非対称両凸レンズ形の仕切り板付き鈍頭物体に関する仮想質量について

On the virtual masses for a nonsymmetrical lenticular bluff body with splitter plates

神部俊一，鳥取大学工学部，〒680-8552　鳥取市湖山町南４－１０１，E-mail : kanbe@cv.tottori-u.ac.jp
山本真二，鳥取大学工学部，〒680-8552　鳥取市湖山町南４－１０１，E-mail : shinjiy@cv.tottori-u.ac.jp
Shun-ichi KAMBE, Dept. of Civil Eng., Tottori Univ., Koyama-cho Minami 4-101, Tottori City, 680-8552, JAPAN
Shinji YAMAMOTO, Dept. of Civil Eng., Tottori Univ., Koyama-cho Minami 4-101, Tottori City, 680-8552, JAPAN

An idea for constructing a submerged floating tunnel with a mooring system below the sea level will offer the possibility of crossing a long distance strait in all weather conditions.

In this paper, however, a nonsymmetrical lenticular multicelled bluff body with splitter plates attached at both sides is taken as an example of the main part of the new traffic system.　This is bacause the cross-sectional shape of the body will be favorable from a hydrodynamic point of view.　Then, the translational and rotational virtual masses required for analysing the hydrodynamic behaviour of the body is evaluated based on a potential theory.　In performing this, the analytic function which uniquely maps the exterior to the figure concerned onto the exterior to a unit circle is expanded by an infinite series with the aid of a three recurrence formula.

１．まえがき

鉄筋コンクリート製の函体をその排水容積に起因する浮力を利用して海面下数十メートルの位置を保持するように海底地盤に係留することで、長距離の海峡横断用トンネルを海中に建設する構想がある。　ここでは、その両端に仕切り板を取り付けた長軸に関して非対称な両凸レンズ形の横断面を有する水中トンネルを取り上げる。　そして、その構造本体の動水力学的挙動を解析するのに必要な仮想質量と仮想慣性モーメントを２次元非定常渦なし流れに対するブラジュウスの公式を利用して構造本体に作用する非定常流体力を構造本体の加速度と角加速度で表すことによって求めた。

２．写像関数

物理平面から写像平面への等角写像に際して、２次元の非圧縮性流体の渦なし流れの流線は流線に、等ポテンシャル線は等ポテンシャル線に、湧き出しと吸い込みは、それぞれ、同じ強さの湧き出しと吸い込みに、渦糸は同じ強さの渦糸に写像され、流量と循環は保存されるという物理的性質に着目して今井により提案された“流体力学的発想法(1)，(2)”は、写像関数を発見的に見いだす方法である。

