

# CIP 法を用いた管内流れにおける流体と弾性壁面の相互作用の解析

## Analysis of interaction between fluid and elastic wall in pipe flow using CIP method

- 松澤 崇, 北陸先端大院, 〒 923-1292 石川県能美郡辰口町旭台 1-1, E-mail : mtakashi@jaist.ac.jp  
 松澤 照男, 北陸先端大情報科学センター, 〒 923-1292 石川県能美郡辰口町旭台 1-1, E-mail : matuzawa@jaist.ac.jp  
 Takashi MATSUZAWA, School of I.S., JAIST,Tatsunokuchi,Ishikawa 923-1292,JAPAN  
 Teruo MATSUZAWA, Center for I.S., JAIST,Tatsunokuchi,Ishikawa 923-1292,JAPAN

We performed a numerical analysis of interaction between fluid and elastic wall in pipe flow using CIP method. The flow when solid moves and the effect which liquid gives solid can be analyzed by CIP method. We applied this method to the analysis of moving boundary problem between wall and fluid, we show interaction between fluid and elastic wall.

### 1. 研究の背景・目的

ゴム管のような軟らかい管壁を持つ流れ場において、流体の圧力変化に管壁が変形し、流れ場に影響を与えるものと考えられる。このようなモデルは壁面と流体の境界が変化する移動境界問題である。この移動境界問題に対して、一般にラグランジュ手法が用いられている。オイラー手法では格子が固定されており、扱いやすいという利点はあるが境界が局面である場合や、格子に対して直交していない場合はその境界を精度良く表現することが難しい。矢部孝らによって提案された Cubic-Interporated Propagation(CIP 法)<sup>1</sup>は、オイラー手法のような固定格子を用い、非圧縮性流体、圧縮流体、あるいは気体、液体、固体を統一的に扱うことができ、固体と流体の境界を精度良く捉えることができ、各格子点で保持している値と勾配の二つの情報から 3 次関数として格子点間を補間することで移流方程式を高い精度で解くことが可能であるということが確認されている。

古田<sup>2</sup>は弾性管内流れの解析を行った。これは管壁を移動する固体とみなし、その壁面の移動と NS 方程式の移流計算に対して CIP 法を適用した。これにより管壁が移動する流れの解析を行い、その流れ場を精度良く捉えた。そこで、本研究では狭窄部を持つ管内流れにおいて、狭窄部を弾性体として捉え、流れの解析結果から変形量および変形速度を求め、狭窄部の変形を伴う流れの解析に CIP 法を適用し、流体と弾性体の相互作用を調べ、剛体管内の定常流れの結果と比較しながら弾性管内の非定常流れの妥当性を検証し、弾性壁面とすることによってどのような影響があるかを明らかにすることを目的とする。

### 2. 数値計算法について

#### 2.1 基礎方程式

数値モデルは非圧縮性流体モデルとし、基礎方程式は連続の式と NS 方程式とする。ここで各々の式は円筒軸座標系を採用し、 $\theta$  成分を考慮しない 2 次元の方程式とする。

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

MAC 法とほぼ同じ手法を用い、圧力は基礎方程式からポアソン方程式を導き、連立方程式に対して SOR 法を適用して解を求める。ここで、SOR 法に用いた緩和係数  $\omega=1.6$  とし、残差が収束判定値  $1.0 \times 10^{-4}$  以下になるまで計算を繰り返す。

速度は移流方程式に CIP 法を適用し、非移流成分より得られた中間的な速度および中間的な速度勾配から定義した 3 次関数に対して、移流の特性を考慮し解を求める。

#### 2.2 計算格子

計算格子はスタaggerド格子を採用し、半径方向および軸方向の格子の大きさをそれぞれ  $dr = dz = 0.02$  とした。

#### 2.3 境界条件

**2.3.1 固定壁での境界条件** 基本的に MAC 法と同様の手法で境界条件を設定した。本研究において、壁面の境界条件には no-slip 条件を採用した。no-slip 条件は壁面に平行な流れおよび垂直な流れに対して、壁面上で  $u = 0, v = 0$  が成り立つ境界条件である (図 1 参照)。この条件が成り立つために仮想セルの速度を以下のように置く。また圧力においても壁面上で勾配が 0 になるように仮想セルの圧力設定を行う。

$$v_{i,j+\frac{3}{2}} = v_{i,j-\frac{1}{2}}$$

$$v_{i,j+\frac{1}{2}} = 0$$

$$u_{i+\frac{1}{2},j+1} = -u_{i+\frac{1}{2},j}$$

$$P_{i,j+1} = P_{i,j}$$

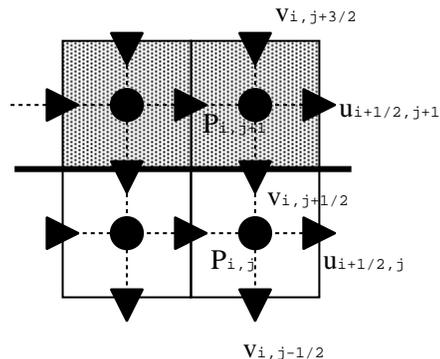


Fig. 1: Boundary condition

また、CIP 法を用いて計算を行う場合は、速度の中間的な値  $u^*, v^*$  とその勾配においても境界条件を設定する必要がある。中間的な速度の値における境界条件は、速度の境界条件と同一の設定を行った。また中間的な速度勾配においては 0 と設定した。

