簡易クラスター型エアロスパイクノズルの数値解析

Numerical analysis of the simplified clustered aerospike nozzle

伊藤 隆, 宇宙研 (東大院・航空宇宙),〒229-8510 神奈川県相模原市, E-mail: ito@flab.eng.isas.ac.jp 藤井 孝藏, 宇宙研, 〒229-8510 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: fujii@flab.eng.isas.ac.jp Takashi Ito, ISAS (The Univ. of Tokyo), 3-1-1 Yoshinodai Sagamihara Kanagawa 229-8510 JAPAN Kozo Fujii, ISAS, 3-1-1 Yoshinodai Sagamihara Kanagawa 229-8510 JAPAN

Thrust performance of the aerospike nozzle is analyzed by the computational fluid dynamics approach. Several types of aerospike nozzles, having 6, 12 and 24 inner nozzle modules, are examined. The interaction of the exhaust flows from the neighboring modules creates a shock wave, which produces high-pressure region on the nozzle surface. The base region is not influenced by the clustering of the modules and low and high pressure ratio clearly changes the feature of the base pressure under the assumption that the chamber pressure is constant. The computed results show that the number of module influences the thrust performance and the major decrease in the thrust performance with smaller number of modules is due to the thrust loss at the ramp region.

1.はじめに

現在打ち上げコスト削減に向けて米国では完全再使用型 単段式宇宙往還機の試験機開発が進んでいる。この宇宙往 還機は単段式であるため、全行程を単一の推進システムに 頼ることになる。そのため、全行程で常に高い性能を発揮 するエアロスパイクノズルが採用されることになった。こ のノズルは 60 年代前半から 70 年代後半にかけてスペース シャトルに搭載するノズルとして候補にあがり精力的に研 究された⁽¹⁾⁻⁽⁹⁾が技術的な問題点が多くベル型ノズルにその座 を奪われ開発は停滞した。しかし、再使用型宇宙往還機に エアロスパイクノズルの使用が決定してからは米国をはじ め、ヨーロッパや日本でも研究が盛んになった⁽¹⁰⁾⁻⁽¹⁹⁾。

日本におけるエアロスパイクノズルの研究は 90 年代半ば より航空宇宙技術研究所を中心として始まった。環状型エ アロスパイクノズルに始まり^{(13), (14)}現在ではリニア型のエア ロスパイクノズルの研究に移行し⁽¹⁵⁾⁻⁽¹⁸⁾、基礎的なエアロス パイクノズルの性能評価が行なわれ成果をあげている。ま たヨーロッパでは ESA が中心となり FESTIP 計画^{(10), (11)}や APART 計画⁽¹²⁾の一環として強力に研究を推進している。

環状型エアロスパイクノズルは中心軸から半径方向の環 状の部分からノズル排気を噴射し中心のスパイクでそれを 受ける形のノズルである。またスパイクは常に外気にさら されているために外気圧に常につりあうように膨張するこ とが可能である。今まで著者らは環状型エアロスパイクノ ズルについて解析を行ない基礎的な特性を確認してきた⁽¹⁹⁾。 しかしながら、環状型エアロスパイクノズルはスロートの 加工精度や熱変形などの問題から大型化は難しい。そのた め実機には環状型エアロスパイクノズルに比べ若干性能は 劣るものの、噴射口を個々に分けたクラスター型エアロス パイクノズルが適していると考えられており、それらの流 れ特性を理解しておくことが重要である。今回はその最初 のアプローチとして単一格子で計算を行なえるように環状 型エアロスパイクノズルの噴射口を周方向に個々に分けた 形状を仮定して計算を行なった。本研究ではクラスター型 エアロスパイクノズルの基礎的な特性を確認することを目 的としている。

