領域オブジェクトを用いた非圧縮性流れの計算

Computation of incompressible flows with Domain-object

籠島　高，茨城大・院，日立市中成沢町 4-12-1，E-mail: kagosima@aries.dse.ibaraki.ac.jp
金田　豊，茨城大・工，日立市中成沢町 4-12-1，E-mail: kaneda@aries.dse.ibaraki.ac.jp
坪井一洋，茨城大・工，日立市中成沢町 4-12-1，E-mail: tsuboi@dse.ibaraki.ac.jp
KAGOSHIMA Takashi, Graduate School of Ibaraki University, Naka-narusawa 4-12-1, Hitachi, 316-8511, Japan
KANEDA Yutaka, Ibaraki University, Naka-narusawa 4-12-1, Hitachi, 316-8511, Japan
TSUBOI Kazuhiro, Ibaraki University, Naka-narusawa 4-12-1, Hitachi, 316-8511, Japan

Object based approach of Domain Decomposition Method (DDM) is presented in order to simplify the application of DDM to Computational Fluid Dynamics. "Domain class" is designed based on 2-D incompressible flow solver on rectangular grid, in which we pay our attention to common property of each domain. In the present domain class, the number of grid point and the physical size are specified in generating Domain-object, by which the concentration of grid point is easily controlled. Some computational results with Domain-object are presented. It is also found that there exists the threshold of the ratio of mesh interval whether the calculation is possible or not.

１．はじめに

流体現象をコンピュータ上で再現する計算流体力学(CFD)では，離散化手法として有限差分法が一般的に使われる．有限差分法では，プログラムは個々の流れ場の状況に依存することが多く，境界条件をデータとして一般的に与えられる有限要素法と比べて汎用性が低い．有限差分法でも境界条件や境界形状をすべてデータとして与え，プログラムを変更しなくてもすむようにすることも可能ではあるが，プログラムが複雑になってしまう．このような背景から，CFD の分野にオブジェクト指向技術を導入し，CFD に関する知識のないユーザでも簡単にシミュレーションが行えるような効率的な手法・環境の開発が研究されている[1-4]．

CFD 分野へのオブジェクト指向技術の応用として領域分割法(DDM)に着目する．領域分割法では複雑な計算領域を複数の部分領域に分割し，それぞれの部分領域内で処理を行う．つまり，領域分割法は最も自然(簡単)にオブジェクト指向表現が可能と考えられる．分割された各部分領域がもつ共通の性質を Domain クラスとして定義し，そのインスタンスである領域オブジェクトを利用することで領域分割法の構成を単純化できる[5]．すなわち，領域分割法のオブジェクト化においては，各領域をオブジェクトとして定義し，それらを適切に配置することで様々な解析形状を表現することが可能となる．

本論文では，２つの領域オブジェクトの設計について説明する．また，領域オブジェクトを応用した２つの例についても示す．第１の例として，領域分割法による格子集中を考えた．領域オブジェクトは，格子点数や物理的な大きさなどを自由に設定できるように設計されている．すなわち，格子点数と領域の大きさの異なるいくつかの領域オブジェクトを用いることで簡単に格子を集中させることができるのである．第２の例としては，微粒子を含んだ流れのシミュレーションを行った．設計された Domain クラスに粒子の運動に関する基礎方程式を追加することで領域オブジェクトの機能を用意に拡張できる．

２．領域分割法のオブジェクト化

領域分割法において分割された部分領域を考えると，各部分領域は流速ベクトルや圧力などの各物理量とそれらに付随した境界条件といった各領域に固有のデータと基礎方程式に基づく計算というすべての領域に共通した処理を持つことがわかる．このことは，分割された各部分領域が「情報と手続きをひとつにしたもの」というオブジェクトの定義と一致していることを意味する．すなわち，領域分割法のオブジェクト化においては，各領域をオブジェクトとして定義し，それらを適切に配置することで様々な解析形状を表現することが可能となる．そのような観点から次に示す２つの領域オブジェクトを考えた．