ここでは、上側と下側の表面が曲率の異なる円弧で、その両側の交点に張り出し部を有し、長軸に関して非対称な両凸レンズ形の外部領域を単位円の外部領域に写像する正則関数

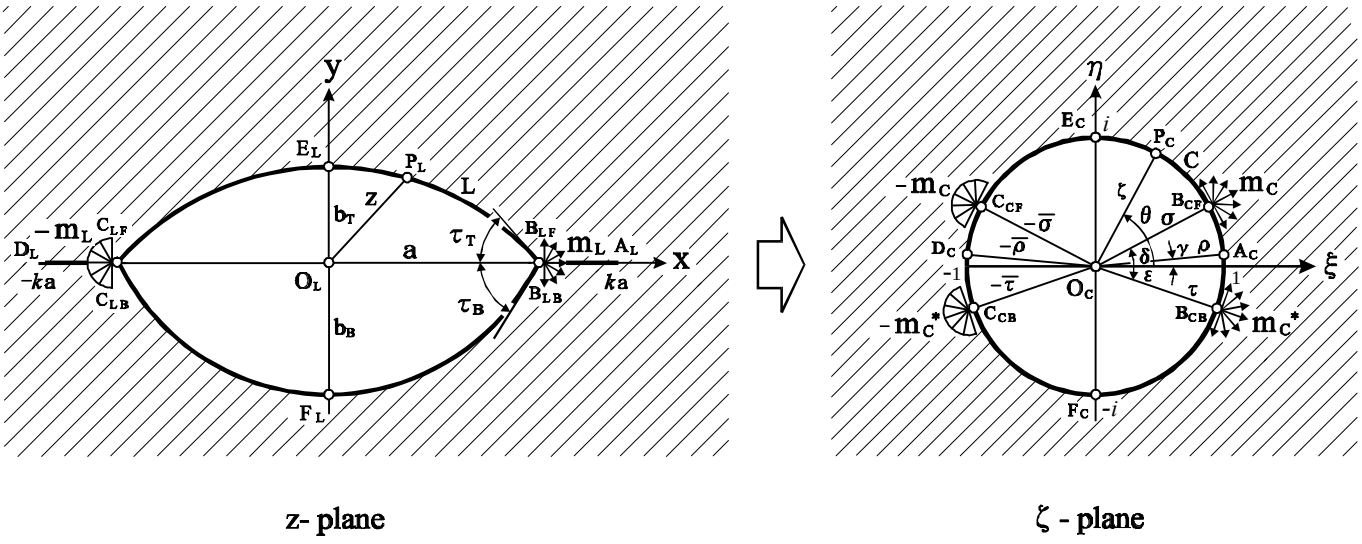

Fig. 1　Conformal mapping from the exterior to a nonsymmetrical lenticular form with overhangs attached at both sides onto the exterior to a unit circle

Copyright©2000 by JSCFD

を上記の方法を利用して求める。　それには、物体の表面に置かれた等しい強さの一対の涌き出しと吸い込みによる流れの流線は円弧であり、上述の両凸レンズ形の輪郭線も円弧であることに注意すればよい。

いま、両凸レンズ形の長半径をa，上側の後縁角をτ_T，下側のそれをτ_Bとすると、写像関数は Fig. 1 を参照することにより以下のようにして求めることができる。　まず、Fig. 1 に示すように非対称両凸レンズ形の周縁上に強さm_Lの一対の涌き出しと吸い込みを、単位円の周縁上に強さm_Cとm_C*の一対の涌き出しと吸い込みを置くと、両者の図形の表面は流線に一致することに注意する。　ここで、物理平面をz－平面、写像平面をζ－平面として、両平面での流れを表す複素速度ポテンシャルfを Fig. 1 を参照して求めると、

$$f = m_L \log\frac{z-a}{z+a} + \text{const} \tag{1}$$

$$f = m_C \log\frac{V-s}{V+\bar{s}} + m_C{}^* \log\frac{V-t}{V-\bar{t}} + \text{const} \tag{2}$$

となる。　ここに、$z=a$，$-a$は、それぞれ、z－平面上の点B_{LF}（B_{LB}），点C_{LF}（C_{LB}）を表し、$\zeta=\sigma$，$-\bar{\sigma}$，τ，$-\bar{\tau}$は、それぞれ、ζ－平面上の点B_{CF}，C_{CF}，B_{CB}，C_{CB}を表している。　さらに、仕切り板の先端の点A_L，D_Lはz－平面では$z=ka$，$-ka$（$k\geqq 1$）であり、これらの点はζ－平面上の点A_C，D_Cに写像されて、それぞれ、$\zeta=\rho$，$-\bar{\rho}$　で表されるものとする。

等角写像に際して流量が保存されるので次式が成り立つ。

$$m_L(p - t_T) = m_C p \tag{3}$$

$$m_L(p - t_B) = m_C{}^* p \tag{4}$$

そこで、式(1) と式(2) より複素ポテンシャルfを消去し、式(3)，(4) の関係を考慮に入れて整理すると次式を得る。

$$\frac{z-a}{z+a} = C\left(\frac{V-s}{V+\bar{s}}\right)^p\left(\frac{V-t}{V+\bar{t}}\right)^q \tag{5}$$

