

GAL モデルに基づく高精度沿岸フロント計算手法の開発

Development of a new coastal-front capturing method based on GAL model

二瓶泰雄, 東京理科大学工学部, 〒278-8510 千葉県野田市山崎 2641, nihei@rs.noda.sut.ac.jp
 灘岡和夫, 東工大情理工, 〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, nadaoka@mei.titech.ac.jp
 森井順之, 東工大情理工, 〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1, morii@ww.mei.titech.ac.jp
 Yasuo Nihei, Science University of Tokyo, Yamazaki 2641, Noda-shi, Chiba 278-8510
 Kazuo Nadaoka, Tokyo Institute of Technology, O-okayama 2-12-1, Meguro-ku, Tokyo 152-8552
 Masayuki Morii, Tokyo Institute of Technology, O-okayama 2-12-1, Meguro-ku, Tokyo 152-8552

The mixing and transport process in coastal region may be strongly affected by the presence of front structure of water. However the conventional numerical simulation methods based on Eulerian-type of convection-diffusion equations cannot precisely describe the evolution of fronts due to numerical diffusion. In the present study, we have developed a new method for numerical simulation of coastal currents based on GAL (Grid-Averaged Lagrangian) model that is able to capture a moving surface of density discontinuity. In this paper, the fundamental performance of the method developed is examined by applying it to the various cases.

1. はじめに

沿岸域における様々な物質の輸送現象や沿岸生態系に関する問題を数値計算によって高精度に予測するためには、密度の異なる水塊の接触面においてしばしば発生する沿岸フロントについて、その挙動を合理的に表現することが極めて重要となる。このような沿岸フロントを対象とした海水流動シミュレーションは、これまで数多く行われて来ている⁽²⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。しかしながら、通常の海水流動シミュレーションでは、密度（もしくは水温、塩分）に関する保存式を、オイラー的手法で解いているため、密度が不連続的に急変するフロントの挙動を合理的に表現することは原理的に困難である。

それに対して、著者らは最近、従来のオイラー的な枠組みとは大きく異なる移流・拡散計算法として、一種のオイラー・ラグランジュ混合型モデルである GAL (Grid-Averaged Lagrangian) モデル⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾を開発し、さまざまな流れ場に応用してきている。もともと混相乱流計算用の分散相粒子モデルとして提案されたこの GAL モデル⁽³⁾⁽⁹⁾は、移流・拡散計算法としても使用でき、高精度・高安定性を有していることが確認されている⁽⁵⁾。さらに、この GAL モデルは、濃度の空間的な急変部もほぼ完璧に移流追跡できることから、移動境界追跡計算法としても応用され、その基本的な有効性・妥当性が検証されている⁽⁶⁾。このようなことから、GAL モデルは、密度急変部を有するフロントの追跡計算法としても極めて有効な手法になり得るものと期待できる。

そこで本研究では、フロントを含む密度の移流・拡散計算法として GAL モデルを応用した、新たな海水流動計算法を開発することを試みた。本論文では、その概要を述べるとともに、その基本特性や有効性を検証するために、基本的な重力フロントに関する数値シミュレーションを実施し、フロント速度や密度分布などに関して、既存の計算手法と比較・検討した結果について述べる。さらに、より現実的なフロント計算として、三次元河口フロントに関する数値シミュレーションを行い、既手法との比較を含めて、本計算手法の汎用性や応用性を検討した結果を示す。

2. 流体運動の基礎方程式

流体運動に関する基礎方程式には、Boussinesq 近似と非圧縮性を仮定して得られる、以下に示すような連続式と 3 次元 Reynolds 方程式を用いた。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_t \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g_3 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i , u_j はそれぞれ x_i , x_j 方向の流速 ($i, j = 1 \sim 3$)、 p は圧力、 ρ ($= \rho_0 - \Delta \rho$) は密度 (ρ_0 : 基準密度、 $\Delta \rho$: 密度変動成分)、 ν_t は渦動粘性係数、 k は乱れエネルギー、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。上式では、フロント近傍の水平・鉛直混合過程を正確に記述するため、静水圧近似を用いず、鉛直方向流速について運動量方程式を直接解くこととした。また、乱流モデルには、フロント近傍に生じやすい時空間的に大きく変動する渦構造を記述するため、大規模渦を直接的に解析することが可能である LES を用いることとし、SGS 渦動粘性係数の算出には、成層効果を考慮した SGS 1 方程式モデルを採用した。