2.1 領域オブジェクト１

2.1.1 概要

ここでは“Domain クラス”と“WholeDomain クラス”という２種類のクラスを定義した．この場合の領域オブジェクトの概念図を Fig. 1 に示す．

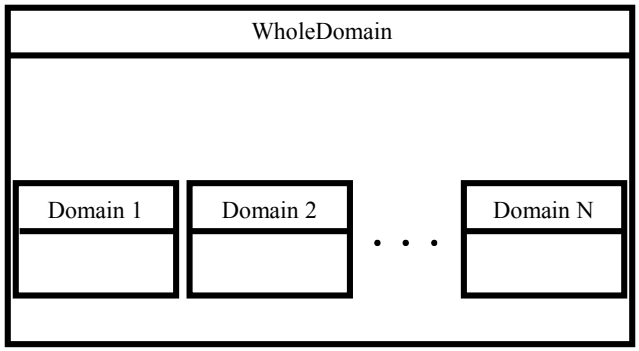


Fig. 1 Conceptual figure of Domain-object 1

Domain クラスの主なデータと処理を Fig. 2 に示す．このクラスは分割された各部分領域を表すクラスであり，そのインスタンスは「領域オブジェクト」として振る舞う．各部分領域が持つべき共通の性質を１つにまとめたものであり，流れ場を表す物理量をデータとして持ち，境界条件を設定するメソッド，基礎方程式を解析するメソッド等を定義したクラスである．したがって，各領域オブジェクトは他の領域オブジェクトと境界条件等必要な通信を行いながら独立した処理を行うことができる．

Domain
• Velocity • Pressure
• Setting boundary condition. • Calculation of basic equations.

Fig. 2 Specification of Domain class

一方，WholeDomain クラスの主なデータと処理を Fig. 3 に示す．このクラスは解析形状に応じて Domain クラスのインスタンスである領域オブジェクトを生成し，その後はすべての領域オブジェクトの同期を取り，統括するクラスとして定義される．各部分領域の境界条件を設定するために，各領域オブジェクトに隣接する領域オブジェクトを割り当てる．その後は，タイムステップ毎に各領域オブジェクトに計算メッセージを送り，各領域オブジェクトが計算した結果を基に流れ場を表示する．

WholeDomain
• Time step　etc.
• Specify the neighboring Domain-object to each Domain-object. • Send a calculation message to each Domain-object. • Receive a calculation result and output.

Fig. 3 Specification of WholeDomain class

今回は，矩形格子上での２次元非圧縮流れの計算を例に Domain クラスの設計を行った．この例では，物理量は速度ベトル場と圧力場となる．また，境界条件は壁面(wall, すべり無)，流入(inflow)，流出(outflow)，接合(connection)の４種類が考えられ，具体的な処理を Table 1 に示す．

Table 1 Classification of boundary condition

Boundary	Velocity	Pressure
Wall	$\boldsymbol{u} = 0$	$P_i = P_{i-1}$ $P_0 = P_1$
Inflow	$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_{i-1}$ $\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{u}_1$	
Outflow	$u = const.$ $v = const.$	$P = 0$
Connection	$\left.\begin{array}{l}\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_{i-1}\\ \boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{u}_1\end{array}\right\}$ Neighboring domain	$\left.\begin{array}{l}P_i = P_{i-1}\\ P_0 = P_1\end{array}\right\}$ Neighboring domain

ここで「接合(connection)」とは，領域オブジェクトが隣接し，それぞれが境界を共有していることを表す．この接合境界上の物理量を設定するために隣接する領域オブジェクトとの通信が必要になる．境界条件を設定するために，計算領域の外側にも各境界条件に対応する領域オブジェクトを生成する．例えば，４分割された２次元キャビティ流れを例にとると，Fig. 4 のように計算領域の外側にも領域オブジェクトを生成する．しかし，この領域オブジェクトは境界条件を設定するためだけの領域オブジェクトであり，基礎方程式の計算などは行わない．こうすることにより，各領域オブジェクトの上下左右には必ず領域オブジェクトが存在することになり，そこから境界条件を受け取る．したがって，計算領域の外側にも領域オブジェクトを生成することで，境界条件の設定が単純となる．

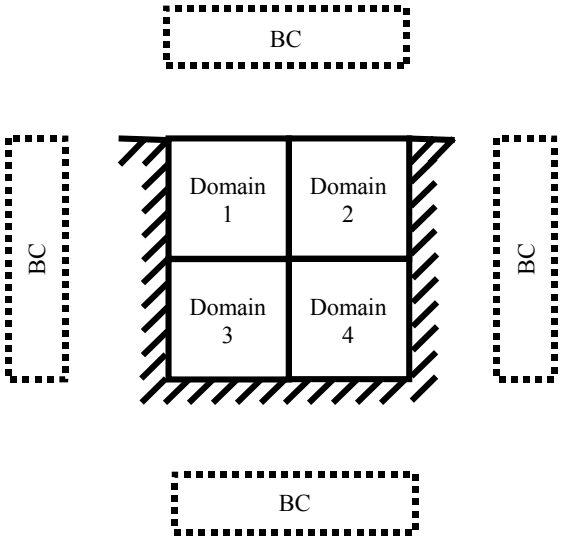


Fig. 4 Configuration of computational region

基礎方程式としては，次に示すような擬似圧縮法[6]による連続の式(1)と Navier-Stokes(2)方程式を用いた．

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \mathrm{div}\,\boldsymbol{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u}\cdot\mathrm{grad})\boldsymbol{u} = -\mathrm{grad}\,P + \frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\boldsymbol{u} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，P は圧力，Re はレイノルズ数である．有限差分法により基礎方程式の離散化を行った．方程式中の空間微分項については２次精度の中心差分近似，時間微分項については４次精度の Runge-Kutta-Gill 法を用いた．また，流速ベクトルや圧力は，それらの物理量の定義点が同一でない Staggered Mesh にしたがって配置した．