ここに、Cは未知の定数で、p，qは次式で与えられる。

$$p \equiv \frac{m_C}{m_L} = 1 - \frac{t_T}{p} \tag{6}$$

$$q \equiv \frac{m_C{}^*}{m_L} = 1 - \frac{t_B}{p} \tag{7}$$

ここで、$z\to\infty$　が　$\zeta\to\infty$　に対応することを要請すると、明らかに$C=1$となる。

ここで、ζ－平面上の点$\zeta=\sigma$，$\zeta=\tau$，および、$\zeta=\rho$を極形式で次のように書き表す。

$$s = e^{id},\quad t = e^{ie},\quad r = e^{ig} \tag{8}$$

ただし、偏角δ，ε、およびγの間には次の関係がある。

$$-\frac{1}{2}p < e < g < d < \frac{1}{2}p \tag{9}$$

そこで、仕切り板の先端の点A_Lとその写像点A_Cとの間に成り立つ次の関係式

$$\left(\frac{z-a}{z+a}\right)_{|z=ka}$$

$$= \left[\left(\frac{V-s}{V+\bar{s}}\right)^p\left(\frac{V-t}{V+\bar{t}}\right)^q\right]_{|V=r} \tag{10}$$

に式(8) を代入してオイラーの公式を用いると、上式は次式のように書き改められる。

$$\frac{k-1}{k+1}e^{i0}$$

$$= \left(\frac{\sin\frac{1}{2}(d-g)}{\cos\frac{1}{2}(d+g)}e^{-i\left(\frac{1}{2}p-d\right)}\right)^p\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(g-e)}{\cos\frac{1}{2}(g+e)}e^{-i\left(\frac{1}{2}p+e\right)}\right)^q \tag{11}$$

ここで、両辺の絶対値と偏角のそれぞれを等置することによって次の関係式

$$\frac{k-1}{k+1} = \left(\frac{\sin\frac{1}{2}(d-g)}{\cos\frac{1}{2}(d+g)}\right)^p\left(\frac{\sin\frac{1}{2}(g-e)}{\cos\frac{1}{2}(g+e)}\right)^q \tag{12}$$

$$-\left(\frac{1}{2}p - d\right)p + \left(\frac{1}{2}p + e\right)q = 0 \tag{13}$$

が導かれる。　ただし、$k\geqq 1$である。

Copyright ©2000 by JSCFD

さて、z－平面上の点A_L，D_Lはよどみ点であるから、式(6),(7)の関係式に注意すると、ζ－平面において式(2)より次式が成り立つ。

$$0=\frac{1}{m_L}\frac{df}{dV}\Big|_{V=r}$$

$$=\frac{p(s+\bar{s})}{(r-s)(r+\bar{s})}+\frac{q(t+\bar{t})}{(r-t)(r+\bar{t})} \qquad (14)$$

上式に式(8)を代入し、オイラーの公式を利用して整理すると、最終的に次式が導かれる。

$$\sin g=\frac{p\cos d\sin e+q\sin d\cos e}{p\cos d+q\cos e} \qquad (15)$$

非対称な両凸レンズ形の後縁角τ_T，τ_Bは既知量であるから式(6),(7)より定数p，qは既知量となる。　そこで、偏角δ(＝argσ)を任意に指定すると偏角ε(＝argτ)が式(13)より決まり、従って、偏角γ(＝argρ)が式(15)より求まる。　そこで、これらの偏角を式(12)に代入すれば、定数kが、すなわち、仕切り板の長さが確定する。

特別な場合として、式(5)においてτ＝σとおくと、複素速度ポテンシャルfは仕切り板を取り付けない非対称な両凸レンズ形のそれと一致する(3)。

次に、C＝1であることに注意して式(5)よりzについて解いてその結果を少し変形すると、写像関数は最終的に次式で表される。

$$z=a\frac{A(V)+B(V)}{A(V)-B(V)}\equiv g(V) \qquad (16)$$

ここに、

$$A(V)=\left(1+\frac{\bar{s}}{V}\right)^p\left(1+\frac{\bar{t}}{V}\right)^q \qquad (17)$$

