、 κ 、 ρ 、 ΔT 、 g 、 β はそれぞれ液柱高さ、ディスク直径、表面張力温度係数、代表動粘性係数、粘性係数、温度拡散係数、密度、上下ディスク温度差、重力加速度、体積温度膨張係数である。

次に境界条件を示す。

上下端面での速度および温度の境界条件は

$$\mathbf{u}(z=0,1)=0, \quad T(z=0)=T_{cold}, \quad T(z=1)=T_{hot} \quad (9)$$

のようになる。

自由表面における速度と温度の関係は、自由表面に沿う表面張力と粘性力との釣り合いの方程式から導かれる。自由表面は曲線となっているために、液柱表面の上部から下部へ向かう接線方向 s と、液柱内部から外部へ向う垂直方向 n で釣り合いの式を立てる。接線方向の速度と温度の関係は式 (10) のようになる。

$$n^* \frac{\partial U_s}{\partial n} = - \frac{\partial T}{\partial s} \quad (10)$$

また、周方向成分は式 (11) となる。

$$n^* \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial q} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_q}{r} \right) \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial q} \quad (11)$$

温度条件については、式 (12) のように断熱とする。

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

次にコードの検証について述べる。コード検証については、M. Wanschura⁽¹⁾らの線形安定解析における臨界レイノルズ数 Rec 、および臨界周波数 ωc との比較を行った。計算条件は $Ar=0.5$ 、 $Gr=0$ 、 $\nu^*=constant (=1)$ である。以下に計算結果を示す。

	Pr	Rec	ωc
M. Wanschura	4.4	1013	26.7
Present	4.38	990	27.6

Table.1 Comparison to linear stability analysis

計算結果は臨界レイノルズ数および臨界周波数ともに良い一致を示している。

3. 結果と考察

3.1 振動流への遷移

本研究では $Ar=0.5$ 、 $Pr=28$ の液柱で Ma および Gr を変え計算を行った。計算初期において流れは軸対称な流れであり、マランゴニ数が臨界マランゴニ数以上の時に周方向の流れへ遷移する。

Fig.2 は定常状態における液柱内の速度、および温度分布である。上下ディスク間の温度勾配による表面張力差によって流れが発生し、液柱表面の高温流体が液柱内部にまで流れ込んでいるのがわかる。また下部ディスクまで達した流体が液柱内に流れを作り、この流れに沿って液柱底面付近の低温流体が液柱上部まで上昇している。定常状態においてはこの流れが維持される。

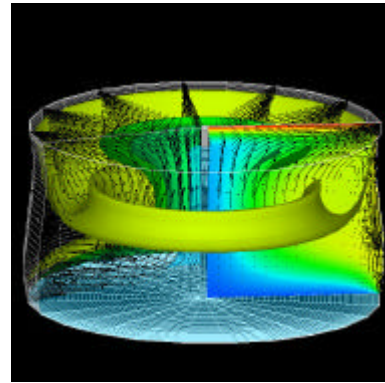


Fig.2 Distribution of velocity and temperature fields

マランゴニ数がある値以上になると周方向速度成分が増加を始める。Fig.3 は周方向速度の対数増加割合 β とマランゴニ数 Ma の関係のグラフである。この β と Ma の関係から振動流への遷移がわかる。 β が負のときは周方向速度が減少し、 β が正の時は周方向速度が増加していくことを示している。 $\beta = 0$ の時の Ma を臨界マランゴニ数 Mac とする。粘性の温度依存性を考慮した計算では Mac は約 14000 付近である。また粘性変化を考慮しない場合には約 15000 付近となる。この結果から粘性を考慮した場合 Mac は、影響は小さいものの、確かに減少する。この傾向は Kozhoukharova⁽²⁾らの線形安定理論による中プラントル数 $Pr=4$ の計算結果と一致している。

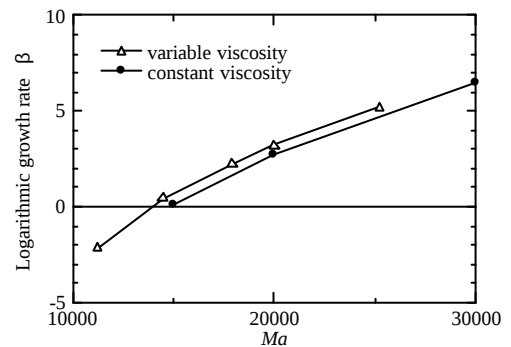


Fig.3 Logarithmic growth rate vs Marangoni number

3.2 液柱表面流れ

Fig.4 は、自由表面上の一点 (Fig.6 の $\times$ 印) における軸方向速度 V_z (黒)、周方向速度 V_θ (青)、表面温度 (赤) の時間履歴である。実線と点線は粘性を考慮した場合としない場合の計算結果である。粘性を考慮した場合としない場合において、流れ場、温度場は定性的にはほとんど違いは見られないが、数値的には若干違いが見られる。Fig.4 から粘性の変化を考慮した方が、温度が高くなる傾向にあることがわかる。