2.1.2 領域オブジェクト１による計算結果

領域オブジェクト１を用いて２次元非圧縮性流れの計算をいくつか行ったので，その結果を示す．なお，実装には Java 言語を用いた．

まず，２次元キャビティ流れの計算を行った．その結果が Fig. 5 である．左図が流速ベクトル，右図が圧力となっており，以下の図も同様である．中央に大きな渦が形成されており，下方の角部分には２次渦が形成されていることもわかる．

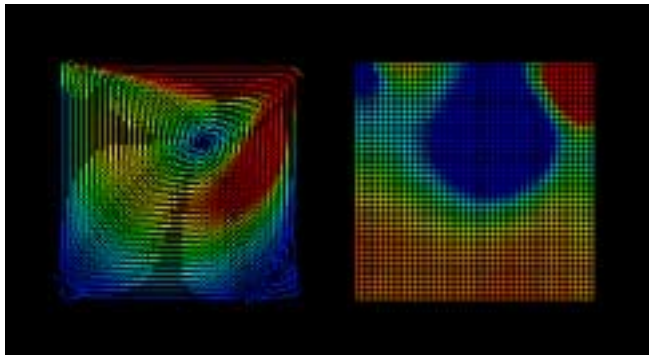


Fig. 5 Computed flow field in a cavity (Re = 10^2)

次に計算を行ったのが，段差を過ぎる流れである．この流れの結果を Fig. 6 に示す. 段差の後方で渦が形成されており，渦の中央では圧力も低くなっている．また，Fig.7 に示すような構内の流れの計算も行った. 溝の角の部分や途中に設けたくぼみ内で渦が形成されている．

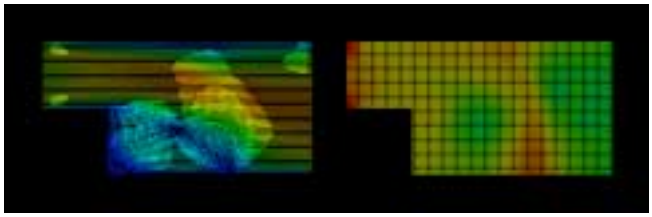


Fig. 6 Computed flow down a step (Re = 10^2)

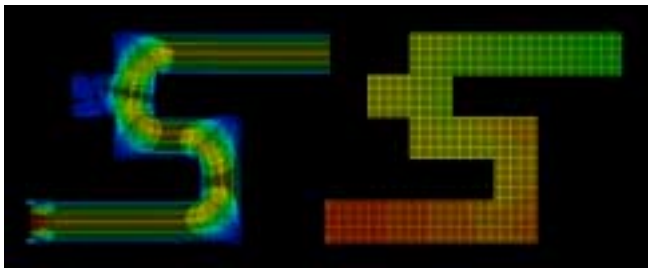


Fig. 7 Computed flow field in a channel (Re = 10^2)