$$B(V)=\left(1-\frac{s}{V}\right)^p\left(1-\frac{t}{V}\right)^q \qquad (18)$$

3．ローラン展開

ここでは、式(16)の写像関数をζ－平面上でローラン級数に展開することを考える。　まず、式(17),(18)を二項定理を用いてべき級数に展開し、その結果を整理して複合同順の形式で表すと次のようになる。

$$A(V)\pm B(V)$$

$$=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\binom{p}{i}\binom{q}{j}\left[\bar{s}^{\,i}\bar{t}^{\,j}\pm(-1)^{i+j}s^{\,i}t^{\,j}\right]\frac{1}{V^{(i+j)}}$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\sum_{j=0}^{k}\binom{p}{k-j}\binom{q}{j}\left[\bar{s}^{\,k-j}\bar{t}^{\,j}\pm(-1)^{k}s^{\,k-j}t^{\,j}\right]\right\}\frac{1}{V^k} \qquad (19)$$

そこで、上式に式(8)を代入し、オイラーの公式を利用して式を変形すると、最終的に次式が導かれる。

$$A(V)+B(V)\equiv 2\sum_{k=0}^{\infty}\frac{m_k}{V^k} \qquad (20)$$

ここに、

$$m_k=i^k\sum_{j=0}^{k}a_{j,k}\cos(jf-ky) \qquad (k=0,1,2,\cdots,\infty) \qquad (21)$$

ただし、iは虚数単位であり、係数$\alpha_{j,k}$および定数φ，ψは次式で与えられる。

$$a_{j,k}\equiv\binom{p}{k-j}\binom{q}{j} \qquad (22)$$

$$f=d-e,\quad y=\frac{1}{2}p+d \qquad (23)$$

また、

$$A(V)-B(V)\equiv 2\frac{r}{V}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{l_k}{V^k} \qquad (24)$$

ここに、

$$l_k=-\frac{1}{r}i^k\sum_{j=0}^{k+1}a_{j,k+1}\sin\left[jf-(k+1)y\right] \qquad (k=0,1,2,\cdots,\infty) \qquad (25)$$

ただし、

$$r\equiv p\cos d+q\cos e \qquad (26)$$

である。

なお、式（22）で定義される係数　$\alpha_{j,k}$ (j=0,1,・・・・,k)，(k=0,1,・・・・,∞) を求めるには、初項$\alpha_{0,k}$ を

Copyright ©2000 by JSCFD

$$a_{0,k} = \binom{p}{k} \equiv b_k \qquad (27)$$

とおいて次の漸化式

$$a_{j+1,k} = \frac{k-j}{p-k+j+1}\frac{q-j}{j+1}\, a_{j,k} \qquad (28)$$

を利用すればよい。　また、式(27)により$\beta_0 = \alpha_{0,0} = 1$が成り立つから、係数$\beta_k$(k=0,1,2,・・・,∞) は次の漸化式

$$b_{k+1} = \frac{p-k}{k+1} b_k \qquad (29)$$

を順次に適用していけば求まる。

上記の手順に従って係数μ_k，λ_k (k=0,1,2,・・・,∞) が確定すると、式(16),(20),(24) より写像関数はζ－平面上で次式のようにローラン級数で展開できる。

$$z = \frac{a}{r} V \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{m_k}{V^k}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{l_k}{V^k}} \equiv a\, V \sum_{k=0}^{\infty} \frac{n_k}{V^k} \qquad (30)$$

ここに、

$$a \equiv \frac{a}{r} \qquad (31)$$

係数ν_k (k=0,1,2,・・・,∞)と係数μ_k，λ_k (k=0,1,2,・・・,∞)との間に成り立つ関係式を式(30)を利用して導くと

$$n_k = m_k - \sum_{j=0}^{k-1} l_{k-j} n_j \qquad (32)$$

$$(k = 1,2,\cdots,\infty)$$

となる。　ここで、式(22),(23) に注意すると、式(21)より$\mu_0 = 1$であり、また式(25),(26) より$\lambda_0 = 1$であることが分かる。　さらに、これらの関係と式(30)より$\nu_0 = 1$となる。　従って、これらの条件式の下で漸化式(32)を順次に解いて行けば、係数ν_k(k=0,1,2,・・・,∞) が確定するので、式(30)により写像関数はローラン級数の形で与えられる。