2.計算条件及び数値計算法

Figures 1(a)-(c) にそれぞれ 6,12,24 モジュールのエア ロスパイクノズル形状を示す。形状は等エントロピ膨張を 実現すると仮定し、エアロスパイクノズルの噴射口上流の 膨張部(モジュール部)およびスパイク部の形状を決定し⁽³⁾、 スパイク全長の 20%の位置で切断したものである。モジュ ール数は 6,12,24 の 3 通りを用いモジュール出口面積を等し くすることで全てのノズルの開口比を 6.5 に統一した。また 各モジュールの開口比は 1.7 にしている。ここで、エアロス パイクノズルの開口比は中心軸からカウルリップまでの距 離を半径とした円を出口面積として計算している。計算は Fig.1 の線内で示した範囲についてのみ計算し、周期条件を 施している。ベル型ノズルでは開口比が 6.5 の場合、圧力比 (燃焼室圧 / 外気圧) 71 で適正膨張を実現する。またモジ ュールの開口比 1.7 の場合、圧力比 7.95 で適正膨張を実現 する。圧力比は 5 から 500 まで変化させ低高度から高高度 までの状況をシミュレートした。

流れ場としては基本的に定常問題を扱うものとし、基礎 方程式には3次元 thin-layer Navier-Stokes 方程式を用いた。 対流項の離散化にはAUSM系のスキームであるSHUS⁽²⁰⁾を MUSCL法により高次精度化したものを用いた。また、時間 積分にはLU-ADI 陰解法⁽²¹⁾を用いた。乱流モデルとしては Baldwin-Lomax モデル⁽²²⁾を用いた。計算格子は流れ方向に 151 点、周方向には105 点、壁面から外側の境界までを101 点とり合計約160万点の格子点数となっている。例として Fig. 2 に12 モジュール型エアロスパイクノズルに用いた(a) 全体格子及び(b)ノズル近傍付近の格子を示す。

3.計算結果及び考察

ノズル表面上圧力分布について

各 6, 12, 24 モジュール型エアロスパイクノズルの表面上 圧力分布の形成メカニズムは一致する。そのためここでは 12 モジュール型エアロスパイクノズルのノズル表面上圧力分 布を例にとり流れ場を詳細に調べて行く。

Figure 3 に 12 モジュールの圧力比 7.95 における(a) ノズル 表面上圧力プロットと(b)モジュール間およびモジュール中 央部からノズル表面に沿ったノズル表面上の圧力分布を示 す。排気流はノズルの中心軸方向に向けて噴射するため、 ノズル傾斜部半ばで排気流同士が干渉し合う。従って、斜 め衝撃波が発生し高圧領域が存在している様子が Fig. 3(a)か らわかる。モジュール間からノズル壁面に沿った圧力分布 (〇プロット)を見ていくとこれが Fig. 3(b)の S=0.35 付近 からの急激な圧力上昇となって表れる。また、S=0.0-0.35 ま では外気圧よりも若干低い値をとりながら一定の値をとる。 これは圧力比が 7.95 の場合モジュール内では適正膨張を起 こし、排気流がモジュール出口を出たあとは膨張せず排気 流同士がノズル半ばで干渉するまではエゼクタ効果により モジュール間の領域が低圧に保たれるためである。モジュ ール中央部からノズル壁面に沿った圧力分布(プロット) を見てみるとノズルの曲率の影響で排気が圧縮され S=0.3 付近で高い圧力分布を示す。その圧縮波が排気流の外側境 界に反射し膨張波となってノズル壁面に影響を及ぼすため S=0.4 付近では圧力の低下が見られる。しかし、またノズル の曲率があるために圧力上昇が始まる。このようにして S=0.6 付近までは外部圧力とつりあうために圧力の振動が起 こる。ノズル先端部(S=0.7)における圧力ピークは排気流同 士がノズル半ばで干渉したことによる二つの斜め衝撃波が 干渉するためである。

また、ベース領域では傾斜部に比べてモジュール中央部、 及びモジュール間からノズル表面に沿った圧力分布にあま り差が見られないことからベース領域ではクラスターによ る影響が少ないことがわかる。





(a) 6module

(b) 12module



(c) 24module

Fig. 1 Configuration of the aerospike nozzles



(a) Grid distributions for the whole computational domain



(b) Grid distributions near the nozzle surface

Fig. 2 Grid distributions for the 12module aerospike nozzle



(a) Pressure contour plots



(b) Pressure distributions along the nozzle surface

Fig. 3 Pressure distributions for the 12module aerospike nozzle (Pressure ratio 7.95)