2.2 領域オブジェクト２

2.2.1 概要

領域オブジェクト２の特徴は領域オブジェクト１と比べて，より領域の独立性を高めた点にある．その概念図を Fig. 8 に示す．

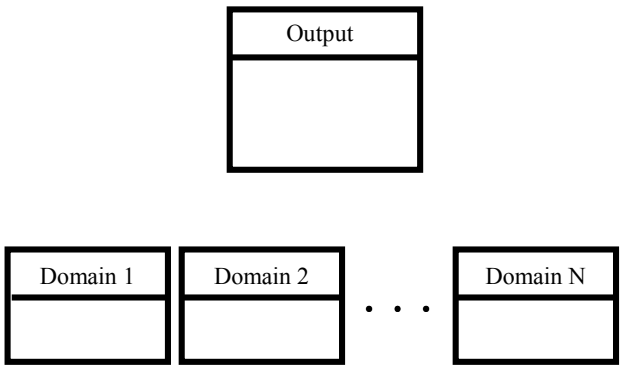


Fig. 8 Conceptual figure of Domain-object 2

領域オブジェクト１では WholeDomain が領域オブジェクトを統括していた．しかし，領域オブジェクト２では WholeDomain クラスの代わりに Output クラスを定義した．Output クラスは領域オブジェクトを統括するのではなく，単に計算結果を受け取り，表示するだけのクラスとした．したがって，領域オブジェクトの独立性を高めることができ，分散処理に向いた仕様と考えられる．本研究では，実装に Java 言語を用いているため，マルチスレッド機能を利用し，各領域オブジェクトをスレッドとする．スレッドとすることで各領域オブジェクトは独自に計算を進めることが可能となる．しかし，計算と計算結果を表示するタイミングなどいくつかの問題が明らかになった．また，各領域オブジェクトは時間の刻み幅を自由に設定できるように設計した．

領域オブジェクト１は矩形格子上での２次元非圧縮流れの計算を例に Domain クラスの設計を行ったが，領域オブジェクト２は回転流シミュレーションを例に設計した．

計算に用いた基礎方程式は次に示す円筒座標系の軸対称流れについての連続の式と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式である[7]．疑似圧縮法を用いた場合の基礎方程式は以下のように表される．

$$\frac{\partial P_R}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial r v_z}{\partial z}=0 \tag{3}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial v_r}{\partial t}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_r v_r-\tau_{rr})}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_z v_r-\tau_{zr})}{\partial z}= \\ \qquad -\dfrac{\partial P_R}{\partial r}+2\Omega^* v_\theta+\dfrac{(v_\theta v_\theta-\tau_{\theta\theta})}{r} \\ \dfrac{\partial v_\theta}{\partial t}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_r v_\theta-\tau_{r\theta})}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_z v_\theta-\tau_{z\theta})}{\partial z}= \\ \qquad -2\Omega^* v_r-\dfrac{(v_r v_\theta-\tau_{r\theta})}{r} \\ \dfrac{\partial v_z}{\partial t}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_r v_z-\tau_{rz})}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial r(v_z v_z-\tau_{zz})}{\partial z}=-\dfrac{\partial P_R}{\partial z}\end{cases} \tag{4}$$

$$P_R=\frac{p}{\rho}-\frac{1}{2}(r\Omega^*)^2,\ \tau_{rr}\equiv 2\nu\frac{\partial v_r}{\partial r},\ \tau_{\theta\theta}\equiv 2\nu\frac{v_r}{r},\ \tau_{zz}\equiv 2\nu\frac{\partial v_z}{\partial z},$$

$$\tau_{r\theta}=\tau_{\theta r}\equiv\nu\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}-\frac{v_\theta}{r}\right),\quad \tau_{rz}=\tau_{zr}\equiv\nu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial r}\right),$$

$$\tau_{\theta z}=\tau_{z\theta}\equiv\nu\frac{\partial v_\theta}{\partial z}$$

ここで，Ω^* は z 軸まわりに回転する容器および円筒座標系の回転速度を表す．P_R は遠心力を加えた圧力，r，θ，z は Ω^* で回転する円筒座標系の半径，方位角，軸方向座標を表す．v_r，v_θ，v_z は速度ベクトルの r，θ，z 軸方向成分，ρ は密度，ν は動粘度を表す．計算方法は領域オブジェクト１と同じく，Staggered Mesh にしたがって流速，圧力を配置し，有限差分法により基礎方程式の離散化を行った．空間微分項は２次精度の中心差分近似，時間微分項は４次精度の Runge-Kutta-Gill 法を用いた．

2.2.2 領域オブジェクト２による計算結果

Java 言語により領域オブジェクト２を実装し，回転流シミュレーションを行った．回転流のモデルを Fig. 9 に示すが，図の灰色部分が計算領域である．

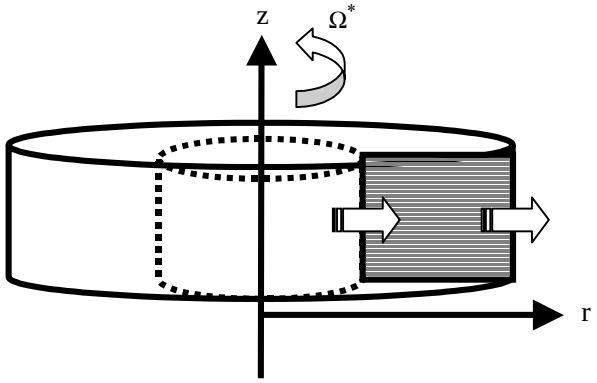
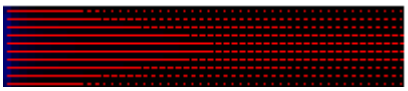
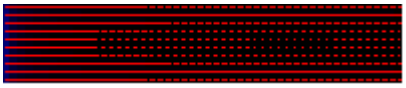