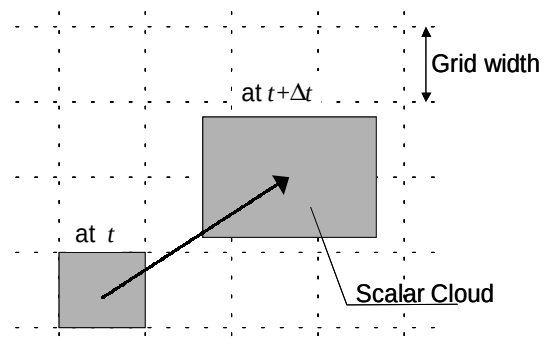


Fig. 1 Schematic illustration of simplified convection and diffusion of a scalar cloud in a grid volume during a time interval Δt in the GAL model.

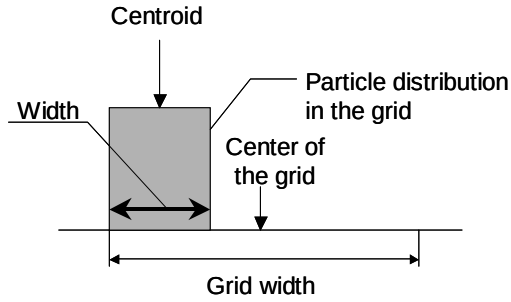


Fig. 2 Illustration of non-uniform rectangular distribution.

3. 密度フロント計算手法としての GAL モデルの概要

本海水流動計算手法では、密度保存則に関して高精度移流拡散モデルである GAL モデルを適用することにより、高精度なフロント追跡シミュレーションを実現することを試みている。ここでの GAL モデルにおける密度の移流・拡散計算法は、これまでの分散相粒子モデルの中で用いられていた粒子濃度の移流拡散追跡プロセスと基本的には同一であり、具体的な内容は以下に示すとおりである。

GAL モデルにおける密度などスカラー量の移流拡散過程に関する取り扱いに関しては、まず、Fig. 1 に示すように、ある密度値を有する流体要素（以下、“スカラー雲”と呼ぶ）の重心位置をラグランジュ的に移動させ、乱流拡散によりそのスカラー雲の広がり幅を変化させる。次に、スカラー量（ここでは密度）を各格子に再配分させる。ここで、 Δt 時間後におけるスカラー雲の重心位置の変化量 $\overline{\Delta x}$ およびその広がり

幅 $\overline{\Delta x^2}$ は、格子内の流速値 U と渦動粘性係数 ν_t を用いて、以下のように記述される。

$$\overline{\Delta x} = U\Delta t \quad (3)$$

$$\overline{\Delta x^2} = 2\nu_t\Delta t \quad (4)$$

また、再配分操作における数値拡散を極力減らすため、スカラー雲内におけるスカラー量分布に関しては、Fig. 2 に示すようなスカラー雲の重心位置を考慮した非一様な矩形分布を採用した。

4. 鉛直 2 次元場における本計算手法の基本性能の確認

まず、本論文で提案している GAL モデルに基づく沿岸フロント追跡計算手法の基本性能について確認するため、鉛直 2 次元場における重力フロントを対象とした数値シミュレーションを試みた。ここでは、代表的な計算例として、Lock Exchange Problem⁽¹¹⁾を計算対象とした。この Lock Exchange Problem とは、Fig. 3 に示すように、矩形容器中央部における水門により分け隔てられた形で配置された密度の異なる

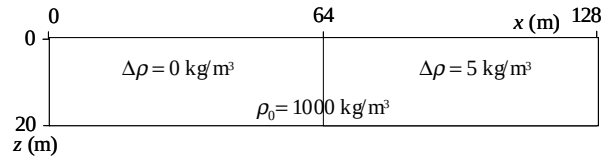


Fig. 3 Initial density distribution for the numerical simulation of the vertical 2-D gravity front.

