弾性変形を伴う羽ばたき翼の解析

The Analysis of a Flapping wing with Elastic deformation

山口　学，電通大院，調布市調布ヶ丘１‐５‐１， E-mail:yama-m@kuroda.mce.uec.ac.jp
田中　太，電通大院，調布市調布ヶ丘１‐５‐１， E-mail:tanaka-f@kuroda.mce.uec.ac.jp
黒田成昭，電通大，調布市調布ヶ丘１‐５‐１， E-mail:kuroda@mce.uec.ac.jp
Manabu Yamaguchi, Univ. of Electro-Communications, Chofugaoka 1-5-1, Chofu, Tokyo, 182 Japan
Futoshi Tanaka, Univ. of Electro-Communications, Chofugaoka 1-5-1,Chofu, Tokyo, 182 Japan
Shigeaki Kuroda, Univ. of Electro-Communications, Chofugaoka 1-5-1, Chofu, Tokyo, 182 Japan

In this paper, the thrust generation, the efficiency and the flow field of flapping wing with elastic deformation by fluid force are investigated numerically. The Navier-Stokes equation and the equation of elastic deformation are combined by using the Newton- Raphson method. Then, the calculation of flow field and deformation of elastic wing are carried out simultaneously. The thrust generated by an elastic wing exceeds the thrust of rigid wing with the increase of moving frequency. Furthermore, The thrust generated of flapping wing with appropriate elasticity becomes higher than that of rigid wing. Elastic deformation of wing increases the thrust component of fluid force. This is the main factor that improves the characteristics of thrust generation of elastic wing.

1.　はじめに

生物の運動メカニズムへの理解や従来と異なる新しい推力発生機構のアイデアを得ることを目的として，生物を模した羽ばたき機構の研究が行われている。羽ばたき翼の具体的な例としては「鳥・昆虫の羽」や「魚類をはじめとした水棲動物の尾鰭」などが考えられる。これまでの研究の多くは弾性変形を考慮しない剛体翼が多く計算対象となってきた[1),2)]。

本論文では羽ばたき運動により生じる流体力によって弾性変形する平板翼を対象に数値解析を行った。そして羽ばたき運動に含まれる様々な要因が推力の発生にどのような影響・役割を持っているのかを調べた。

流体力によって弾性変形する翼まわりの流れ場の解析では、弾性変形と流れ場が互いに影響を及ぼし合う相互干渉が発生し，その上で翼の弾性変形や流れ場が決定される。しかし、弾性変形問題で従来よく用いられてきた弾性変形と流れ場を交互に計算する計算方法では、これを正確に取り扱うことができない。本論文では、翼表面に作用する流体力のみを直接の未知数として取り扱い N-S 方程式と弾性変形の方程式を結合した。その方程式を数値的な微分を用いた Newton-Raphson 法により同時に計算する方法を用いた[3)]。

2.　記号

$C_l = \dfrac{l}{1/2\,\rho U^2 c}$:揚力係数

$C_n = \dfrac{n}{1/2\,\rho U^2 c}$:推力係数

$C_{mj} = \dfrac{m_j}{1/2\,\rho U^2 c^2}$:モーメント係数

$C_p = -C_l \dfrac{dh}{dt} - C_{m0}\dfrac{dq}{dt}$ ：パワー係数

$h = \dfrac{\overline{C}_n U}{\overline{C}_p}$:効率　（$\overline{C}_n$ と $\overline{C}_p$ は１周期平均を示す）

c:翼弦長(代表長さ)　**U**:一様流(代表速度)　**ρ**:密度
l:揚力　**n**:推力

3.　解析モデル

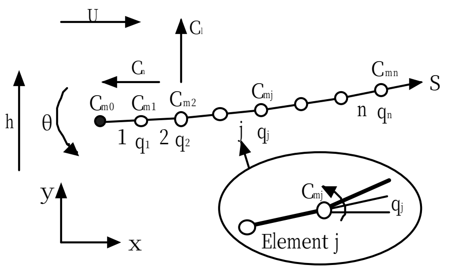


Fig. 1 Schematic of elastic wing

図１に羽ばたき翼の計算モデルを示す。平板はｎ個の要素に分割された形でモデル化した。平板の前縁部を以下の 2 式によりピッチング及びヒービング運動させる。

ピッチング運動：　$\theta = \theta_0 \sin(2\pi ScT)$　(1)

ヒービング運動：　$h = h_0 \sin(2\pi ScT + \phi)$　(2)

h 及びθはそれぞれ y 正方向と反時計回りを正とする。そして位相差φを与えることで二つの運動の関係を操作している。

要素ｊの端でのモーメント C_{mj} を計算しモーメント分布 $C_m(s)$ を求めた。要素内では両端のモーメントが線形変化すると仮定している。平板の弾性変形は曲げ剛性 EI が変形後も一定であると仮定し以下の方程式より計算する。

$$\frac{dq(s)}{ds} + \frac{C_m(s)}{EI}\left(1+q(s)^2\right)^{\frac{3}{2}} = 0 \qquad (3)$$