Fig. 9 Model of sink-source flow[7]

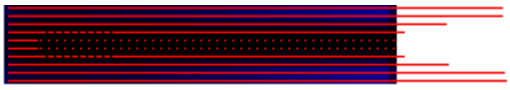
回転速度 Ω^* が 0, 50, 100 の時の計算結果を Fig. 10 に示す．回転速度 $\Omega^* = 0$ の時の結果(a)は，ポワズイユ流れとなった．回転速度 Ω^* を大きくしていくと，徐々に上下の壁付近の流速が速くなり，既に行われた計算結果[7]と同じ結果となった．



(a) $\Omega^* = 0$



(b) $\Omega^* = 50$



(c) $\Omega^* = 100$

Fig. 10 Computed result of sink-source flow

３．領域オブジェクトの応用例

2.1 節で説明した領域オブジェクト１を次の２つの例に応用した．最初の例は，格子点数と領域の大きさが異なるいくつかの領域オブジェクトを配置して格子を集中させることを考えた．他の例は，微粒子に対する基礎方程式を領域オブジェクト１に新たに加え，微粒子を含む流れのシミュレーションに適用した．

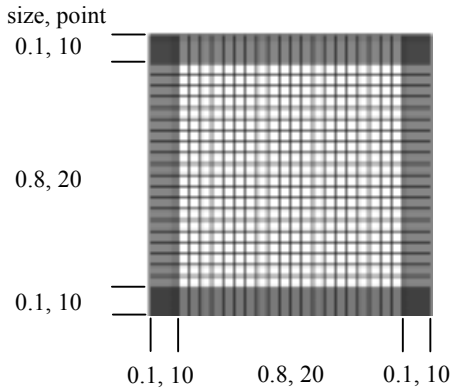
3.1 格子集中の影響

領域オブジェクトを用い格子を集中させ，２次元キャビティ流れの計算を行った．領域オブジェクトは，格子点数や領域の大きさなどを自由に設定することができる．したがって，流れが複雑になるキャビティの角部分にあたる領域オブジェクトの格子点間隔を狭くし，全体として格子を角に集中させるようにする．計算に使用した領域オブジェクトの配置は，Fig. 11 に示すような A，B，C の３タイプであり，格子点数は共に 40×40 である．

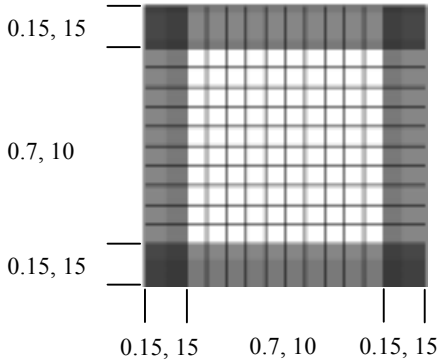
A，B，C それぞれにおいて，レイノルズ数 Re(10^2～10^5)と時間の刻み幅(0.01，0.001)を変化させ，計算が行えるかどうかを調べた．その結果を Table 2 に示す．また，計算された流れ場を Fig. 12~16 に示す．この結果より，A は Re = 10^2, 10^3，C は Re = 10^2~10^4 の範囲で計算が行えた．一方，B についてはいずれのレイノルズ数に対しても計算は行えなかった．

Table 2 Calculation result

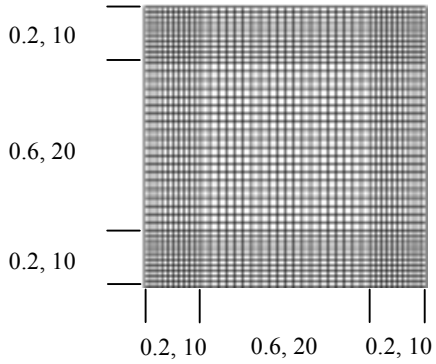
Mesh type	Calculation result			
	Re = 10^2	Re = 10^3	Re = 10^4	Re = 10^5
A	○	○	×	×
B	×	×	×	×
C	○	○	○	×



(a) type A



(b) type B



(c) type C

Fig. 11 Mesh type assembled by Domain-objects

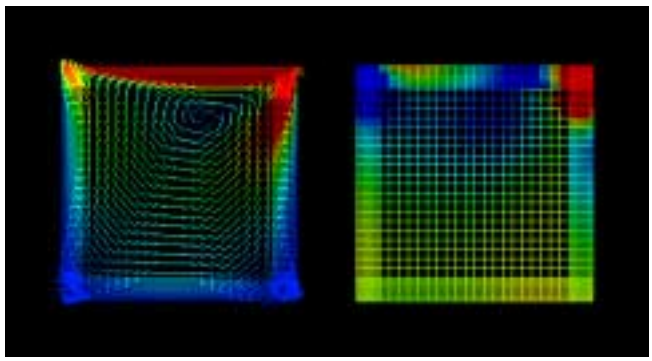


Fig. 12 Computed flow field in a cavity with type A (Re = 10^2)