４．複素速度ポテンシャル(4)

長軸に関して非対称な両凸レンズ形の横断面を有し、その両端に仕切り板を取り付けられた水中トンネル構造本体が、無限に広がる海中を剛体運動する状態を想定する。　また、海水は非圧縮性の完全流体であり、流れ場は渦なしであると仮定する。

まず、構造本体の中心O_Lが静止位置から時間tだけ経過後にz－平面に占める位置を$z_0(t)$とし、構造本体の剛体としての回転角を$\chi(t)$ とすると、構造本体の表面上の任意点のζ－平面における位置は、式(30)で与えられる写像関数

$$z \equiv g(V) = aV\sum_{k=0}^{\infty} \frac{n_k}{V^k} \qquad (33)$$

を用いて次のように表される。

$$z(V,t) \equiv G(V,t) = z_0(t) + e^{i\,c(t)} g(V) \qquad (34)$$

ここに、

$$z_0(t) = x_0(t) + iy_0(t) \qquad (35)$$

次に、構造本体の剛体運動により引き起こされる流れ場を記述する複素速度ポテンシャルfを、速度ポテンシャルΦと流れ関数Ψを用いて

$$f(V,t) = F(V,t) + iY(V,t) \qquad (36)$$

と表す。　そして、この複素速度ポテンシャルfを構造本体の並進運動に関係する複素速度ポテンシャルf_Tと回転運動に関係するそれf_Rとに分解して次のように表す。

$$f(V,t) = f_T(V,t) + f_R(V,t) \qquad (37)$$

ここに、

$$f_T(V,t) = \Phi_T(V,t) + i\Psi_T(V,t) \qquad (38)$$

$$f_R(V,t) = \Phi_R(V,t) + i\Psi_R(V,t) \qquad (39)$$

構造本体が並進運動する場合に、ζ－平面上にある単位円Cの表面において成り立つ流体の不透過条件

$$\mathrm{Re}\left(V\frac{df_T}{dV}\right) = \mathrm{Re}\left(V\frac{\partial G}{\partial V}\frac{\partial \overline{G}}{\partial t}\right), \quad |V| = 1 \qquad (40)$$

に式(34)を代入し、$\dot{c} = 0$に注意して整理すると最終的に次式が導かれる。

$$\mathrm{Im}\, f_T = \mathrm{Im}\left(\dot{\bar{z}}_0 e^{ic} g\right) \qquad (41)$$

Copyright ©2000 by JSCFD

上式に式(33)を代入して複素速度ポテンシャル f_T を求めると、次のようになる。

$$f_T = a\left(-\dot{z}_0 e^{-ic}\frac{1}{V} + \dot{\bar{z}}_0 e^{ic}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{n_{k+1}}{V^k}\right) \qquad (42)$$

構造本体が回転運動する場合、同様に次の不透過条件

$$\mathrm{Re}\left(V\frac{df_R}{dV}\right) = \mathrm{Re}\left(V\frac{\P G}{\P V}\frac{\P \overline{G}}{\P t}\right), \quad |V| = 1 \qquad (43)$$

に式(34)を代入し、$\dot{z}_0 = 0$ に注意して整理すると、複素速度ポテンシャル f_R が満たす条件式として最終的に次式

$$\mathrm{Im}\, f_R = -\frac{1}{2}\dot{c}(t) g(V)\overline{g(V)} \qquad (44)$$

が導かれる。　上式の右辺の $g(V)\overline{g(V)}$ は式(33)を用いると

$$g(V)\overline{g(V)} = a^2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(\sum_{j=0}^{\infty} n_{j+k}\overline{n_j}\right)\frac{1}{V^k}$$

$$\equiv a^2\sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k\frac{1}{V^k} \qquad (45)$$