Fig.5 は液柱表面の粘性の分布である。粘性の温度依存性を考慮しない時には $\nu^* = 1$ で一定である。これに対し粘性を考慮する場合は上部からの高温流体の影響のために自由表面上のほぼ全面で、 ν^* は減少する。Fig.5 から粘性は下部ディスク近傍を除いた、表面のほとんどの部分で減少している事がわかり、この粘性の減少が表面速度を増加させる結果となる。この自由表面での速度の増加は同時に液柱上部からの熱輸送を大きくする。それによって、上部から高温流体が輸送され表面の温度は粘性変化を考慮しない場合に比べ高

くなる。

Fig.6 は液柱表面の温度分布である。この図から液柱表面にできた低温領域が $-\theta$ 方向に回転していることがわかる。Fig.6 と Fig.4 を比較すると、低温領域が回転するにつれて変化する液柱表面の速度分布がわかる。 V_θ が負のときは、速度の点より負の方向に低温領域が分布している。これは表面速度の方向が液柱表面の温度勾配の大きさとその方向に強く影響を受けるためである。 V_θ が正から負に変化する点は低温領域が通過したことを示している。ここでは $\tau=0$ が低温領域の通過点にあたり、温度（赤線）が確かにこの点で最小の値になっている。

Fig.4 において V_z （黒線）は低温領域の通過および通過後に液柱下部へ向かって大きな値となっている。これは低温領域が近づくにつれ液柱表面上部には大きな温度勾配が生じるからで、通過後も低温領域が液柱上部に広がっている。Fig.4 で低温流体の通過と上部からの速度のピークに時間差が生じるのは、液柱上部の流れが中央付近まで到達するのに時間を要するからである。

Fig.6 に見られるように低温領域が広がっている液柱中央では温度勾配は緩やかである。この時、液柱上部付近では大きな温度勾配が生じ、大きな速度を引き起こしている。この大きな温度勾配は液柱上部の高温流体を下部付近まで運び、液柱中央に高温流体が広がる。そして、この高温領域が液柱中央に広がる過程において、下部へ流れる表面速度がピークを迎える。

高温領域が液柱表面に広がると上下の温度勾配が小さくなり V_z は急速に緩やかになる。これが Fig.4 の $\tau = 3/4 \tau_0$ から $\tau = \tau_0$ までの流れである。高温領域の通過後、 V_θ は正の方向に低温領域があることになり、周方向速度が正の方向に発達する。そして再び低温領域が通過して、以上の肯定が繰り返される。

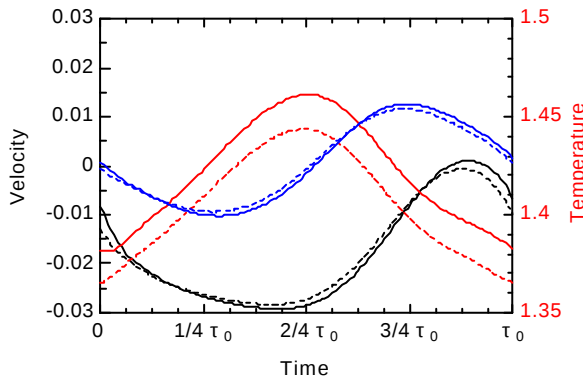


Fig. 4 Time profiles of temperature (red), axial (blue) and azimuthal (black) velocity on the free surface at mid-height (Fig.6 cross) during one cycle ($\tau_0=160$)

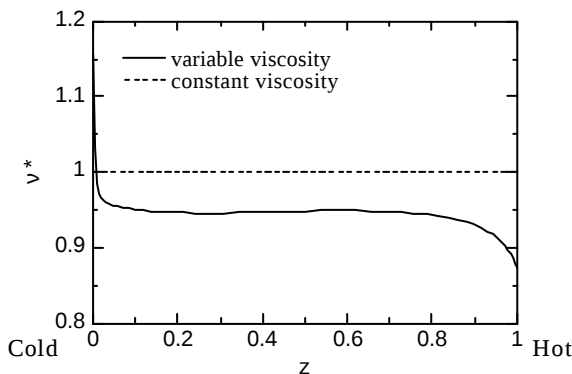
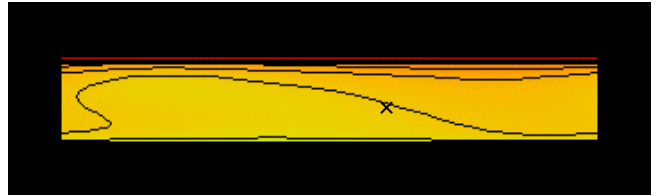


