

準三次元浅水乱流モデルの開発と 三次元大規模渦の数値シミュレーションへの応用

Development of Quasi-3D Shallow Water Turbulence Model and Simulation of Large-Scale 3D Eddies

灘岡和夫, 東工大情理工院, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:nadaoka@mei.titech.ac.jp
田村 仁, 東工大情理工院, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail:tamura@wv.mei.titech.ac.jp
Kazuo NADAOKA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo
Hitoshi TAMURA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo

For properly handling shallow water turbulent flows with less computational extra cost, in this study, we have developed a new quasi-3-D turbulence model named SDS-Q3D model for shallow water turbulent flow. This method is based on SDS-2DH model (Nadaoka&Yagi,1993) and extended by employing multi-term coupling method, in which Legendre polynomials are adopted as the vertical dependence functions. The present model is applied for calculating Horizontal Large-Scale eddies developed at a harbor entrance and in river flows with transverse shear due to vegetation drag.

1. はじめに

海浜流や潮流, 河川流, 湖流などの大規模複雑浅水乱流場は工学的, 生態環境学的な側面から重要であり, そこでの物質, 運動量の輸送混合過程の詳細を精度良くかつ合理的に記述できる数値モデルが必要とされている.

これまで大規模浅水乱流場を対象とした乱流モデルがいくつ提案されてきている. しかし, 例えば既存の多くの海浜流モデル (例えば岡安ら⁽¹⁾, 高木・川原⁽²⁾, 黒岩ら^{(3),(4)}) は 0 方程式モデルであり, 経験的にその場の渦動粘性係数をモデル化するため, 汎用性に欠ける. また, Rostogi・Rodi⁽⁵⁾ による $k-\varepsilon$ モデルは, それを単純な単一方向規則波による沿岸流場に適用した場合, 非現実的な岸沖分布の沿岸流が得られることが報告されている (O'connor・Yoo⁽⁶⁾). また, 中辻ら⁽⁷⁾ による乱流モデルでは, 格子サイズに基づく Smagorinsky モデルを大規模流れ計算に単純に適用していることから, Smagorinsky モデルの前提条件である局所平衡性が満足されない, などの問題がある.

これに対して灘岡・八木^{(8),(9)} は, 浅水乱流場が水深スケール以下の局所的な三次元乱れ (SDS 乱れ) と水平大規模渦の共存場とみなせることに着目し, そのような非等方性の強い多重スケール乱流場を, 比較的低い計算負荷で合理的に行う手法として, SDS-2DH モデルを提案し, 水平大規模渦の直接数値計算を可能にしている. しかし, このモデルでは, 基本的には水平二次元の枠組みで計算が行われることになり, 浅水流において重要となる河川の二次流や海浜流の戻り流れなど, 流速場の鉛直分布構造が重要になる一般的な場への適用には難がある.

八木⁽¹⁰⁾ は水平方向流速の鉛直分布に一次関数を仮定し, 重み付き残差法を用いて定式化した準三次元モデルを提案しているがより一般的な三次元構造を扱うにはこのモデルでは不十分である.

そこで, 本研究では, SDS-2DH モデルの低計算負荷, という特長をある程度保つ形で, このような浅水乱流場の計算を一般的かつ合理的に行えるような計算法として, 新たに, 準三次元浅水乱流モデル"SDS-Q3D モデル"を開発し, 本モデルを用いて三次元大規模渦の数値シミュレーションを行った.

2. 準三次元浅水乱流モデルの開発

SDS-2DH モデルでは, 乱れの分離スケールとして, 通常の LES で用いられる計算格子幅ではなく, 浅水乱流場の物

理構造上のキーとなる水深を用いている. これに基づいて水深スケール以下と水平大規模渦スケールの現象を分離し, 水深スケール以下の乱れについては, そのソースも含めてモデル化することで, 大規模複雑乱流場での水平大規模渦の直接数値計算が効率よく行えるモデルとなっている.

SDS-2DH モデルでは, 以下に示す Reynolds 方程式と連続式を基礎式としている.

$$\frac{Du}{Dt} = f_x - g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}k \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = f_y - g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}k \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

ここで, t : 時間, x, y : 水平方向座標, z : 鉛直方向座標, g : 重力加速度, u, v : 水平方向流速, w : 鉛直方向流速, h : 水位, ν_t : 渦動粘性係数, k : 乱れエネルギー, f : 外力, D/Dt : 実質微分を表している. また, 浅水流場を想定しているため静水圧近似を用いている.