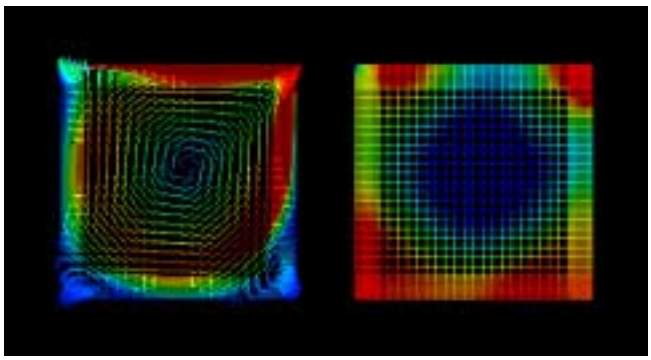


Fig. 13 Computed flow field in a cavity with type A (Re = 10^3)

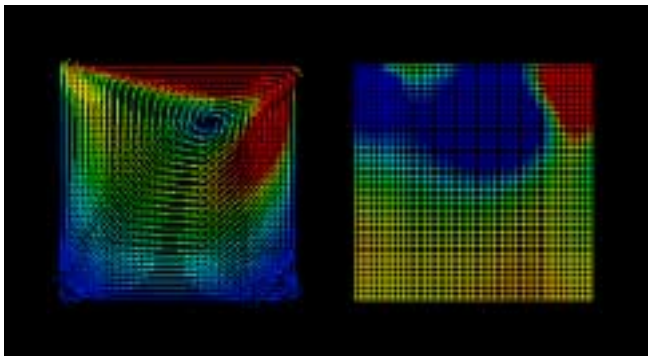


Fig. 14 Computed flow field in a cavity with type C (Re = 10^2)

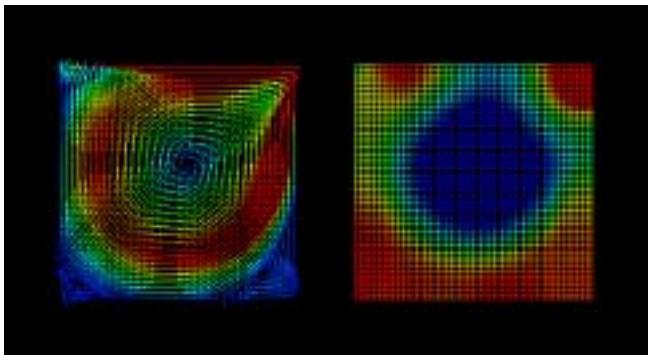


Fig. 15 Computed flow field in a cavity with type C (Re = 10^3)

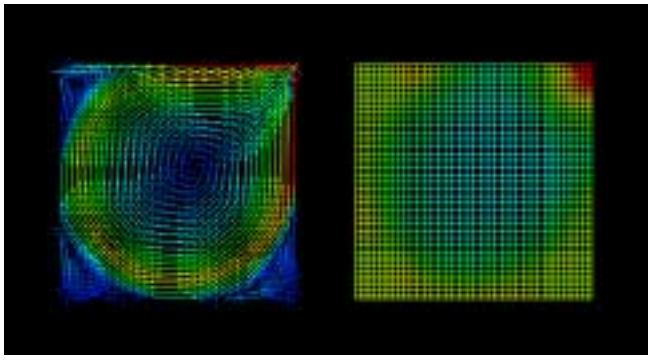
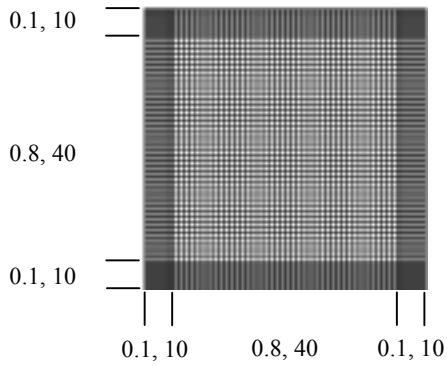
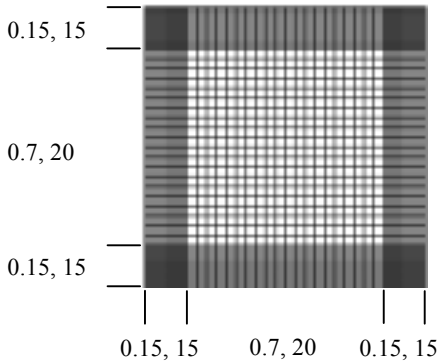