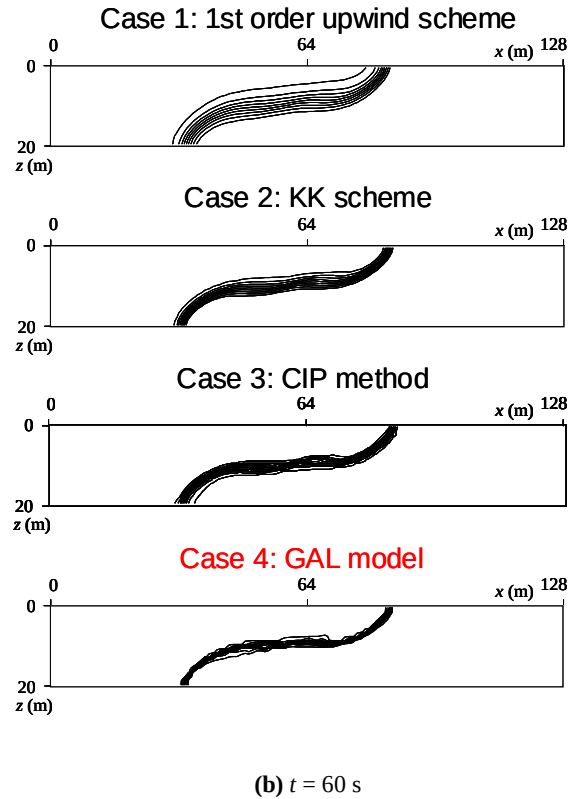
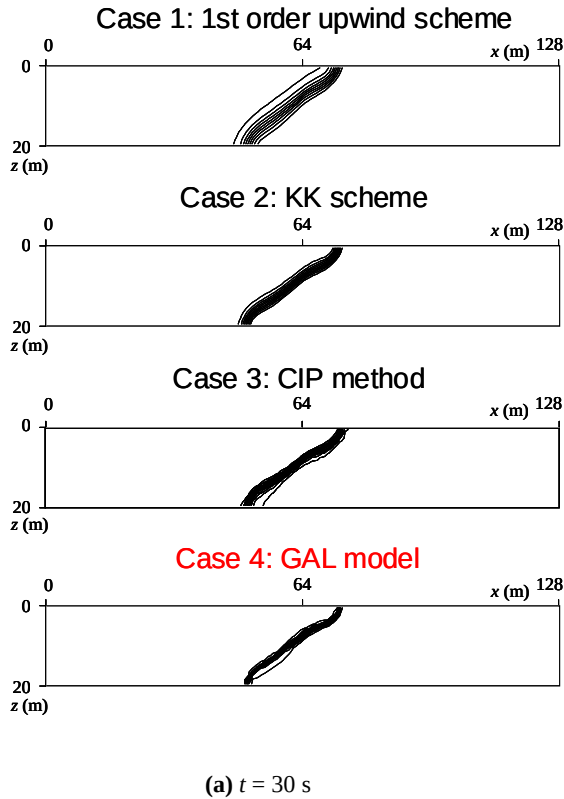
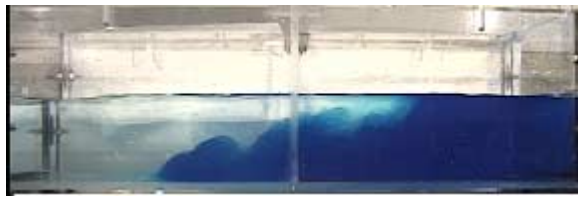
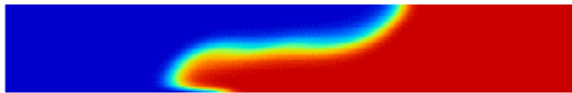


Fig. 4 Computational results of the density distribution of a vertical 2-D front (contour interval: 0.5kg/m^3).

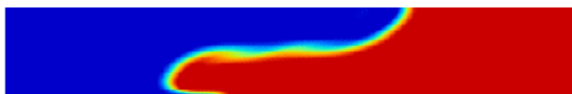


(a) Visualized image (at $t = 2.0$ s)

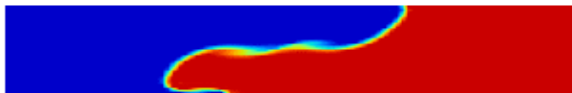
Case 1: 1st order upwind scheme



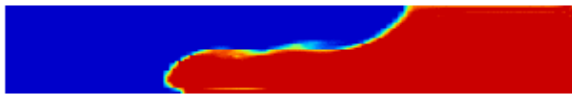
Case 2: KK scheme



Case 3: CIP method



Case 4: GAL model



(b) Computational results
(Spatial distribution of density difference at $t = 2.0$ s)

Fig. 5 Comparison of experimental and computational results.