SDS-2DH モデルでは, 式(1)-(3)を水深積分することにより, 水平大規模渦を直接シミュレートするための平面二次元モデルを導くとともに, 水深スケール以下の乱れ成分については SDS 乱れとして明示的に分離して扱い, その水深平均乱れエネルギー k を以下の 1 方程式モデルにより評価し, 平面二次元モデル中の渦動拡散係数を表現する形になっている.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) \quad (4)$$

ここで, P_k : 乱れの生成項, ε : エネルギー消散率, σ_k : 乱流プラントル数である.

本モデルでは、SDS-2DH モデルのように基礎式を単に水深積分するのではなく、流速を以下のように多成分連成表示（灘岡・中川^{(11),(12)}）させ、水深方向に積分を行うことで準三次元化を行った（大山ら⁽¹³⁾）。具体的にはまず、水平方向流速ベクトル $u(x,y,z,t)$ を鉛直分布関数 $F_m(z)$ とその重み $U_m(x,y,t)$ の積の N 項の和として以下のように表す。

$$u(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^N F_m(z) \cdot U_m(x, y, t) \quad (5)$$

また $w(x,y,z,t)$ に関しては、式(3)を鉛直方向に積分することで以下のように表わせる。

$$w(x, y, z, t) = - \sum_{m=1}^N G_m(z) \cdot (\nabla \cdot U_m(x, y, t)) \quad (6)$$

ただし、

$$G_m(z) = \int_{-h}^z F_m(z') dz' \quad (7)$$

これらを式(1), (2)に代入し、Galerkin 法を用いて水深積分することで、 U_m に関する以下の方程式系が求められる。

$$\begin{aligned} & \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial U_m}{\partial t} + \sum_m \sum_n [C_{2imn} \cdot (U_m \cdot \nabla U_n) - C_{3imn} \cdot (U_m \nabla \cdot U_n)] \\ & = C_{4i} \cdot \left(f_x - g \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \left[\sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(2v_t \frac{\partial U_m}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} C_{4i} \cdot \frac{\partial k}{\partial x} \right] \\ & + \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left[v_t \left(\frac{\partial U_m}{\partial y} + \frac{\partial V_m}{\partial x} \right) \right] + F_{is} \cdot \tau_{sx} - F_{ib} \cdot \tau_{bx} \\ & - v_t \sum_m \left[C_{5im} \cdot U_m - C_{6im} \cdot \left(\frac{\partial^2 U_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial x \partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (i=1, \dots, N) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial V_m}{\partial t} + \sum_m \sum_n [C_{2imn} \cdot (U_m \cdot \nabla V_n) - C_{3imn} \cdot (V_m \nabla \cdot U_n)] \\ & = C_{4i} \cdot \left(f_y - g \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[v_t \left(\frac{\partial V_m}{\partial x} + \frac{\partial U_m}{\partial y} \right) \right] \\ & + \left[\sum_m C_{1im} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(2v_t \frac{\partial V_m}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} C_{4i} \cdot \frac{\partial k}{\partial y} \right] + F_{is} \cdot \tau_{sy} - F_{ib} \cdot \tau_{by} \\ & - v_t \sum_m \left[C_{5im} \cdot V_m - C_{6im} \cdot \left(\frac{\partial^2 U_m}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (i=1, \dots, N) \quad (9)$$

ここで、 h ：水深、 $F_{is}=F(0)$ 、 $F_{ib}=F(-h)$ 、 τ_s ：表面せん断力、 τ_b ：底面せん断力であり、各係数は次式により表される。

$$\begin{aligned} C_{1im} &= \int_{-h}^0 F_i F_m dz & C_{2imn} &= \int_{-h}^0 F_i F_m F_n dz \\ C_{3imn} &= \int_{-h}^0 F_i \frac{\partial F_m}{\partial z} G_n dz & C_{4i} &= \int_{-h}^0 F_i dz \\ C_{5im} &= \int_{-h}^0 \frac{\partial F_i}{\partial z} \frac{\partial F_m}{\partial z} dz & C_{6im} &= \int_{-h}^0 \frac{\partial F_i}{\partial z} G_m dz dz \end{aligned} \quad (10)$$