と表される。　ここに、

$$h_k \equiv \sum_{j=0}^{\infty} n_{j+k}\overline{n_j} \qquad (46)$$

$$(k = -\infty,\cdots,-1,0,1,\cdots,\infty)$$

次に、$g(V)\overline{g(V)}$ は実数であり、単位円の円周上で $V\overline{V}=1$ が成り立つことに注意すると、$g(V)\overline{g(V)}$ は

$$g(V)\overline{g(V)} = \overline{g(V)\overline{g(V)}}$$

$$= \overline{a^2\sum_{j=-\infty}^{\infty}\frac{h_j}{V^j}}$$

$$= a^2\sum_{j=-\infty}^{\infty}\overline{h_j}V^j$$

$$= a^2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\overline{h_{-k}}\frac{1}{V^k} \qquad (47)$$

となる。　従って、式(45),(47)より次式が成り立つ。

$$h_k = \overline{h_{-k}}\ , \quad (k = 0,1,2,\cdots,\infty) \qquad (48)$$

この関係式に注意して。$g(V)\overline{g(V)}$ を書き改めると、次のようになる。

$$g(V)\overline{g(V)} = a^2\sum_{j=-\infty}^{\infty}\frac{h_j}{V^j}$$

$$= a^2\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_{-k}}{V^{-k}} + h_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_k}{V^k}\right)$$

$$= a^2\left(\frac{1}{2}h_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_k}{V^k} + \overline{\frac{1}{2}h_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_k}{V^k}}\right)$$

$$= 2a^2\,\mathrm{Im}\, i\left(\frac{1}{2}h_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_k}{V^k}\right) \qquad (49)$$

結局、複素速度ポテンシャル f_R は式(44),(49)より

$$f_R \equiv -\mathrm{i}a^2\dot{c}\left(\frac{1}{2}h_0 + \sum_{j=1}^{\infty}\frac{h_j}{V^j}\right) \qquad (50)$$

として求まる。

5．非定常流体力[4]

非圧縮性完全流体の２次元渦なし流れが非定常である場合に拡張されたブラジュウスの公式を利用して水中トンネルの構造本体の表面に作用する非定常流体力を評価することで、仮想質量と仮想慣性モーメントを求める。　それには、静止流体の中を構造本体が剛体運動する場合に、その並進運動の加速度 $\ddot{z}_0$ に比例する係数が構造本体の質量に付加される仮想質量となり、回転運動の角加速度 $\ddot{c}$ に比例する係数が構造本体の慣性モーメントに付加される仮想慣性モーメントとなることに注意すればよい。

構造本体の姿勢が水平であるとして、上記の非定常流体力を中心 O_L に関する力－偶力系に変換した場合に、合力Fと偶力のモーメント M_0 は、構造本体表面の輪郭線をLとして公式[4]

$$F = (X + \mathrm{i}Y)_{|c=0}$$

$$= \mathrm{i}r\frac{d}{dt}\oint_L (z - z_0)\, d\Phi_{T|c=0} \qquad (51)$$

Copyright ©2000 by JSCFD

$$M_o = \frac{1}{2}\,r\,\mathrm{Re}\frac{d}{dt}\oint_L (z-z_0)(\bar{z}-\bar{z}_0)\,df_R\Big|_{c=0} \qquad (52)$$

で与えられる。　ここに、ρは流体の密度である。

合力Fを具体的に計算するには、式(51)において式(33)を式(34)に用いてz－z$_0$をζの関数で表し、

$$\Phi_T = \mathrm{Re}\,f_T = \frac{1}{2}(f_T + \overline{f_T}) \qquad (53)$$

の関係式に式(42)を用いてΦ_Tをζの関数で表して積分変数をzからζに変換し、Appendix A に示すように留数定理を応用して単位円の円周Cに沿っての積分計算を実行すればよい。　すなわち、