これを 4 次のルンゲクッタ法を用いて積分したわみ角（変位）分布 q(s)を求めた。

各要素の端点でのモーメントと変位量をそれぞれ変形流体力ベクトル $\mathbf{f}=(C_{m1}, C_{m2}, \cdots, C_{mn})$ と変位ベクトル $\mathbf{b}=(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ として定義しておき後の計算で用いる。

4. 計算方法

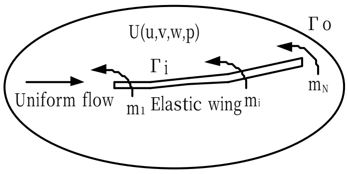


Fig. 2 Schematic representation for computational model

図2に平板周りの流れ場のモデルを示す。計算対象を領域Dで表わす。領域Dには外側境界の境界条件 Γ_o と内側境界の境界条件 Γ_i、さらにD内部で定義された未知なる流れ場 $\mathbf{U}^{new}$ と過去の既知なるいくつかの流れ場 $\mathbf{U}^{old(1)}$, $\mathbf{U}^{old(2)}$・・・がその要素としてある。物体境界の変位、速度、加速度を自由度数nのベクトル $\mathbf{b}$, $d\mathbf{b}/dt$, $d^2\mathbf{b}/dt^2$ で表わす。

$$\mathbf{b}=(q_1, q_2, \cdots, q_n) \tag{4}$$

$$\frac{d\mathbf{b}}{dt}=\left(\frac{db_1}{dt}, \frac{db_2}{dt}, \cdots, \frac{db_n}{dt}\right) \tag{5}$$

$$\frac{d^2\mathbf{b}}{dt^2}=\left(\frac{d^2b_1}{dt^2}, \frac{d^2b_2}{dt^2}, \cdots, \frac{d^2b_n}{dt^2}\right) \tag{6}$$

流れ場Uは領域D内部に張られた格子点での速度と圧力を要素とするベクトル量である。

$$\mathbf{U}=\left((u,v,w,p)_{1,1,1}, \cdots, (u,v,w,p)_{imax,jmax,kmax}\right) \tag{7}$$

内側境界の境界条件 Γ_i は $\mathbf{b}$, $d\mathbf{b}/dt$, $d^2\mathbf{b}/dt^2$ によって変化する。これらは内側境界に作用する流体力 $\mathbf{f}$ によって決定され、その関係は変形方程式(3)によって支配されている。そこで流体力 $\mathbf{f}$ を外力として変形方程式を解き $\mathbf{b}$, $d\mathbf{b}/dt$, $d^2\mathbf{b}/dt^2$ を定めて内側境界の境界条件 Γ_i を決定する手続きとしてDeformを定義する。

$$\Gamma_\mathbf{i}(\mathbf{b}, \dot{\mathbf{b}}, \ddot{\mathbf{b}})=\mathrm{Deform}(\mathbf{f}) \tag{8}$$

流れ場の支配方程式としては連続の式とNSの式を用いる。

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=\mathbf{0} \tag{9}$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}=-\mathrm{grad}P+\frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\mathbf{u} \tag{10}$$

境界条件 Γ_o, Γ_i と過去の流れ場 $\mathbf{U}^{old(1)}$, $\mathbf{U}^{old(2)}$・・・を既知量として、式(9)と式(10)から未知の流れ場 $\mathbf{U}^{new}$ を計算する手続きのことをLと定義する。このとき流れ場の計算手続きLと境界条件Γ, 流れ場Uには以下の関係がある。

$$\mathbf{U}(\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w},\mathbf{p})^{new}=L\left(\Gamma_\mathbf{o}, \Gamma_\mathbf{i}(\mathbf{b}, \dot{\mathbf{b}}, \ddot{\mathbf{b}}), \mathbf{U}^{old(1)}, \mathbf{U}^{old(2)}, \cdots\right) \tag{11}$$

また流れ場 $\mathbf{U}^{new}$ から内側境界の境界条件 Γ_i に作用する流体力fを求める手続きをForceとすると

$$\mathbf{f}=\mathrm{Force}\left(\mathbf{U}(\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w},\mathbf{p})^{new}\right) \tag{12}$$

となる。ここで重要なのは弾性変形問題では流れ場と弾性変形の同時性から、式(11)と式(12)は常に同時に満たされなければならないことである。

式(12)に式(11), 式(8)を代入すると形式的に以下のような非線形連立方程式が得られる。

$$\mathbf{h}=\mathbf{f}-\mathrm{Force}\left(L\left(\Gamma_\mathbf{o}, \mathrm{Deform}(\mathbf{f}), \mathbf{U}^{old(1)}, \mathbf{U}^{old(2)}, \cdots\right)\right)=\mathbf{0} \tag{13}$$