また、連続式については、単純な水深積分により、次式が得られる。

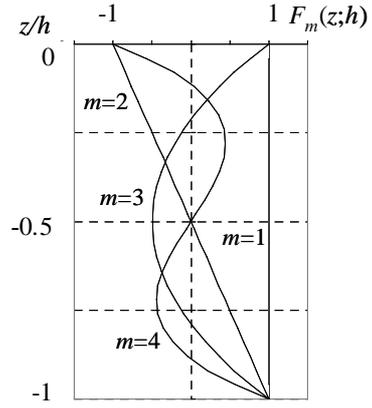


Fig. 1 Legendre polynomials.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_m \nabla \cdot [(G_m(0) + F_m(0)\eta)U_m] = 0 \quad (11)$$

ここに、 $F_{m0}=F(0)$ である。なお、式(8), (9)や式(11)を導出する過程で、底面境界条件と自由表面における境界条件を用いるとともに、底面の緩勾配仮定を用いている。

鉛直分布関数としては、ここでは完備直交関数系の Legendre 多項式 (Fig.1) を用いている。その場合、その直交性により、 C_{1im}, C_{4i} はそれぞれ $i \neq m, i \neq 1$ のとき 0 となる。鉛直分布関数としてこのような直交関数系を用いる場合には、鉛直方向にいわゆるスペクトル法を適用して定式化したことと等価になる。そして、展開項数 N を十分大きく取れば、Full-3D モデルになり、 N を 1 にすれば、2DH モデルとなる。しかし後で具体例を示すように、通常の目的の範囲であれば N はたかだか 2 ないし 3 程度で十分で、その場合には、本モデルは、準三次元モデルとしての SDS-Q3D モデルとなる。なお、乱流モデルとしては、ここでは、SDS-2DH モデルと同様に、水深平均乱れエネルギー k に関する 1 方程式モデル (式(3)) を用いているが、成分数 N を大きくとって、流速場の鉛直分布構造を詳細にシミュレートする場合には、乱れエネルギーの鉛直分布表現もモデル中に導入し、定式化する必要が出てくる。

3. 港口部における三次元大規模渦の数値シミュレーション

流動場の三次元構造が物質輸送に大きく影響を与える典型的な一つの例として、中小港湾の防波堤先端での長周期波による大規模渦の発生がある。このような場では、渦による上昇流が底質を連行し、これにより高濃度の浮遊砂領域が形成され、またこれが移流されることで、港内に多量の浮遊砂が運び込まれ、中小港湾埋没の原因となっているという現地観測結果が報告されている（松本ら⁽¹⁴⁾、中山ら⁽¹⁵⁾）。そこで、ここでは、このような中小港湾の港口部を想定した長周期波に伴う大規模渦生成の数値シミュレーションを行った。

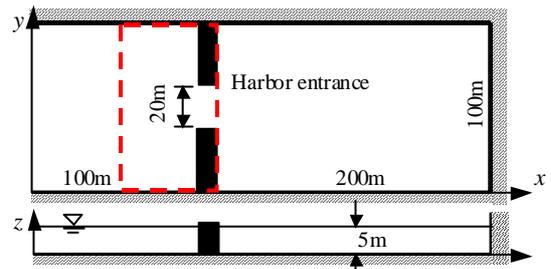


Fig.2 Computational domain.