**2.3.2 移動境界での境界条件** ここで、境界がある速度をもって移動し格子内に定義された場合の境界条件<sup>2)</sup>は、図2に示すような各定義点から境界までの距離を用いて、水平方向速度に対しては移動速度、垂直方向速度は0に近似するよう定義した。

$$v_{i,j+\frac{3}{2}} = U$$

$$v_{i,j+\frac{1}{2}} = (1-r) \cdot v_{i,j+\frac{1}{2}} + r \cdot U$$

$$u_{i+\frac{1}{2},j} = (1-s) \cdot u_{i+\frac{1}{2},j}$$

$$u_{i+\frac{1}{2},j+1} = -2 \cdot s \cdot u_{i+\frac{1}{2},j}$$

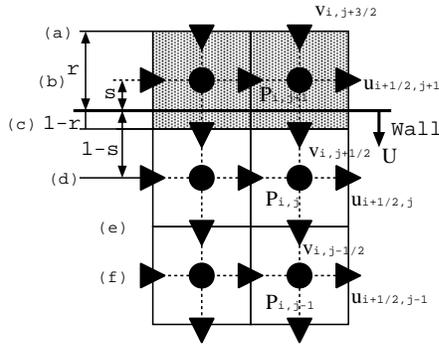


Fig. 2: Movement boundary condition

**2.3.3 圧力の境界条件** オイラー格子を用いて解析を行う場合、境界が格子に対して平行または垂直に位置しないケースがある。このケースにおいては境界条件を設定する方向に平行または直交していると仮定し、固定壁および移動境界と同様に境界条件を与える。また図3のような垂直方向および水平方向に対して境界条件を設定する必要がある場合は、各方向についての境界条件を設定し、その平均値を用いた。

### 3. 壁の変形

計算モデルは狭窄部を持つ円管(図5参照)とし、狭窄部が流体力によって変形するものとする。ここで狭窄部両端(図中の●)での変形量は0とする。初期条件の状態では狭窄部の釣り合いが取れていると仮定し、流れの計算を順次進めて行き、狭窄部近傍に掛る各格子点上に圧力差が生じたところで狭窄部の変形量を求める計算を開始する。変形方向は垂直方向のみを考え、圧力差に係数を掛けて、各点での変化量を求め、その変化量を  $\Delta t$  で割り速度を求め、境界条件に適用させる。計算領域の設定はあるタイムステップにおける壁面の位置から変形量を加えることにより、変形量が正である場合、壁面は押し上げられ、負である場合は中心軸方向へ引っ張られるようになる。現段階において、妥当性のある計算結果を得る事が出来なかった。

### 4. 計算手順

計算手順は、圧力及び速度の計算が終了後、狭窄部の変形量の計算を行い、その辺計量をもとに移動速度および計算領域の再定義し、次の計算ステップへ進む。

### 5. 計算モデル

図5のような形状の計算モデルを定義した。流入条件はポアズイユ流れを与え、壁面での境界条件はno-slipとし、流出側の圧力は0とする。実際の計算においては、中心軸を基準とした片側だけの計算を行う軸対称モデルとした。

### 6. 計算結果

流体と弾性壁面の相互作用を解析するために、初期段階で狭窄部を持つ流れの解析、次に狭窄部が振動する流れの解析を行った。

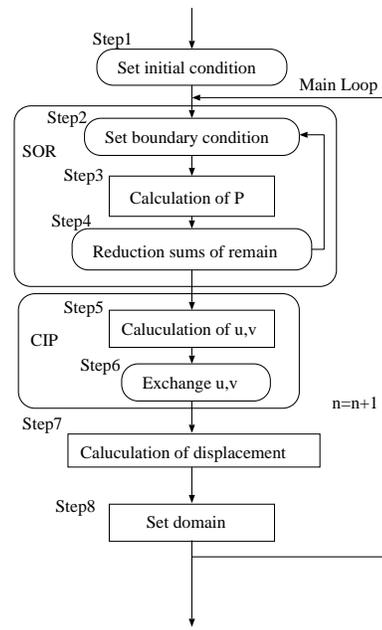


Fig. 3: Flow chart

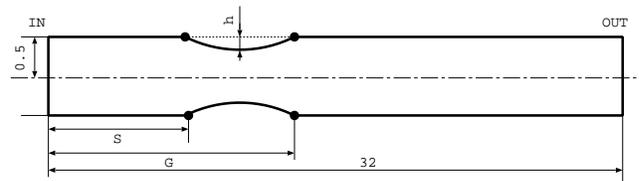


Fig. 4: Modle

### 6.1 狭窄部を持つ流れ

図5の計算モデルにおいて、管の半径を0.5、狭窄部開始点  $S = 6$  および終了点  $G = 10$ 、格子数  $25 \times 1600$ 、最大深さ  $h = 0.2$  の形状を定義し、流入条件にポアズイユ流れを与え、 $Re = 10, dt = 0.001$  における計算を行った。15000step( $t = 15$ ) の計算結果を図6に示す。