式(13)はfのみを未知数とした関数であるので流体力ベクトルfを何らかの方法で求めることができれば、式(8)より境界条件を定め、式(11)より流れ場を計算することができる。またfから計算された構造系の変位や流れ場は流体系と構造系の支配方程式を同時に満たすことができる。

式(13)は形式的に導かれた式であるので具体的に連立方程式の形に整理することはできない。しかし与えられたfに対してhを定めることはできる。そこで、これを利用してNewton-Raphson法により数値的に式を解くことができる。

Newton-Raphson法を用いて流体力ベクトルfを求めるためには式をfで微分してヤコビ行列（$\partial\mathbf{h}/\partial\mathbf{f}$）を求める必要がある。これを解析的に行なうのはこの場合不可能なので微分の定義に従って中央差分的な形で数値微分を行なう。

$$\frac{\partial\mathbf{h}}{\partial\mathbf{f}}=\frac{\mathbf{h}(\mathbf{f}+\Delta\mathbf{f})-\mathbf{h}(\mathbf{f}-\Delta\mathbf{f})}{2\Delta\mathbf{f}} \tag{14}$$

具体的な計算方法は次のようになる。最新の流れ場Uから得られる流体力ベクトルfに対して適当なΔfを仮に与え、このときのf+Δfを入力として式(8)より境界条件を定める。次に、この境界条件を用いて式(11)より流れ場Uを得る。そして、この流れ場Uから式(12)より計算された流体力を、もとのf+Δfから差をとることによって式(15)のようにh(f+Δf)が計算できるのである。式(16)h(f-Δf)についても同様である。

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(\mathbf{f}+\Delta\mathbf{f})&=(\mathbf{f}+\Delta\mathbf{f})\\&-\mathrm{Force}\left(L\left(\Gamma_\mathbf{o}, \mathrm{Deform}(\mathbf{f}+\Delta\mathbf{f}), \mathbf{U}^{old(1)}, \mathbf{U}^{old(2)}, \cdots\right)\right)\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(\mathbf{f}-\Delta\mathbf{f})&=(\mathbf{f}-\Delta\mathbf{f})\\&-\mathrm{Force}\left(L\left(\Gamma_\mathbf{o}, \mathrm{Deform}(\mathbf{f}-\Delta\mathbf{f}), \mathbf{U}^{old(1)}, \mathbf{U}^{old(2)}, \cdots\right)\right)\end{aligned} \tag{16}$$

この計算では仮に与えられた流体力ベクトルf+Δfを用いて設定される境界条件でも流れ場の計算手続きLから流れ場Uを解くことができることを前提にしている。

Newton-Raphson法の計算手順を簡単に説明する。ヤコビ行列Gを式のように定義する。

$$\mathbf{G}(\mathbf{f})=\frac{\partial\mathbf{h}(\mathbf{f})}{\partial\mathbf{f}} \tag{17}$$

以下に示す式(18)と式(19)を用いて反復計算を行ない非線形連立方程式を満たす流体力ベクトル f を求める。

$$\Delta=-\mathbf{G}(\mathbf{f})^{-1}\mathbf{h}(\mathbf{f}^n) \tag{18}$$

$$\mathbf{f}^{n+1} = \mathbf{f}^{n} + \Delta \qquad (19)$$

ここで上付き添え字nはNewton-Raphson法の反復回数を示す。その過程において流れ場Uと変形変位 **b**, 変形速度 d**b**/dt, 変形加速度 $d^2\mathbf{b}/dt^2$ も得ることができる。Newton-Raphson法の収束は条件にもよるが一般にとても速く、たかだか５，６回の繰り返し計算で十分（$|\Delta|/|f|<10^{-6}$）収束する。

5. 計算条件

計算は翼弦長を代表長さに一様流を代表速さとし無次元化をした上で計算を行った。

流れ場の計算は移動境界適合座標系を導入した MAC 法を用いた。速度の境界条件としては流入側では一様流を流出側では Sommerfelt 放射条件を用いた。そして内側境界である翼表面には相対速度 0 を用いた。圧力の境界条件には Navier-Stokes 方程式を陽的に解いて用いた。格子は直径が代表長さの 30 倍に設定したO型格子を用い半径方向に 80 点、周方向に 96 点とっている。剛体翼は曲げ剛性として $EI=10^{10}$ を指定して近似的に取り扱う。

表 1 に上記以外の計算に用いたパラメータを示す。

Table 1 Non-dimensional parameters

Reynolds number	Re=100
Flexural strength	EI=3～100
Pitching angle	$\theta_0=\pi/18$
Heaving length	h=0.2
Frequency	Sc=0.2～1.0
Time step	⊿t=0.0005

6. 位相差に関する考察

弾性翼と剛体翼に対して位相差φが平均推力係数と効率に及ぼす影響を調べる。無次元振動数は Sc=1.0，ヒービング振幅は 0.2，ピッチング角振幅は 10°とした。弾性翼は EI=10 を用いた。