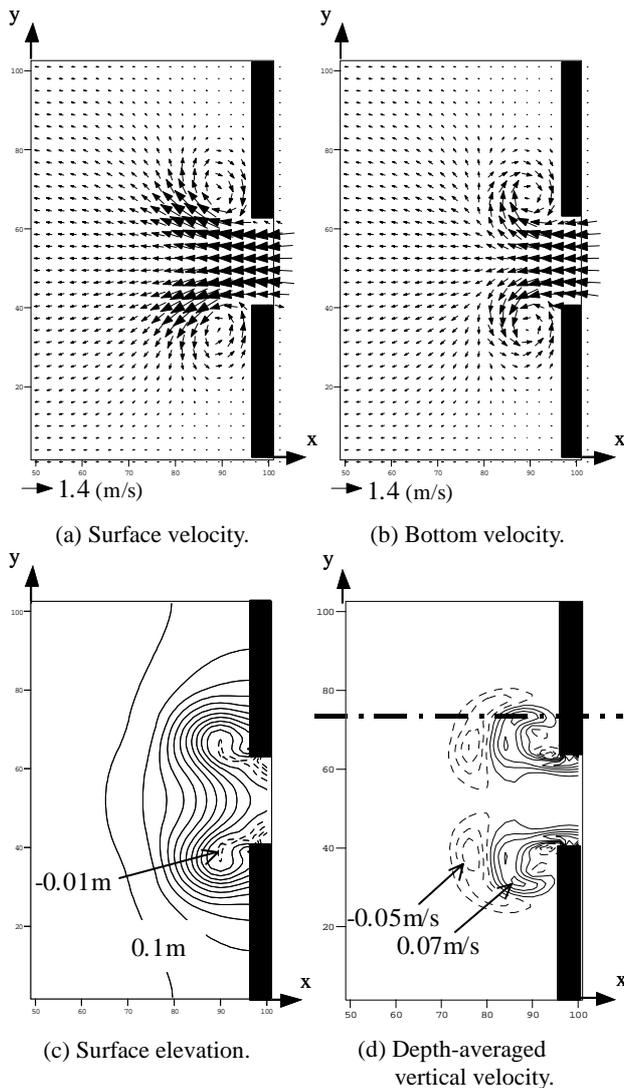


Fig.3 Horizontal large eddy structure.

(1) 数値計算概要

計算領域には、Fig.2 に示すように領域中央に港口部を設定した。また境界条件としては、上記の観測結果を参考にし、沖側境界で水位変動を振幅 0.2m、周期 100s として与え、またそれ以外の境界では壁面 slip 条件とした。計算格子幅は x, y 方向にそれぞれ 2 m と 1 m、また計算時間刻み幅は 0.05s、連成成分数は 3 とした。

(2) 本数値モデルの基本性能の検討

Fig.3 は、計算開始 110 s 後の(a)表層流速分布、(b)底面流速分布、(c)水位分布、(d)水深平均鉛直流速分布を、Fig.2 中の点線で示した部分に関して示したものである。これらから、表層流速と底面流速の慣性の大きさの違いにより、底層流が水位コンターにほぼ沿った形に流れているのに対して表層流は外側に大きく膨れる形になっており、それに伴って水平大規模渦の中心付近で上昇流が生じていることがわかる。この上昇流をより詳細に見るために、Fig.3(d)の一点鎖線位置での鉛直断面内の流速分布を示したものが Fig.4 である。これから、最大 15cm/s 程度に達する鉛直流速が現れていることがわかる。

Fig.5 は、水深平均鉛直流速を、それぞれ(a)連成成分数 1、つまり平面二次元モデルで計算した場合と(b)連成成分数 2

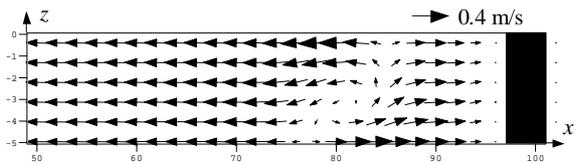


Fig.4 Velocity distribution at the vertical cross section indicated in Fig.3(d).

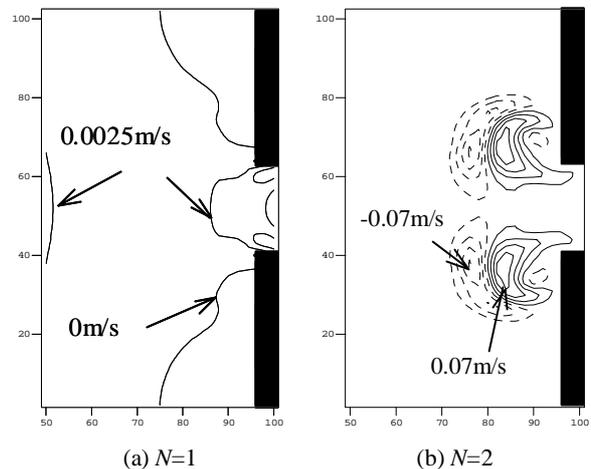


Fig.5 Depth-averaged vertical velocity.