Fig. 16 Computed flow field in a cavity with type C (Re = 10^4)

ここで，改めて Fig. 11 を見てみると，格子集中のバランスが結果に影響しているのではないかと考えられる．そこで，Fig. 17 に示すような A，B のメッシュタイプにおいて，中央の領域オブジェクトの格子数を 2 倍にした A'，B'を考えた．



(a) type A'



(b) type B'

Fig. 17 Another mesh type assembled by Domain-objects

キャビティの角と中央の領域オブジェクトの格子点間隔比を計算した．例えば，A の格子の場合は角の領域オブジェクトの大きさが 0.1 であり，格子点数が 10 である．中央の領域オブジェクトは大きさが 0.8 であり，格子点数が 20 である．したがって，格子点間隔比は，

$$\frac{0.1}{10} : \frac{0.8}{20} = 1 : 4$$

となる．同様にすべてのメッシュタイプで格子点間隔比を計算し，結果をまとめると Table 3 となる．また，A'の格子で，Re = 10^4 の計算を行った結果を Fig. 18 に示す．この結果より，格子点間隔比が 1:3 付近に Re = 10^4 の計算が行える閾値があると考えられる．

Table 3 Ratio of mesh and calculation result (Re =10^4)

Mesh type	Ratio of mesh	Calculation result
A	1:4	×
A'	1:2	○
B	1:7	×
B'	1:3.5	×
C	1:1.5	○

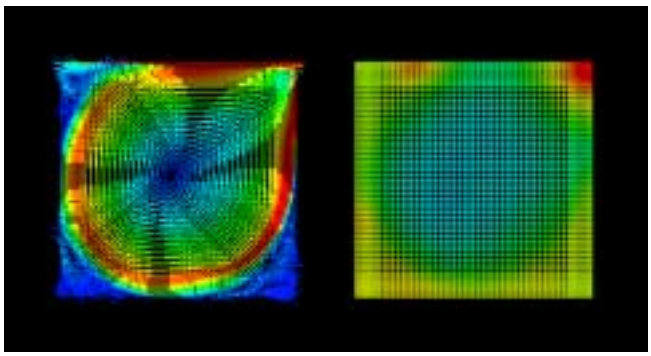


Fig. 18 Computed flow field in a cavity with type A' (Re = 10^4)

3.2 微粒子を含んだ流れへの応用

領域オブジェクトを応用した第２の例として，微粒子流を含んだ流れのシミュレーションを行った．多数の微粒子を含んだ流れは自然界や様々な産業分野で観察される．実際，この種の流れの例として dasty gas や液滴流などをあげることができる[8].

２流体モデルによる粒子流近似において，個々の粒子の衝突等粒子間相互作用が無視できる場合，無次元化された基礎方程式は次のようになる[9].

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathrm{div}(\eta \boldsymbol{v}) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{D}{Dt}(\boldsymbol{v}) + \frac{1}{\tau}(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}) = 0 \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{u}$ はそれぞれ粒子流と主流の速度ベクトルである．また，η は粒子流密度，τ は微粒子の運動に関する緩和時間を表す．なお，式(5)を計算する際に，右辺に１次の風上項を追加した．

一方，主流の計算には，領域オブジェクト１で用いた基礎方程式と同一の擬似圧縮法による連続の式と Navier-Stokes 方程式を用いた．

シミュレーションは Java 言語を用い，微粒子を含んだ段差を過ぎる流れと２次元キャビティ流れの計算を行った．それぞれの計算結果を Fig. 19, 20 に示す．上側が主流の結果(左図:速度ベクトル，右図:圧力)であり，下側が粒子流の結果(左図:速度ベクトル，右図:粒子流密度)である．段差を過ぎる流れでは，段差の後方に渦が発生し，渦の中心で粒子密度が低くなった．キャビティ流れの計算では，キャビティの中央に渦が発生するため，粒子は中央から壁に圧縮され，左と下側の粒子流密度が高くなった．また，τ = 0.1, 0.01 と小さく取ったため，主流と微粒子流の流速はほぼ同じ結果となった．