図 3 に位相差φに対する平均推力係数の変化を示す。

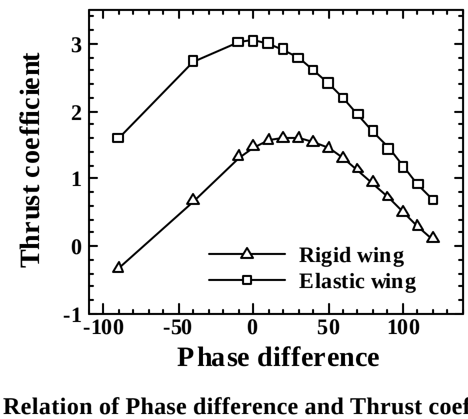


Fig. 3 Relation of Phase difference and Thrust coefficient

平均推力係数が最大になるのは剛体翼がφ=20°，弾性翼がφ=0°近辺となった。また弾性翼の平均推力係数は剛体翼に比べて常に向上している。

図 4 に位相差φに対する効率の変化を示す。

効率は、弾性翼と剛体翼共に位相差φ=80°付近で最大になる。平均推力係数と同様に弾性翼の効率は剛体翼よりも常に向上する。更に弾性翼は剛体翼に比べると位相差が最適値から外れても高い効率を維持できることがわかった。

生物の泳法では通常推力よりも効率が最大になる位相差をとる。例えば H.Hertel(1963)によると，ニジマスの尾鰭の運動をヒービング運動とピッチング運動に分解すると，その位相差は 72°と報告している[4]。今後の数値解析は，位相差を効率の最適値に近いφ=90°に固定して行う。

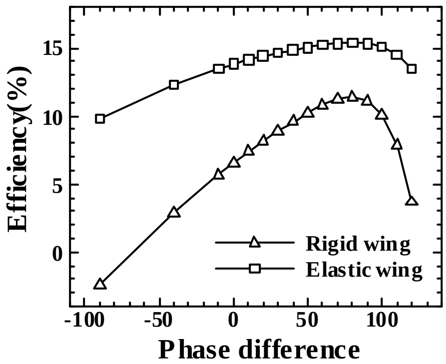


Fig. 4 Relation of Phase difference and Efficiency

図 5 に位相差+90°の時の羽ばたき運動の概要を示す。

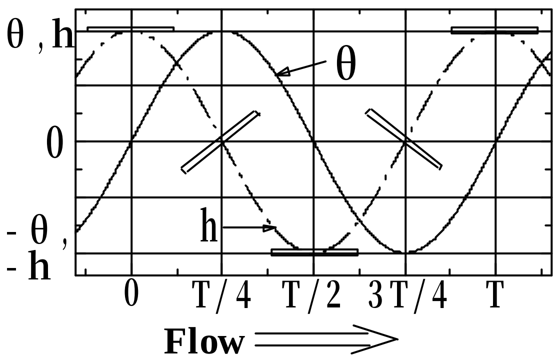


Fig. 5 Schematic of Flapping motion

7. ピッチング翼と羽ばたき翼の比較

図 6 にピッチング翼と羽ばたき翼の推力係数の時間波形を示す。計算は剛体翼を用いた。今後時間波形の振動数は Sc=1.0 を用いる。

図 6 に示すように羽ばたき翼にはヒービング運動の効果による推力の増加がみられる。推力を発生させるひとつの要因として翼の運動速度がある。これは運動速度の増加は剛体翼において翼上下での圧力差の増加に直結するためである。

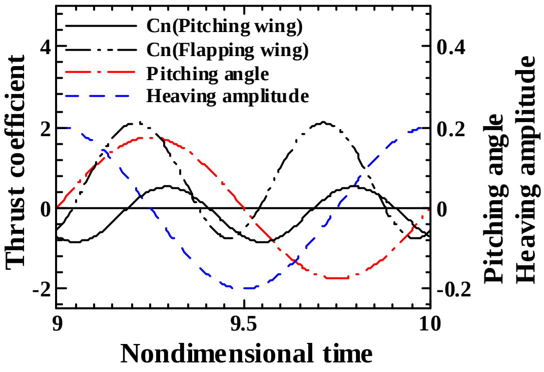


Fig. 6 Cn of Pitching and Flapping wing

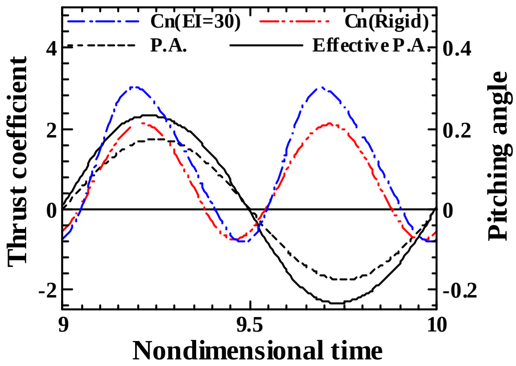


Fig. 8 Effect of Elastic deformation

ピッチング角 10°ヒービング量 0.2 の羽ばたき翼においてはヒービング運動が推力に関して支配的である。そしてピッチング運動は圧力を有効に推力につなげる役割しかない。そのためヒービング速度が最大となる t=9.25 付近に推力波形の最大値がずれる。またピッチング翼では t=9.41～9.69 であった負の推力（抗力）になる時間帯が羽ばたき翼では t=9.38～9.55 となり格段に短くなっている。しかし最小値は最大値ほどの大きな変化は無く僅かだが負の領域が残る。