として計算した結果を示したものである。水平大規模渦に伴う上昇流は、基本的には、水平流速の鉛直分布の存在に伴う上層と下層の慣性レベルの違いによって生じるものであることから、成分数 1 (したがって一様流速分布の) (a) では当然ながら大規模渦に伴う鉛直流速は見られない。しかし、(b) のように成分数を 2 としただけでも鉛直流速は生じ、しかもそのパターンや大きさは、成分数 3 で計算した場合の Fig.3(d) の結果と大差ないことがわかる。

(3) 港口部における浮遊砂追跡計算

このような大規模渦の三次元構造により底面でピックアップされた粒子がどのようなラグランジュ的な挙動を示すかということを知るために、簡単な粒子追跡計算を行った。計算は平均粒径 0.2mm、比重 2.65 の底質粒子を想定し、沈降速度は 2.47cm/s とした。また粒子は、港外の港口部に大規模渦が出来始める計算開始 80 秒から 140 秒後までの 60 秒間の 2 秒毎に、 x 軸方向に 82m から 95m の間、 y 軸方向には 26m から 45m の間にそれぞれ 1 m 間隔で底面上に投入した。また、粒子の変動速度成分の評価に関しては、二瓶⁽¹⁴⁾と同様の方法を用いて変動の大きさを求め、それに乱数を掛けることで表現した。底面からの粒子の pick-up に関しては、底面にある粒子の鉛直方向流速の乱れ成分が正のときのみ粒子を移動させる形を取り扱った。

Fig.6 は 120s から 170s までの防波堤端部周辺における粒子の空間分布を 10s ごとに示したものであり、各図の上側に $x-y$ 平面分布 (水深積分値) を、下側に $x-z$ 断面分布 (y 方向積分値) を表している。これらを見ると 120s には港口部前面付近の底層に帯状の粒子の収束領域が発生し、それが時間とともに中層まで上昇しながら構造物前面に移動し、そこで高濃度の浮遊砂領域を形成している。さらに、計算開始 150s 後には流れの方向が港口部で反転し港内に向かう流速になるが、粒子はそれに乗って港内に移流されていることがわかる。