Figure 4 に 12 モジュールの圧力比 15 における(a) ノズル表 面上圧力プロットと(b)モジュール間およびモジュール中央 部からノズル表面に沿ったノズル表面上の圧力分布を示す。 Figure 4(b)のモジュール間の圧力分布 (〇プロット) を見る と排気流同士が S=0.2 で干渉するまでほぼ外気圧に等しい 圧力分布となっている。圧力比 7.95 では S=0.35 で干渉に よる圧力上昇が見られたが今回は排気流が周方向に膨張す るため排気流同士の干渉がより上流で起こっている。モジ ュール中央部からノズル表面に沿った圧力分布(プロッ ト)をみると S=0.5 で排気流同士が干渉することにより発 生した斜め衝撃波が干渉し小さな高圧領域が形成されてい る。その下流の S=0.7 付近の圧力ピークは衝撃波の背後の 高圧領域で形成された衝撃波がノズル先端付近で干渉する ためである。今回もベース領域の圧力分布はモジュール中 央部に沿った場合とモジュール間に沿った場合とでほぼ等 しい。このことから今回もベース面上のクラスター化によ る影響は少ないことが分かる。

Figure 5 に 12 モジュールの圧力比 71 における(a) ノズル表 面上圧力プロットと(b)モジュール間およびモジュール中央 部からノズル表面に沿ったノズル上の圧力分布を示す。今 回も圧力比が高くなり、より排気流が膨張するために Figs. 3(a),4(a)の場合よりもモジュール間の上流部で干渉している。 そのため Fig. 5(b)の S=0.1 付近からモジュール間(〇プロッ ト)の圧力上昇が始まる。またモジュール巾央部からノズ ル表面に沿った圧力分布(プロット)を見ると S=0.5 に 衝撃波による圧力上昇が見られる。これは Fig. 5(a)から排気 流同士の干渉による斜め衝撃波がモジュール部の下流のノ ズル端で干渉していることによる。Fig. 5(b)からこの圧力比 でもベース領域ではクラスター化による影響は少ないこと がわかる。

ここまでの議論でモジュール間およびモジュール中央部 からノズル表面に沿った圧力分布はノズル排気流同士の干 渉の影響でノズル傾斜部では大きな違いがあることが分か った。しかし、ベース領域では多少の違いはあるにせよ傾 斜部で見られるような大きな相違はみられない。これはク ラスター化してもベースにはあまり影響を及ぼさないため である。現在までの著者らの研究から軸対称型エアロスパ イクノズルのベース圧は低い圧力比においては外気圧に影 響を受け、高い圧力比では外気に影響を受けず、圧力比変 化にかかわらずある一定の値をとることが分かっている⁽¹⁹⁾。 本研究で用いたクラスター型エアロスパイクノズルのベー ス領域ではクラスター化することによる影響がすくないた めに同様な傾向が得られることが予想されるので以下でそ れを確認する。



(a) Pressure contour plots





Fig. 4 Pressure distributions for the 6module aerospike nozzle (Pressure ratio 15)



(a) **Pressure contour plots**



(b) Pressure distributions along the nozzle surface

Fig. 5 Pressure distributions for the 6module aerospike nozzle (Pressure ratio 15)

圧力比変化に対するベース面圧の変化

Figure 6 に各ノズルの圧力比に対するベースの平均圧力 を示す。グラフは圧力比 5 の状態を地上での状態とし、燃 焼室圧一定で上昇した場合を仮定したときのベース面にお ける平均圧力を圧力比に対してプロットしたものである。 飛翔体の上昇とともに環境圧は低下していくが、低空領域 (低圧力比領域)においては各ノズルともにその環境圧と ほぼ等しい値をとりながらベース面圧は減少していく。こ のことから、低空領域を上昇する間、各ノズルのベース面 圧は環境圧に大きく影響を受けることが分かる。また、圧 力推力はベース面にかかる静圧から環境圧を引いた値に効 いてくるため、低空領域においてベース面は圧力推力にあ まり寄与しないことを示している。高空領域(高圧力比領 域)においては飛翔体の上昇とともに環境圧が低下してい くのにもかかわらず、それぞれのノズルのベース面圧はあ る一定の値をとるようになる。飛翔体上昇とともに環境圧 とベース面圧との差が広がっていくことによりベース面で 稼ぐ圧力推力の寄与は飛翔体の上昇とともに増大していく。 全てのノズル形状において軸対称型エアロスパイクノズル と同じ傾向を示すことからモジュール部のクラスター化が ベース面圧力に及ぼす影響はほとんどないことがここから も分かる。各クラスター型エアロスパイクノズルのベース 圧は軸対称型エアロスパイクノズルのベース圧に比べて若 干高い圧力をとる。これは排気流同士が干渉することによ り排気流が圧縮され、ノズル表面上で高い圧力をとるため である。