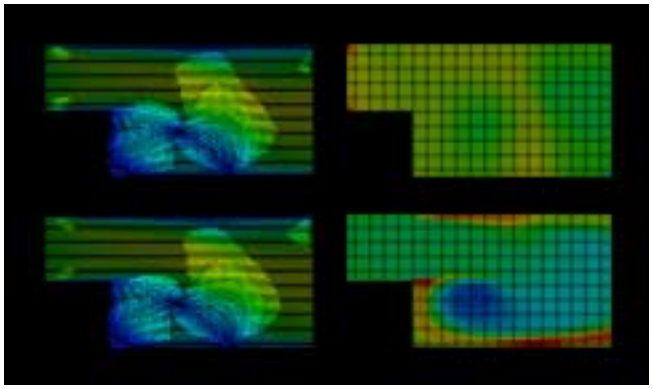


Fig. 19 Computed flow field of particle flow down a step
(τ = 0.1, Re = 10^2)

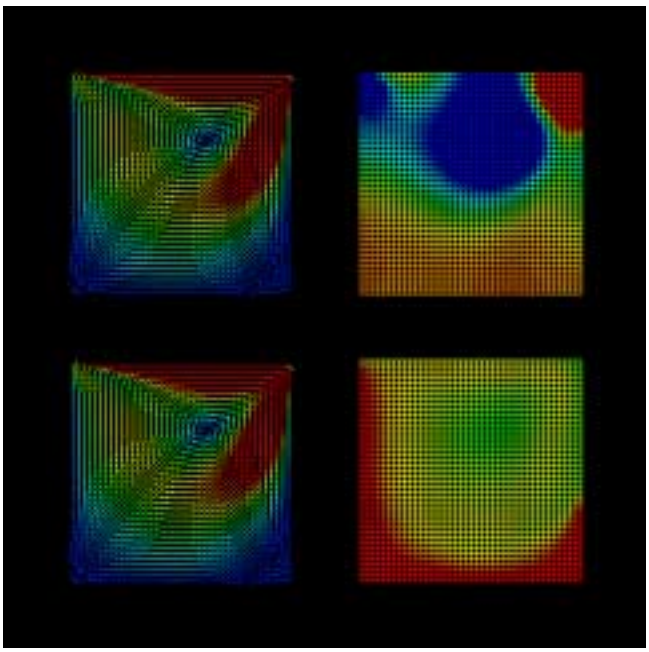


Fig. 20 Computed flow field of particle flow in a cavity
(τ = 0.01, Re = 10^2)

4．結論

CFD へのオブジェクト指向技術の応用として領域分割法のオブジェクト化を考え，２種類の領域オブジェクトを示すと同時に Java 言語で実装し，計算した結果も示した．次に，領域オブジェクトを応用した例として，格子点数と領域の大きさの異なる領域オブジェクトを適切に配置することで格子集中が可能となることを示した．その際，格子の間隔比を 1:3 付近に取れば，レイノルズ数 Re = 10^4 まで計算が行えるのを示した．また，領域オブジェクトを拡張して微粒子を含んだ流れのシミュレーションを行った．今後はさまざまな問題に応用する場合，プログラムを直接書き換えるのではなく，継承機能などを用いて拡張できるようにしたい．

参考文献

(1) 上原　均，畠山正行，"オブジェクト指向シミュレーションの自動分散化の実現と評価"，日本シミュレーション学会論文誌「シミュレーション」, Vol. 17, No. 4, (1998), pp. 46-59.

(2) J. Appa, R. A. Hughes, L. Porter, P. D. Woods, D. L. Hunt, S. Rham, "GENERATING RAPID RESPONSE NS 2-EQUATION TURBULENCE MODELS", AIAA-2000-2677, (2000).

(3) 城之内忠正，千葉　賢，"直交格子法によるフレームワーク",日本流体力学会年会 2000 講演論文集，(2000)，pp. 369-370.

(4) 猪瀬貴茂，石黒美佐子，"オブジェクト指向の数値流体力学への応用"，第 14 回数値流体力学シンポジウム,(2000).

(5) 籠島　高，坪井一洋，"領域分割法のオブジェクト化と Java による実装"，日本流体力学会年会 2000 講演論文集, (2000), pp. 373-374.

(6) 棚橋隆彦，"非圧縮粘性流体の過渡流れ(1) (2)"，機械の研究，第 37 巻，第 3 号および第 4 号, (1985), pp. 383-388, pp. 501-506.

(7) 森西洋平，中林功一，土田陽一，岩間秀樹，"準剛体回転成層流の数値解析手法"，日本機会学会論文集, 60 巻, 572 号, (1994), pp. 1234-1241.

(8) 坪井一洋, "２流体モデルを用いた振動円柱への微粒子衝突効率の評価", 日本流体力学会年会 2000 講演論文集, (2000), pp. 23-24.
(9) Tsuboi, K. and Kimura, S., "Computational Study on Local Impingement Efficiency of an Oscillating Circular Cylinder", AIAA-2000-2661, (2000).