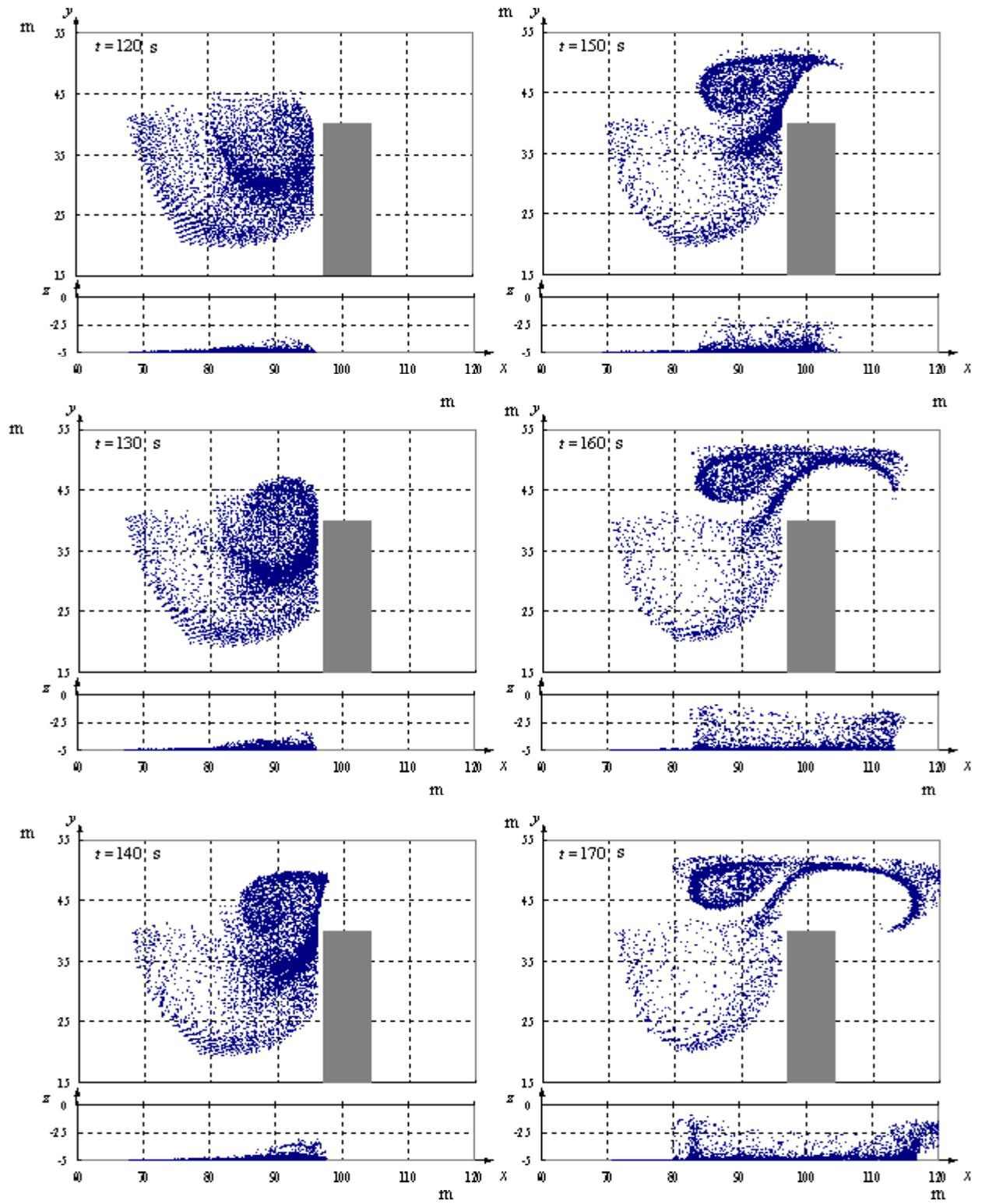


Fig.6 Behavior of the particles in large eddies.

これらの数値実験から、長周期波に伴って生成される港口部の水平大規模渦が、底質の巻き上げや輸送に重要な役割を果たすことがわかる。

4. 植生帯を有する河川流における大規模渦の数値シミュレーション

側岸部に植生帯を有する河川流などにおいては、植生域と非植生域に流速差が生じ、自由剪断層の変曲点不安定により水平大規模渦が発生し、それが横断方向の物質輸送、運動量交換に大きな影響を与えていることが明らかにされてきている⁽¹⁷⁾。さらに、いくつかの室内実験などにより、平面二次元性が強いと考えられる水平大規模渦も三次元構造を有することがわかってきている^{(10),(18),(19)}。

よって、ここでは植生帯の存在によって発生する大規模渦の数値シミュレーションに本モデルを適用することを試み、また室内実験結果と比較することで本モデルの妥当性について検証を行った。

(1) 数値計算概要

流体に対する植生抵抗は灘岡・八木⁽⁹⁾と同様に与えた。計算条件は八木⁽¹⁰⁾の実験条件と合わせて Table 1 の値を用い、座標軸、計算領域に関しては Fig. 7 に示す様にした。境界条件は水路縦断方向には周期境界条件、横断方向には壁関数を用いて与えている。また、 x, y 方向計算格子幅、時間刻み幅はそれぞれ 2 cm, 1 cm, 0.005s とし、成分数 N は 3 として計算を行った。

(2) 数値計算結果

Fig. 8 は計算開始 80s 後のほぼ定常状態に達したときの(a)表層渦度分布と(b)底層渦度分布を表している。ここに見られる鉛直分布構造の違いは基本的には表層と底層の慣性の違いであると考えられる。

Fig.9 は各水深(底面で $z=0\text{cm}$)において、縦断方向平均流速の実験値と計算値(実線)を比較した図である。これを見ると植生境界から主流域中央部($y=0.3\text{m}$)付近まで実験値とほぼ一致していることがわかる。また、壁に近づくにつれて流速分布が合わなくなっているが、壁面の取り扱いにまだ問題があるものと考えられる。

Fig.10 はレイノルズ応力に関して実験値と比較したものである。表層($z=2\text{cm}$)、中層($z=1\text{cm}$)においては実験値と概

ね一致する結果が得られた。底層($z=0.3\text{cm}$)においては植生境界($y=0.2\text{m}$)での値や $y=0.3\text{m}$ 付近にピークを持つなどの基本的な特徴は実験と一致しているが、その大きさに違いがやが生じている。この原因の一つとして、本計算においては乱れエネルギー k の鉛直構造が考慮されておらず、水深平均値として与えてあるため、特に底面付近の乱流構造がうま