図 7 に羽ばたき翼の推力の内訳を示す。

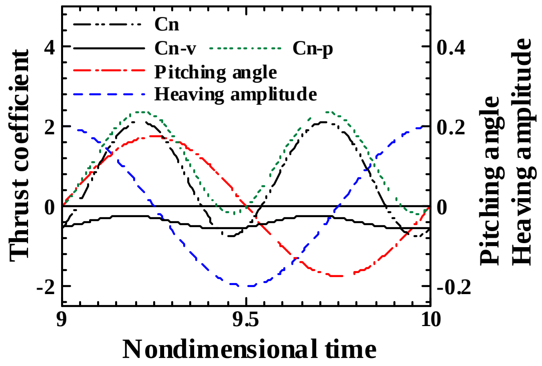


Fig. 7 Breakdown of Cn

翼に作用する力は圧力による力と粘性による力に分けられる。図 7 に示すように羽ばたき翼において負の推力（抗力）としてはたらくのは主に粘性による力である。圧力による力が負になるのはヒービング運動による加速度の絶対量が大きく流体の慣性による力が翼に作用する付近に限られている。

8. 弾性変形による影響

7 章ではピッチング翼と羽ばたき翼の比較を行ったが、この章以降では羽ばたき翼の考察のみを行う。

図 8 に弾性翼と剛体翼の推力係数の時間波形を図 9 に変形のモデル図を示す。

図 8 にある Effective Pitching angle（実効ピッチング角）とは図 9 上の α にあたる。

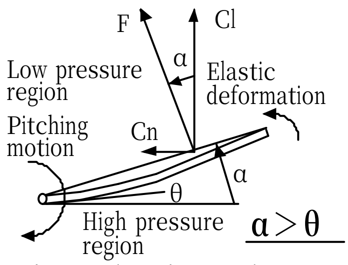


Fig. 9 Schematic of Effective Pitching angle

図 8 に示すように弾性変形は推力の向上に有効にはたらく。これは図 8,9 に示すように弾性変形することにより実効ピッチング角が実際の角度よりも絶対量が大きくなるため、翼の圧力差が同じ場合にもその圧力差を有効に推力として活用出来るためである。また弾性翼・剛体翼の間には推力に位相差が生じていることも分かる。

9. 曲げ剛性と推力の関係

図 10 に曲げ剛性ごとの推力の時間波形、図 11 に実効ピッチング角の時間波形を示す。図 13 に Sc=1.0 での剛体、EI=30、EI=10、EI=3 それぞれの T=9.0～9.5 における流れ場及び翼表面圧力分布を示す。図 13 の流れ場において翼は下方向にヒービング運動をしている。また圧力分布では弾性変形した翼に沿って座標を設定した。T=9.0～9.5 は Sc=1.0 において前半の半周期分に相当し後半の半周期では上下対称の流れ場・圧力分布となる。

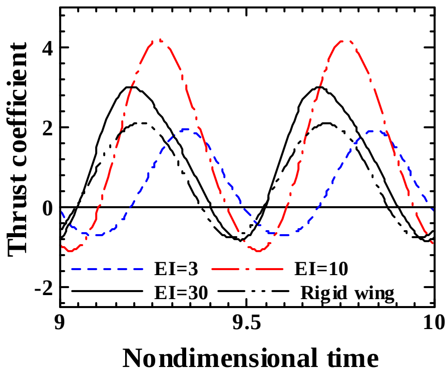


Fig. 10 Waveform of thrust coefficient

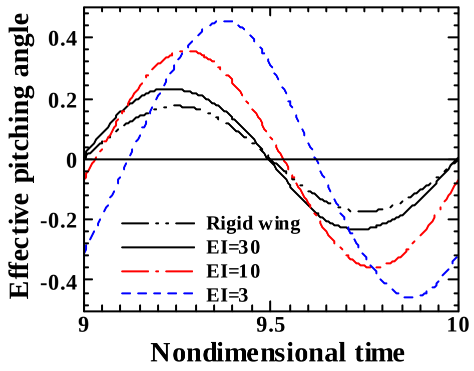


Fig. 11 Waveform of effective pitching angle

本来弾性変形は圧力場に適応することによる圧力差の低下という効果を持っている。

図 10 に示すように推力の時間波形は曲げ剛性が小さくなるにつれ位相が全体的にみて遅れている事がわかる。また図 11 に示すように曲げ剛性の減少とともに翼は圧力差に応じた弾性変形を柔軟にするようになり実効ピッチング角の振幅は増大する。その位相差は推力の時間波形同様遅れている。この実効ピッチング角に見られる位相の変化が推力の位相の変化にもつながっていると考えられる。