Fig.5 Viscosity ratio on the free surface

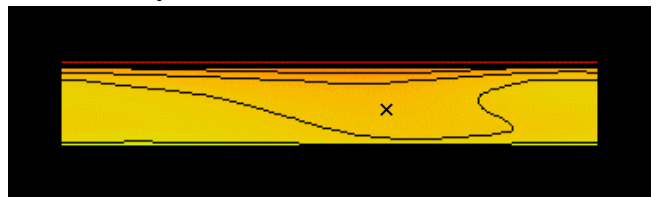
$\tau = 0$



$\tau = 1 / 4 \tau_0$



$\tau = 2 / 4 \tau_0$



$\tau = 3 / 4 \tau_0$



Fig. 6 Temperature distribution over the free surface during one cycle (τ_0 =one period)

3.3 液柱内流れ

Fig.7 は振動流時の液柱内部における温度分布と速度分布を示す。液柱内の流れは基本的には表面上部から流れてきた流体が液柱下部から液柱内部を通り、上昇流となり再び液柱上部表面に至る流れ場を形成している。しかし定常流の時とは異なり液柱は非軸対称流れとなる。この時、周方向速度が発達し、液柱内部の流体は回転する。

Fig.8 は液柱内の温度分布と速度分布である。表面付近に比べ内部の変動が大きいことがわかる。これは下部から上昇してきた低温流体が液柱中心で回転しているためである。特に $r = 0$ から $r = 0.5$ までの範囲で温度変動が大きい。 $r = 0.5$ から $r = 1$ までの範囲では、 V_z は振動してはいるものの、温度の変動は小さい。これは、上昇流に沿う液柱下部付近からの低温流体の影響を受けていないからと考えられる。すなわち、 $r = 0.5$ から $r = 1$ の間の領域には、表面の高温流体が流れ込んでいるため表面温度に近い温度分布になっている。この範囲では、表面の高温流体の影響を強く受けるために温度は下がらず、ある一定の温度分布になる。他方、Fig.9 の(a)に見て取れるとおり、液柱上部付近で低温領域の回転が見て取れるため、上部付近では温度変動があるものと考えられる。

Fig. 9 (a), (b)は液柱内部の温度および V_z の $1/4$ 周期ごとの分布である。図 (a)から液柱内部も液柱表面における温度分布と同様に $-\theta$ 方向に一定周期で回転をしていることがわ

かる。液柱下部の低温流体が液柱表面下部から流れ込み液柱上部付近まで上昇している。これは、高プラントル数流体においては、熱拡散が小さいためである。

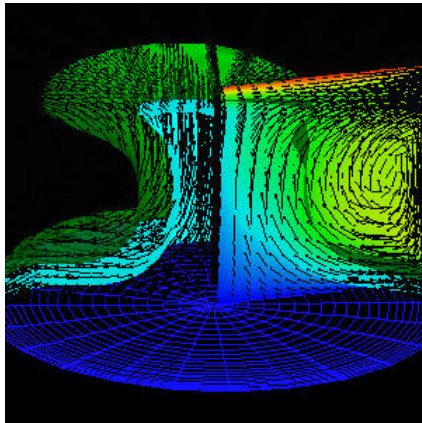


Fig.7 Distribution of temperature and velocity fields in the oscillatory flow

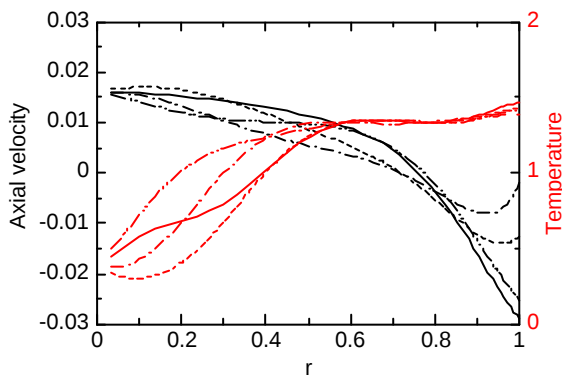


Fig.8 Distribution of temperature (red) and axial velocity (black) inside the liquid bridge at mid-height ($\theta=0$), at four times ($\tau=0$: solid line, $\tau=1/4 \tau_0$: dash line, $\tau=2/4 \tau_0$: one dotted line, $\tau=3/4 \tau_0$: two dotted line) during one cycle