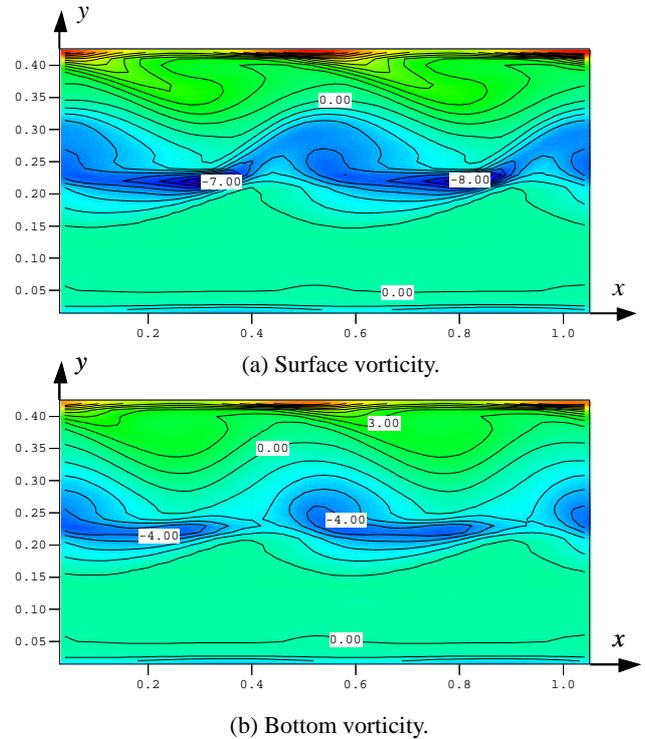


Fig.8 Spatial distributions of vorticity.

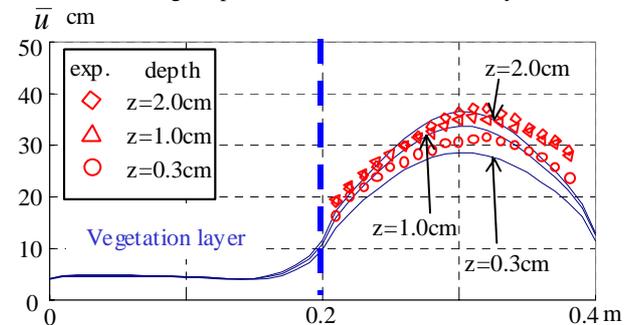


Fig.9 Transverse profiles of mean velocity.

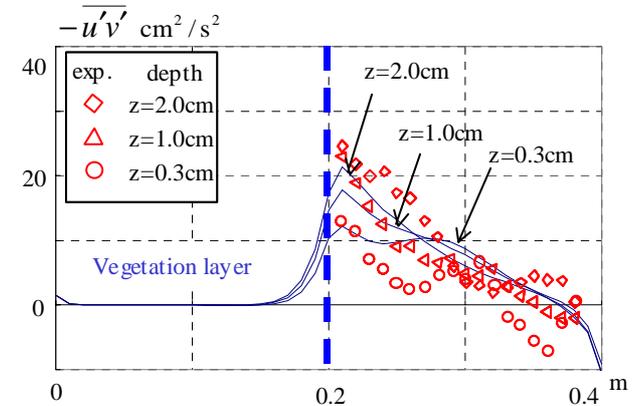


Fig.10 Transverse distributions of Reynolds stress.

Table 1. Calculation condition.

Bottom slope	Water depth	Vegetation layer width
1/458	2.67cm	20cm

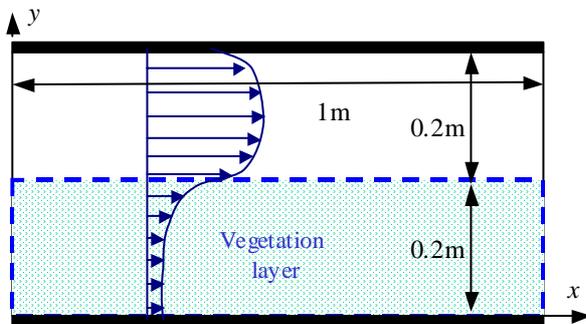


Fig.7 Computational domain.