ヒービング速度と実行ピッチング角それぞれが最大になる時刻が一致する EI=10 では２つの相乗効果により図 10 に示すように推力の時間波形が最大の値をとる。ヒービング速度が最大になる時にはピッチング速度が 0 となる。しかし 7 章で述べたようにヒービング運動が支配的であるため影響は小さい。また推力の時間波形の最小値に最大値ほどの変化が見られないため一周期の平均は最大値の影響を強く受けることとなる。

一方 EI=3 ように極端に曲げ剛性が小さい値を取ると急激に推力が小さくなる。これは前述した弾性変形による圧力の低下だけでなく実効ピッチング角の位相が大きく遅れヒービング速度との有効なつながりを持つことが出来ないためである。これは図 13 の流れ場における弾性変形の状況や圧力分布における圧力差の低下からも判断される。また T=9.0,9.1,9.5 において翼の前後での圧力の逆転が見られる。この原因は翼前部では現在のヒービング運動の影響を受け、一方翼後部では翼が以前の運動による変形を回復する運動をするためである。

10． 推力と振動数の関係

図 12 に推力と無次元振動数の関係を示す。

図 12 に示すように振動数の増加ともに各曲げ剛性とも推力は増加していく。これは振動数の増加によりピッチング速度、ヒービング速度が共に増加し大きな圧力差を作るためである。各曲げ剛性で比較すると EI=30 では先ほど述べた圧力差を有効な弾性変形により十分に推力につなげることが出来るので剛体翼に比べ常に上回っている。一方、EI=3 では 9 章で述べた理由から振動数の増加につれて推力の増加の度合は減少する。そして Sc=0.4～0.7 までは EI=30 及び剛体翼を上回るが Sc=0.8 で EI=30 に Sc=0.8 で剛体翼に追い越される結果となる。

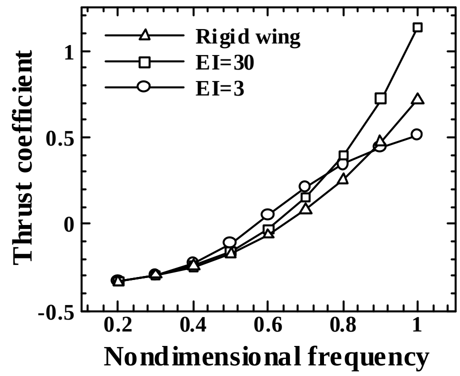


Fig. 12 Thrust coefficient

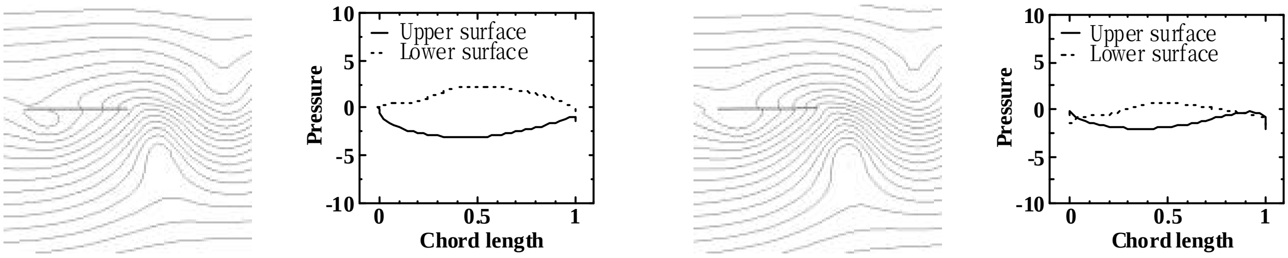
11． 結言

- 翼表面に作用する流体力のみを未知数として変形と流れの方程式を同時に計算する方法を用い、羽ばたき翼周りの流れ場を計算する事が出来た。
- ピッチング運動とヒービング運動の２つの位相差には推力ならびに効率において最適な値が存在する。
- 本論文の計算条件においてはヒービング運動が推力に関して支配的でありピッチング運動は補助的な役割を担っている。
- 弾性変形により実質的ピッチング角が増加する。この結果適当な曲げ剛性を与えれば剛体に比べて推力が向上することが分かった。
- 実効ピッチング角とヒービング運動の速度の位相が一致する曲げ剛性において振動数を固定した時の最大の推力が得られる。
- 振動数の増加と共に曲げ剛性に関わらず推力は増加する。しかし増加の割合は曲げ剛性によりそれぞれ特徴を持っている。