Pressure Ratio



以上の議論からクラスター化によるベース面への影響は 少なく、軸対称型エアロスパイクノズルと同様なベース圧 変化の傾向を示すことがわかった。すると、各ノズル間の 性能の違いは傾斜部、及び噴射口のモジュール間のみに効 いてくることがわかる。そこで、各ノズルの部位がそれぞ れ全推力にどのように寄与しているかに注目してみる。

<u>各ノズル部位の推力に及ぼす影響</u>

Figure 7 に圧力比 500 における各ノズルの推力形成部分の 分布を示す。モジュールの運動量推力は各ノズルともに噴 射口の面積を等しくしているのでほぼ等しくなる。そのた めそれ以外の部分を示す。モジュール数が少なくなるほど ノズル傾斜部の圧力推力の低下が顕著になりこれがモジュ ール化することによる推力損失につながることが分かる。



Fig. 7 Proportion of the thrust for each clustered aerospike nozzle at the pressure ratio of 500

以上から、エアロスパイクノズルの噴射口をクラスター 化することによる最大の損失は傾斜部に出てくることがわ かった。そこで、以下では傾斜部に注目し、軸対称型エア ロスパイクノズルの圧力分布とクラスター型エアロスパイ クノズルの圧力分布を比較することで、傾斜部のどの部位 がクラスター化することによる影響が大きいか調べてみる。

クラスター型エアロスパイクノズル及び軸対称型エアロス パイクノズルの圧力差について

Figures 8-10 に各クラスター型エアロスパイクノズルの表 面圧力から軸対称型エアロスパイクノズルの表面圧力を引 いた時の表面上の圧力差の分布をそれぞれ示す。圧力比は 全て 71 (適正膨張)の場合である。ノズル表面上に描かれ ている実線は軸対称型、クラスター型エアロスパイクノズ ルの表面上圧力差が無い境界を示す部分である。各 Figs. 8(a), 9(a), 10(a)は圧力のレンジをクラスター型エアロスパイクノ ズルの表面上圧力が軸対称型エアロスパイクノズルの表面 上圧力に比べて低い領域に合わせた図である。これにより、 特にどのような領域でクラスター化による圧力低下が見ら れるのかがわかる。逆に各 Figs. 8(b), 9(b), 10(b)は圧力のレ ンジをクラスター型エアロスパイクの表面上圧力が軸対称 型エアロスパイクノズルの圧力よりも高い領域にあわせた 図である。これにより、特にどのような領域でクラスター 化による圧力上昇が見られるのかわかる。

まず Figs. 8(a),(b)は6 モジュールの結果である。Figure 8(a) から特にモジュール間上流部の広い領域でクラスター化す ることによる圧力の低下が見られる。しかし、ノズル傾斜 部下流では排気流同士が干渉することにより、軸対称型エ アロスパイクノズルよりも高い圧力領域が広がっているの が分かる。次に、ノズル傾斜部の下流域に注目し特にどの ような領域で軸対称型エアロスパイクノズルよりも高い圧 力が得られるのか見て行く。

Figure 8(b)からモジュール間下流域の排気流同士の干渉部 分で特に軸対称型エアロスパイクノズルよりも高い圧力領 域が得られることが分かる。モジュール中央部からノズル 表面に沿った下流でも高圧領域が見られる。これはモジュ ール間上流部で排気流同士が干渉し、斜め衝撃波が発生し

モジュール部下流域まで延びてきている結果である。



(a) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the lower pressure of the clustered nozzle)



(b) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the higher pressure of the clustered nozzle)

Fig. 8 Pressure difference for the 6module aerospike nozzle (Pressure ratio 71)

Figures 9(a), (b)は 12 モジュールの結果である。Figure 9(a) から Fig. 8(a)と同様に特にモジュール間上流部の領域でクラ スター化することによる圧力の低下が見られる。Figure 8(a) の 6 モジュールの場合と比較してみるとモジュール同士の 間隔が狭くなることよりこの低圧力の領域は小さくなって いる。