くモデル化されていないことが考えられる。

5. おわりに

本研究では SDS-2DH モデルをベースとして、比較的低い計算負荷で合理的に浅水大規模乱流場の三次元性を考慮できる、準三次元浅水乱流モデル、SDS-Q3D モデルを開発した。これを用いて長周期波によって港口部に発生する水平大規模渦の数値シミュレーション、また、浮遊砂のラグランジュ的挙動の追跡計算を行い、大規模渦の三次元構造とそれに伴う上昇流をシミュレートすることに成功し、底質の浮遊過程における水平大規模渦の重要性を指摘した。

さらに、側岸に植生帯を有する河川流における大規模渦の数値シミュレーションを行い、実験結果と比較したところ、植生境界における平均流速の鉛直構造を精度良くシミュレートでき、また、レイノルズ応力に関して底面付近の評価には問題が残ったが、表層、中層に関しては比較的良好な一致が得られた。

参考文献

- (1) 岡安, 瀬尾, 柴山, " 碎波による運動量輸送を考慮した海浜流の準3次元数値モデル ", 海岸工学論文集, 第40巻, pp.251-255.1993
- (2) 高木, 川原, " モードスプリット有限要素法を用いた準3次元海浜流数値シミュレーション ", 海岸工学論文集, 第43巻, pp.361-365.1996
- (3) 黒岩, 野田, 芳原, " 準3次元海浜流場の数値シミュレーションに関する研究 ", 海岸工学論文集, 第44巻, pp.151-155.1997
- (4) 黒岩, 野田, 中嶋, 森山, " 構造物周辺における準3次元海浜流場の適応性に関する研究 ", 海岸工学論文集, 第45巻, pp.196-200.1998
- (5) Rastogi, A.K., Rodi, W., "Predictions of heat and mass transfer in open channels", J. of Hydraulics Eng., pp.397-420.1978
- (6) O'connor, B.A., Yoo, D., "Turbulence Modeling of Surf zone mixing processes", Coastal Hydrodynamics, ASCE, pp.397-420.1987
- (7) 中辻, 狩野, 栗田, " SGS 渦動粘性係数を用いた大阪湾潮流の有限要素解析 ", 水工学論文集, 第36巻, pp.693-696.1992
- (8) 瀬岡, 八木, " 浅い水域の乱流場に関する数値計算モデルの開発と沿岸流場への適用 ", 土木学会論文集, No.473, pp.25-34.1993
- (9) 瀬岡, 八木, " SDS&2DH モデルを用いた開水路水平せん断乱流の数値シミュレーション ", 土木学会論文集, No.473, pp.35-44.1993
- (10) 八木, " 新たな乱流モデル開発に基づく浅い水域での大規模複雑乱流場の解析 ", 東京工業大学学位論文, pp.95-130.1994
- (11) 瀬岡, 中川, " Galerkin 法に基づく強分散性波動方程式の導出と背景について ", 東京工業大学土木工学科研究報告, No.44, pp.63-75.1992
- (12) 瀬岡, 中川, " 不規則波動シミュレーションのための強分散性波動方程式の導出とその基本特性の検討 ", 土木学会論文集, No.467, pp.83-92.1993
- (13) 大山, 石原, 瀬岡, " 鉛直積分型 Reynolds 方程式による碎波時流体力評価 ", 海岸工学論文集, 第46巻, pp.166-170.1999
- (14) 松本, 松岡, 中山, 山本, 瀬岡, 八木, " 中小港湾埋没機構解明に向けての長期連続現地観測の試み ", 海岸工学論文集, 第40巻, pp.491-495.1993
- (15) 中山, 山本, 松岡, 池田, 竹内, 瀬岡, 八木, " 中小港湾港口部に発生する水平大規模渦についての現地観測 ", 海岸工学論文集, 第41巻, pp.321-325.1994
- (16) 二瓶, " 新しい計算手法に基づく混相乱流 LES の開発と複雑混相乱流解析への応用 ", 東京工業大学学位論文, pp.14-16.1999
- (17) 池田, 太田, 長谷川, " 側岸部植生境界の周期渦の発生機構 ", 土木学会論文集, -18, pp.47-54.1992
- (18) 富永, 八木, " 植生帯周辺に発生する水平大規模渦の鉛直構造について ", 第51回年次講演会, -193, pp.386-387.1996
- (19) 池田, 本村, 須賀, " 側岸部植生境界における組織的乱流運動の三次元構造に関する実験的研究 ", 水工学論文集, 第42巻, pp.421-426.1998