$$F = \frac{1}{2}\mathrm{i}\,r\frac{d}{dt}\oint_C g(V)\frac{d}{dV}f_T(V)\,dV$$

$$+\frac{1}{2}\mathrm{i}\,r\overline{\frac{d}{dt}\oint_C \overline{g(V)}\frac{d}{dV}f_T(V)\,dV}$$

$$= 2\pi r a^2 n_2 \ddot{\bar{z}}_0 - \pi r a^2(1+g_T)\ddot{z}_0 \qquad (54)$$

ここに、

$$g_T \equiv \sum_{j=1}^{\infty}(j-1)n_j\overline{n_j} \qquad (55)$$

従って、構造本体の中心O$_L$に作用する非定常流体力Fの長軸方向の成分Xと短軸方向の成分Yは、式(35)と式(54)より次式で与えられる。

$$X = -\pi r a^2\{(1+g_T-2\mathrm{Re}n_2)\ddot{x}_0 - 2(\mathrm{Im}\,n_2)\ddot{y}_0\} \qquad (56)$$

$$Y = -\pi r a^2\{-2(\mathrm{Im}n_2)\ddot{x}_0 + (1+g_T+2\mathrm{Re}n_2)\ddot{y}_0\} \qquad (57)$$

ここで、係数ν$_2$を式(32)の漸化式を用いて具体的に書き表すと

$$n_2 = m_2 - l_2 n_0 - l_1(m_1 - l_1 n_0) \qquad (58)$$

となるので、ν$_0$＝1の関係と式(21),(25) より係数ν$_2$は実数であることが分かる。　すなわち、次式が成り立つ。

$$\mathrm{Im}n_2 = 0 \qquad (59)$$

次に、式(33),(34)に注意して式(45),(50)を式(52)に用いると、構造本体の中心O$_L$に関する偶力のモーメントM$_O$が求まる。　構造本体の表面に作用する非定常流体力の合力Fを求める場合と同様の積分計算を実行すると、次式が得られる。

$$M_0 = \frac{1}{2}\,r\,\mathrm{Re}\frac{d}{dt}\oint_C g(V)\,\overline{g(V)}\,\frac{d}{dV}f_R(V)\,dV$$

$$= -\pi r a^4 g_R \ddot{c} \qquad (60)$$

となる。　ここに、g_Rは次式で定義される実数である。

$$g_R \equiv \sum_{j=1}^{m} j h_j \overline{h_j} \qquad (61)$$

最後に、構造本体が剛体として行う長軸方向の並進運動に対する仮想質量m$_H$ と、同じく短軸方向の並進運動に対する仮想質量m$_V$ は、式(59)に注意すると式(56),(57) より

$$m_H = \pi r a^2(1+g_T-2n_2) \qquad (62)$$

$$m_V = \pi r a^2(1+g_T+2n_2) \qquad (63)$$

として求まる。　そして、構造本体の中心O$_L$ の廻りの回転運動に対する仮想慣性モーメントm$_R$ は、式(60)より次式

$$m_R = \pi r a^4 g_R \qquad (64)$$

で与えられる。

6．計算結果と考察

横断面形状が長軸に関して非対称な両凸レンズ形で、その両端に仕切り板を取り付けた水中トンネル構造本体に対する仮想質量m$_H$ ，m$_V$ と仮想慣性モーメントm$_R$ について数値計算を行った。　その際、構造本体の長半径がa＝１３m で後縁角τ（＝τ$_T$ ＋τ$_B$ ）を９０°に固定するという条件の下で仕切り板の長さを変えて、それが仮想質量m$_H$ ，m$_V$ と仮想慣性モーメントm$_R$ に及ぼす影響を調べた。　ただし、水中トンネルの構造本体の中心O$_L$ から仕切り板の先端A$_L$ までの長さの構造本体の長半径aに対する比率をkとする。

そして、厚みが単位の長さである仮想的な構造本体が排除する流体の質量で無次元化した各種の仮想質量を$\overline{m}_H$，$\overline{m}_V$ とし、同じく、流体部分の２次極モーメントで無次元化した