Figure 9(b)に軸対称型エアロスパイクノズルに比べ、クラ スター型エアロスパイクノズルの高圧領域を示す。特に高 圧になっている領域は排気流が干渉することによる斜め衝 撃波とその背後の高圧領域部分である。ノズル傾斜部の下 流領域では衝撃波同士の干渉により高圧領域と低圧領域が 交互に現れる。



(a) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the lower pressure of the clustered nozzle)



(b) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the higher pressure of the clustered nozzle)

Fig. 9 Pressure difference for the 12module aerospike nozzle (Pressure ratio 71)

Figures 10(a), (b)は24モジュールの結果である。Figures 8(a), 9(a)に比べて Fig. 10(a)の 24 モジュールの場合はモジュール 間の間隔がより狭くなるために 6,12 モジュール型エアロ スパイクノズルよりも低圧領域がさらに狭くなる。今回は モジュール間が狭いため排気流同士の干渉による衝撃波が 弱く衝撃波による圧力上昇はあるが、軸対称型の圧力分布 よりも低くなっている。排気流同士の干渉によりノズルの 表面上の大部分は軸対称型ノズルの表面上圧力分布よりも 高くなっている様子が分かる。しかし、Fig. 7 の 24 モジュ ール型エアロスパイクノズル傾斜部の推力をみると軸対称 型エアロスパイクノズル傾斜部の推力よりも小さい。これ は中心軸から半径方向に離れるにつれ、推進方向の投影面 積が大きくなり、ノズル傾斜部の上流部ほど推力に影響を 及ぼしてくることによる。クラスター型エアロスパイクノ ズルの場合、低圧力による推力損失がノズル傾斜部上流で 起き上流部に行くほど中心軸から半径方向に離れるため低

圧領域の面積が大きくなる。そのため軸対称型エアロスパ イクノズルと比べて大きな損失になっている。 Figure 10(b)に高圧力領域を示す。衝撃波同士が干渉する ことで高圧領域と低圧領域が交互に現れている。



(a) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the lower pressure of the clustered nozzle)



(b) Pressure difference between clustered and axisymmetric aerospike nozzle (shifted to the higher pressure of the clustered nozzle)

Fig. 10 Pressure difference for the 24module aerospike nozzle (Pressure ratio 71)

以上から、クラスター化することにより排気流干渉が起 こるノズル部下流では軸対称型エアロスパイクノズルより も高い圧力分布になっていることが分かった。しかし、モ ジュール間上流の領域において排気流膨張による圧力減少 が大きく、Fig. 7 における傾斜部の推力低下はこのモジュー ル間領域の圧力減少によるものが大きいことがわかった。 この傾斜部の低圧領域による推力損失が全体の推力にどれ ほどの影響を及ぼすのか推力係数を用いてさまざまな圧力 比におけるノズルの性能評価を以下で行なう。

Figure 11 に各クラスター型エアロスパイクノズルの推力係 数分布を示す。比較の対象として 1 次元等エントロピー流 れを仮定して損失を一切含んでいない開口比を同じ 6.5 にし たベル型ノズルを、またベル型ノズルと同様 1 次元等エン トロピー流れを仮定した上、常に適正膨張を実現すると仮 定した理想的な推力係数値を用いた。さらに、環状型エア ロスパイクノズルの推力係数も同時に載せた。ベル型ノズ ルと比較するとベル型ノズルは特に低空領域において大き な損失を発生するのに対し、各エアロスパイクノズルは損 失を含むのにもかかわらず高い性能を発揮することが分か る。また、理想的な推力係数値のグラフと定性的にほぼ一 致していることから、各エアロスパイクノズルはすべての 圧力比において常に適正膨張に近い状態で作動しているの が分かる。Figures 8-10 で見てきたようにモジュール数が減 るほどモジュール間が開くためノズル傾斜部での上流領域 において排気流の膨張が激しくなり、軸対称型ノズルに比 べて圧力が低くなる。そのため、ここで想定した方式のモ ジュール化ではモジュール数が減るほど推力係数は減少し て行く。