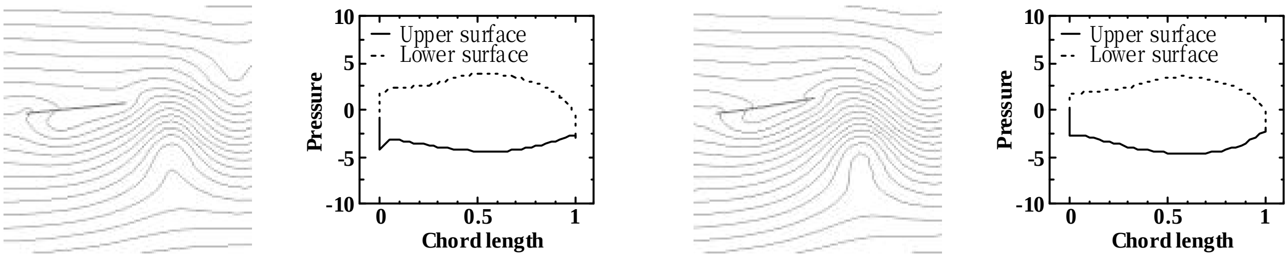
参考文献

1) 永井,照屋,上地,宮里,機論,62-593,B(1996),pp200-206
2) 仲谷,加櫓,折田,畠山,機論,56-526,B(1990),pp1601-1606
3) 田中,黒田,機論,66-648,B(2000),pp1967-1974
4) Hertel,H.(土屋喜一訳),(1985),バイオエンジニアリング(生物と運動に学ぶ),朝倉書店