Copyright ©2000 by JSCFD

仮想慣性モーメントを$\overline{m}_R$とする。　上側と下側の後縁角を２通りに変えて計算した結果をTable　1とTable　2に示す。　ただし、τ(＝τ$_T$＋τ$_B$)を９０°に固定した。なお、数値計算に用いたローラン級数の項数は９０である。

Table 1　Non-dimensional virtual masses and virtual moment of inertia (τ$_T$=35°, τ$_B$=55°)

Case	k	$\overline{m}_H$	$\overline{m}_V$	$\overline{m}_R$
(1)	1.00	0.438	2.47	0.82
(2)	1.07	0.423	2.66	1.03
(3)	1.10	0.422	2.75	1.15
(4)	1.12	0.422	2.86	1.30
(5)	1.15	0.421	2.99	1.48
(6)	1.17	0.421	3.13	1.70

Table 2　Non-dimensional virtual masses and virtual moment of inertia (τ$_T$=40°, τ$_B$=50°)

Case	k	$\overline{m}_H$	$\overline{m}_V$	$\overline{m}_R$
(7)	1.00	0.430	2.46	0.86
(8)	1.10	0.425	2.82	1.36
(9)	1.13	0.425	2.92	1.53
(10)	1.15	0.424	3.06	1.74
(11)	1.18	0.424	3.21	1.98
(12)	1.21	0.424	3.38	2.28

上記の数値計算の結果から、仕切り板の長さが増すと構造本体の短軸方向の並進運動に対する仮想質量m_Vと回転運動に対する仮想慣性モーメントm_Rは増加するが、長軸方向の並進運動に対する仮想質量m_Hは僅かに減少する傾向が見受けられるもののその影響はほとんどないと言える。

参考文献

(1) 今井功，“等角写像とその応用”，岩波書店、1979，pp．37－39

(2) 今井功，“流体力学と複素解析”，日本評論社，1981，pp．144－162

(3) 神部俊一，山本真二，“非対称な両凸レンズ形の鈍頭物体に関する仮想質量について”，第１３回数値流体力学シンポジウム講演論文集，1999，F08-5

(4) 今井功，“流体力学（前編）”，掌華房，1993，pp．408－415

APPENDIX　A

$$\frac{1}{2}\mathrm{i}\,r\frac{d}{dt}\oint_C g(V)\frac{d}{dV}f_T(V)\,dV$$

$$=\frac{1}{2}ir\frac{d}{dt}\left\{2p\,i\,\mathrm{Res}\left[g(V)\frac{d}{dV}f_T(V)\right]\right\}$$

$$=-pra^2\left(\ddot{z}_0-n_2\ddot{\bar{z}}_0\right) \qquad \text{(A1)}$$

ここに、

$$g(V)\frac{d}{dV}f_T(V)$$

$$=a^2\sum_{j=0}^{\infty}\frac{n_j}{V^{j-1}}\left(\dot{z}_0\frac{1}{V^2}-\dot{\bar{z}}_0\sum_{k=0}^{\infty}k\frac{n_{k+1}}{V^{k+1}}\right) \qquad \text{(A2)}$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{i}\,r\overline{\frac{d}{dt}\oint_C \overline{g(V)}\frac{d}{dV}f_T(V)\,dV}$$

$$=\frac{1}{2}ir\overline{\frac{d}{dt}\left\{2p\,i\,\mathrm{Res}\left[\overline{g(V)}\frac{d}{dV}f_T(V)\right]\right\}}$$

$$=-pra^2\left(g_T\ddot{z}_0-n_2\ddot{\bar{z}}_0\right) \qquad \text{(A3)}$$

ここに、

$$\overline{g(V)}\frac{d}{dV}f_T(V)$$

$$=a^2\sum_{j=0}^{\infty}\bar{n}_jV^{j-1}\left(\dot{z}_0\frac{1}{V^2}-\dot{\bar{z}}_0\sum_{k=0}^{\infty}k\frac{n_{k+1}}{V^{k+1}}\right) \qquad \text{(A4)}$$

Copyright ©2000 by JSCFD