Fig.8 の速度を見ると、 $\tau = 1/4 \tau_0$ (破線) および $\tau = 2/4 \tau_0$ (一点鎖線) では表面速度が減少し、その影響が内部にまで及んでいるのがわかる。この時、表面よりも少し内部の速度の方が大きいのは、Fig.7 の $r = 0.5$ から $r = 1$ の間の領域に見られるように高温流体の渦があるためである。この渦の回転があるために減速時には表面よりも内側の速度が大きくなる。

また、中心付近の温度は $\tau = 3/4 \tau_0$ (二点鎖線) で高温になり、表面速度も増加している。これは Fig.9 の $\tau = 3/4 \tau_0$ からわかるとおり、表面における速度が大きいために、中心付近の流れが右から左へと流れることによって、低温部分が反対方向へ流れ、中心付近の温度が増加するからである。

なお本研究は、宇宙開発事業団の「マランゴニ対流現象モデル化研究」の一環として行ったものである。

参考文献

- (1) M. Wanschura, "Convective instability mechanism in thermocapillary liquid bridges", Phys. Fluids 7, 912 (1995).
- (2) Kozhoukharova, "Influence of Variable Viscosity on the Onset of Hydrothermal Waves in Thermocapillary Liquid bridges", 11 ZAMM • Z. Angew. Math. Mech. 79 (1999) 8, 535-543.

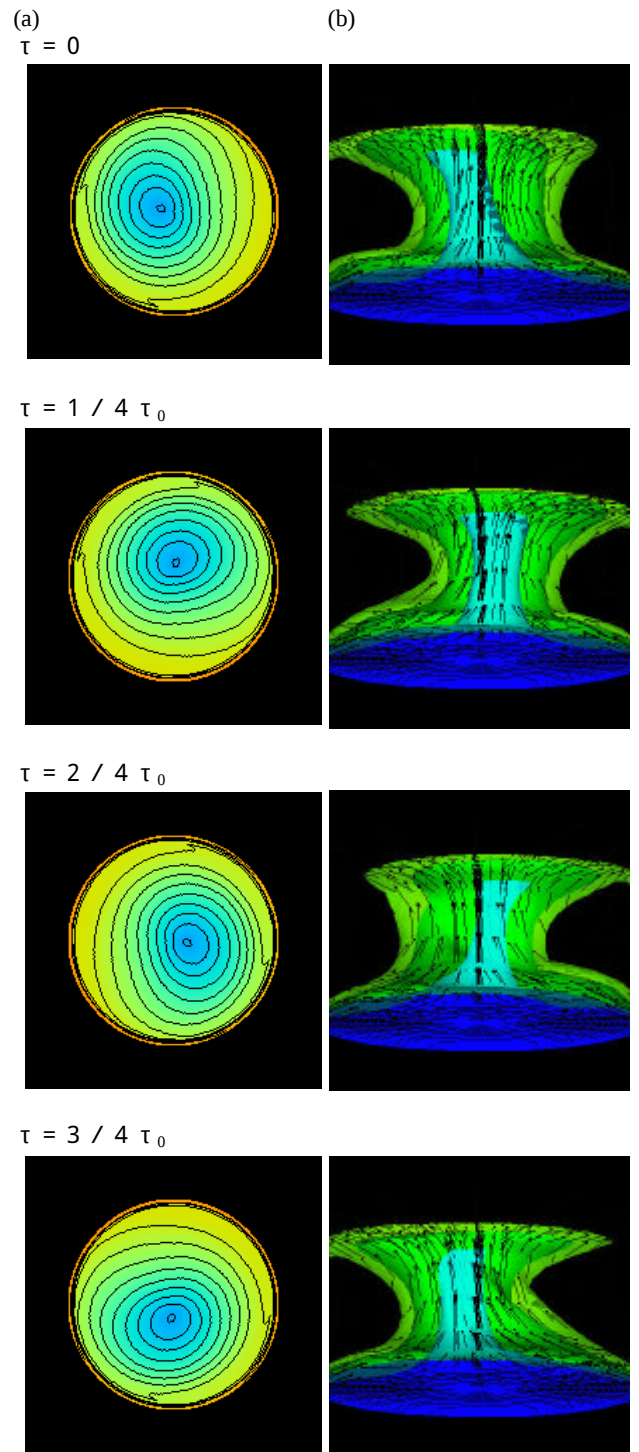


Fig. 9 Distribution of temperature and velocity fields inside the liquid bridge at four times during one cycle (τ_0 =one cycle), (a) horizontal section at $z=0.9$, (b) inside