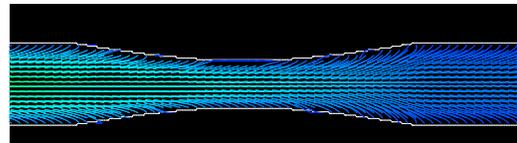


Fig. 5: Streamline  $Re=10$

狭窄部を持つ流れ場において、狭窄部の流入側で管径が狭くなるため流速が速くなり、圧力値が高くなる。また流出側では管径が広がるため流速が低くなり、圧力値が低くなる事が確認出来た。またレイノルズ数10での計算では渦が発生しなかった。

### 6.2 狭窄部が振動する流れ

初期状態を直円管とし、一定の流れ場が得られた後、壁に移動速度を与えて狭窄部が振動する場合の流れの計算を行った。形状は7.1と同様とし、速度は各タイムステップでの変形量を  $dt$  で割った値を用いる。1周期を2000stepとした振動する流れにおいて1周期の1/4,2/4,3/4,4/4の計算結果を図7から図10に示す。周期の1/4の壁面は中心軸方向へ移動しているため流体を押し出し、流出側での流速が速くなっていることが確認できる。また振動の周期が短く壁面の移動速度が速いため、流入側で流

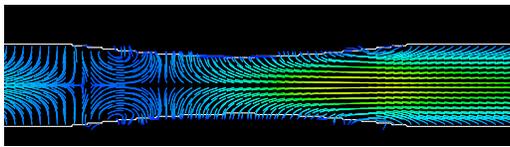


Fig. 6: Streamline Re=10 1/4

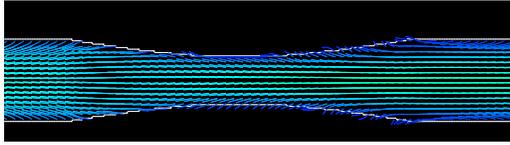


Fig. 7: Streamline Re=10 2/4

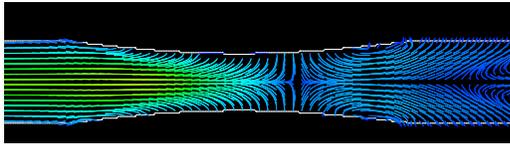


Fig. 8: Streamline Re=10 3/4

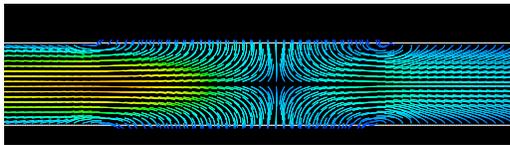


Fig. 9: Streamline Re=10 4/4

体が引っ張られ大きな渦が発生している。周期 2/4 で壁面が最大深さまで到達する。この際、狭窄部の移動速度は 0 となり、管径が小さくなることで狭窄部中央での流速が速くなっている。周期の 3/4 においては 1/4 の時とは逆に流入側での流速が速くなっており、狭窄部が外側へ移動しているため流れが外へ広がるようになっている。また、流出側では渦も発生している。周期の 4/4 では流れがほぼ垂直に押し上げられて流入側の流速が速くなっており、流出側では 3/4 で見られた渦が、壁面の移動によって小さくなっている。

## 7. まとめ

現段階において、流体と弾性壁面の相互作用の解析を行うことが出来なかった、しかし壁面に移動速度を与えた場合のモデルにおいて、移動速度が速くても計算を進めることが出来、このことにより、流体力によって壁面の変形を行うモデルに対しても、大きな変形が起らなければ十分適用出来ると考えられる。

## 参考文献

1. T.Yabe “Unified Solver CIP for Solid,Liquid and Gas” published in Computational Fluid Dynamics Review 1997 Ed.by M.M.Hafez and K.Oshima(Wiley,1997)
2. 古田 展康 “CIP 法による移動する物体まわりの流れの解析” 第 11 回数値流体力学シンポジウム pp337-338
3. 荒木 宏之 “CIP 法による非定常流れの並列計算” 北陸先端科学技術大学院大学修士論文
4. 荒木 宏之, 古田 展康, 松澤 照男 “管壁が振動する流れの並列計算” 第 11 回計算力学講演会論文集,pp587-588,1998