Fig. 11 Relation of the thrust coefficient to the pressure ratio

終わりに

6,12,24個のモジュールに分けたクラスター型エアロス パイクノズルに対し、流れ場の特性を数値計算を行うこと により評価した。ノズル表面上の圧力分布を見て行くとモ ジュールに沿った場合と沿わない場合ではノズルの傾斜部 において大きな差がみられる。しかしベース部においては 二つの圧力分布にほとんど差はなくクラスター化による影 響は少ないことがわかった。軸対称型エアロスパイクノズ ルと同様低圧力比領域においてはベース領域は外部環境に 影響をうけ、高圧力比領域では影響を受けない。モジュー ル部をクラスター化することによる大きな損失はノズル傾 斜部のモジュール間の低圧領域に現れる。そのためここで 想定した方式のモジュール化ではモジュール数が少なくな ればなるほど推力係数の値が減少していく。

謝辞

本研究は一部日本学術振興会科学研究費(課題番号 12-07301)の補助を受けて行なわれたものである。ここに感謝 の意を表する。

参考文献

- 1. Greer, H., "Rapid Method for Plug Nozzle Design," *ARS Journal*, April 1961, pp.560-561.
- Rao, G. V. R., "Spike Nozzle Contour for Optimum Trust," Ballistic Missile and Space Technology, edited by C. W. Morrow, Vol. 2, Pergamon Press, New York, 1961, pp. 92-101.
- 3. Lee C., and Thompson D., "Fortran Program for Plug Nozzle Design," NASA TM X-53019, 1964.
- 4. Fuller, P., "Linear Rocket Engine Design Fabrication Testing," AIAA Paper 73-1179, November 1973.
- Lamont, E., "The Aerospike Engine System for the Space Tug - A Status Report," AIAA Paper 73-1245 November 1973.
- 6. Huang, D., "Aerospike Engine Technology Demonstration for Space Propulsion," AIAA Paper 74-1080 October 1974.
- Sobin, A., and Martinez, A., "Linear Rocket Engines for Advanced Space Transportation Systems," AIAA Paper 75-1251 October 1975.
- 8. Kirby, F., and Martinez, A., "Linear Aerospike Engine," AIAA Paper 77-968, July 1977.
- 9. O'brien, C., and Aukerman, A., "Advanced Plug Cluster Nozzle," AIAA Paper 79-1179, June 1979.
- Immich H., and Caporicci M., "FESTIP Technology Developments in Liquid Rocket Propulsion for Reusable Launch Vehicles," AIAA Paper 96-3113, July 1996.
- 11. Immich H., and Caporicci M., "Status of the FESTIP Rocket Propulsion Technology Program," AIAA Paper 97-3311, July 1997.
- 12. Vuillamy D., and Duthoit V., "European Investigation of Clustered Plug Nozzles," AIAA Paper 99-2350, June 1999.
- Tomita T., Tamura H., and Takahashi M., "An Experimental Evaluation of Plug Nozzle Flow Fields," AIAA Paper 96-2632, July 1996.
- 14. Tomita T., Takahashi M., and Tamura H., "Flow Field of Clustered Plug Nozzles," AIAA Paper 97-3219, July 1997.
- Tomita T., Takahashi M., Onodera T., and Tamura H., "Visualization of Shock Wave Interaction on the Surface of Aerospike Nozzles," AIAA Paper 98-3523, July 1998.
- Tomita T., Takahashi M., Onodera T., and Tamura H., "Effects of Base Bleed on Thrust Performance of a Linear Aerospike Nozzle," AIAA 99-2586, June 1999.
- 17. Onodera T., Tomita T., and Tamura H., "Numerical Investigation of the Flow Field Around Linear Aerospike Nozzles," AIAA Paper 99-2588, June 1999.
- Sakamoto H., Takahashi M., Sasaki M., Tomita T., Kusaka K., and Tamura H., "An Experimental Study on a 14kN Linear Aerospike Nozzle Combustor," AIAA Paper 99-2761, June 1999.
- Ito T., Fujii K., and Hayashi A.K., " Computations of the Axisymmetric Plug Nozzle Flow Fields," AIAA Paper 99-3211, June 1999.
- Shima E., and Jounouchi T., "Role of CFD in Aeronautical Engineering (No14) –AUSM type Upwind Schemes-," Proceedings of the 14th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics, pp7-12, 1997.
- Fujii K., "Practical Applications of New LU-ADI Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Computation of Transonic Viscous Flows," AIAA Paper 86-0513, January 1986.
- 22. Baldwin, B., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Seperated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, January 1978.