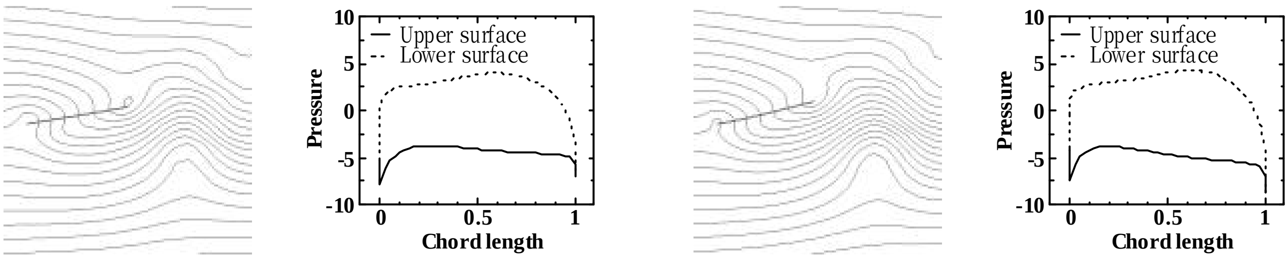
剛体（流線、翼表面圧力分布）　　　　EI=30（流線、翼表面圧力分布）



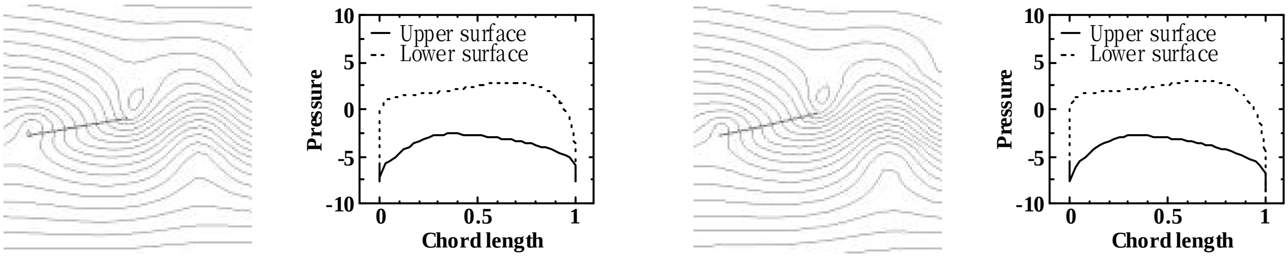
(a) T=9.0



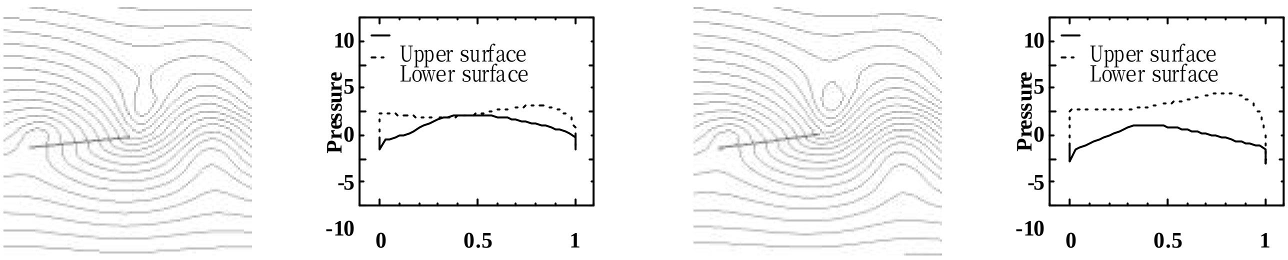
(b) T=9.1



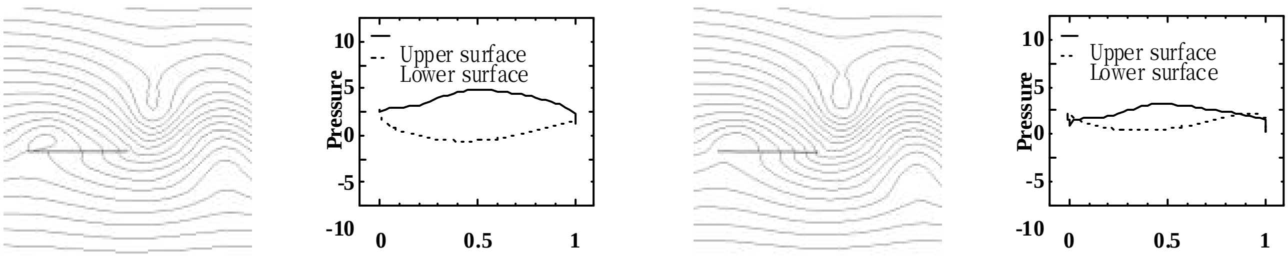
(c) T=9.2



(d) T=9.3



(e) T=9.4



(f) T=9.5

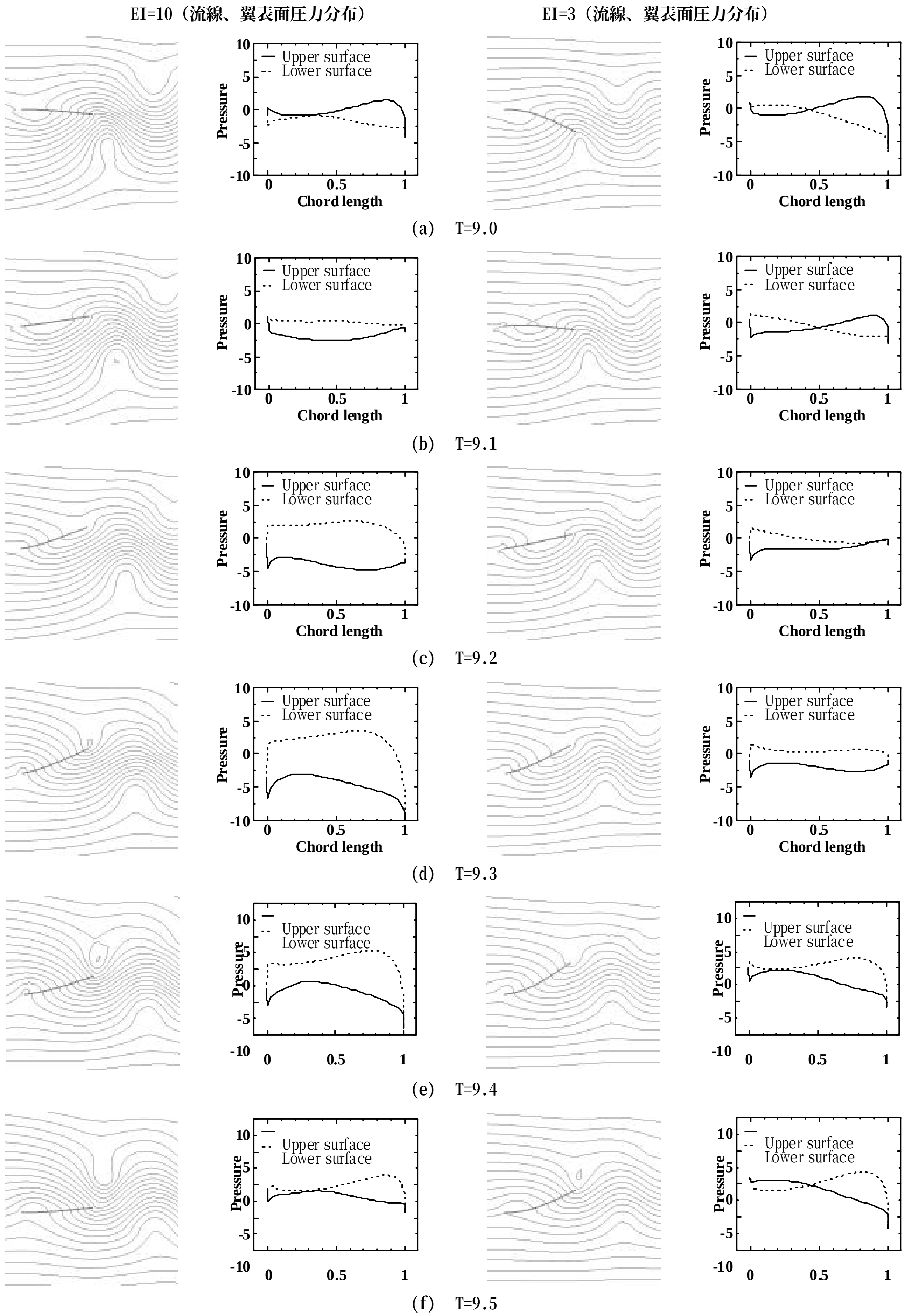


Fig. 13 Flow field and Pressure distribution