2つの水塊が、水門を開けた後に、フロント形状を保ちながら、相対的に低密度である水塊が上層を、高密度水塊が下層を進行する形の重力フロント流場の1つである。

(1) 既存の密度変動追跡手法との比較

初めに、フロント近傍の密度変化について、本計算手法の基本的な有効性を検証するため、既存の密度変動追跡手法との比較を行った。具体的には、密度保存式の解法として、フロント追跡精度に重要となる移流項に関して、代表的な差分スキームである、一次風上差分法、河村・桑原スキーム、およびCIP (Cubic Interpolated Propagation) 法⁽¹⁰⁾を用いた計算より得られた数値解に関して、本計算手法との比較・検討を行った。

具体的な計算条件としては、計算領域を水平方向 128m (メッシュ数 128)、鉛直方向 20m (メッシュ数 20) とし、それぞれの座標軸を x , z 軸とした。境界条件に関しては、4辺共に slip 壁条件を適用した。初期条件としては、Fig. 3 に示すように、基準濃度 ρ_0 は 1000kg/m^3 とした水槽中に、右側に密度差 0kg/m^3 、左側に密度差 5kg/m^3 と密度の異なる水塊を

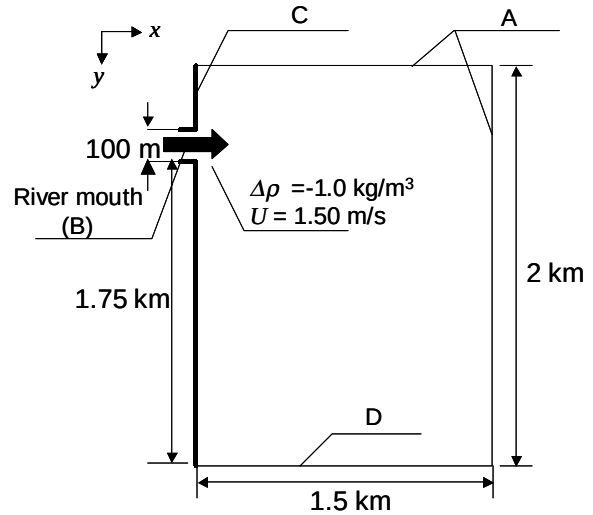


Fig. 6 Computational condition for the problem of the 3-D river-plume front

与えた。また、計算初期では静止状態としているため、流速値は全て 0 とした。

Fig. 4 に、各計算法により得られた $t=30$, 60 s の二時点における密度分布のコンター図を示す。まず、 $t=30$ s における結果に着目すると、本来不連続であるべき密度変動のコンター線間隔に関しては、一次風上差分法より得られた結果が最も広く、本計算手法の結果が最も狭くなっている様子が分かる。このような傾向は、 $t=60$ s の時点ではより顕著に表れている。このような計算結果は、GAL モデルが、このような重力フロントを、他の計算手法と比べて、よりシャープに再現していることを示すものである。

以上の結果より、GAL モデルに基づく本計算手法は、移流項に対する既存の数値スキームと比較して、フロント近傍の密度変化をよりシャープに再現できていることが確認された。

(2) 実験結果との比較

次に、本計算手法の妥当性について確認するため、既存の実験結果との比較を行った。実験データは赤堀ら⁽¹⁾によるデジタルビデオ画像を用いた。赤堀らの実験では、長さ 1.0m、高さ 0.3m、奥行き 0.4m の透明アクリル水槽を仕切り板によって中央で分割し、左側に密度 1000kg/m^3 の淡水、右側にはメチレンブルーで着色された密度 1033kg/m^3 の塩水を、水深 0.155m になるように満たしている。

計算結果との比較を行うため、数値計算でも同様の計算領域、初期条件を設定した。詳細には、計算領域を x, z 方向にそれぞれ 1m (メッシュサイズ 100), 0.155m (メッシュサイズ 30) とした。また、水表面側、側壁の境界条件は (1) と同じく、slip 壁条件を用いたが、底面の境界条件は no-slip 条件とした。

Fig. 5 に、実験開始 2 秒後における静止画像、および対応する数値計算での密度変動コンター図を示す。この図より、数値計算結果ではフロント背後の大規模渦の発達を実験に比べて小さいものの、全体的な特徴は再現できていることがわかる。また数値計算結果のうち本モデルによるものが、最もフロント界面のシャープさを表現できていることがわかる。

以上の結果から、GAL モデルに基づく本計算手法は、移流項に対する既存の数値スキームと比較して、フロント近傍の

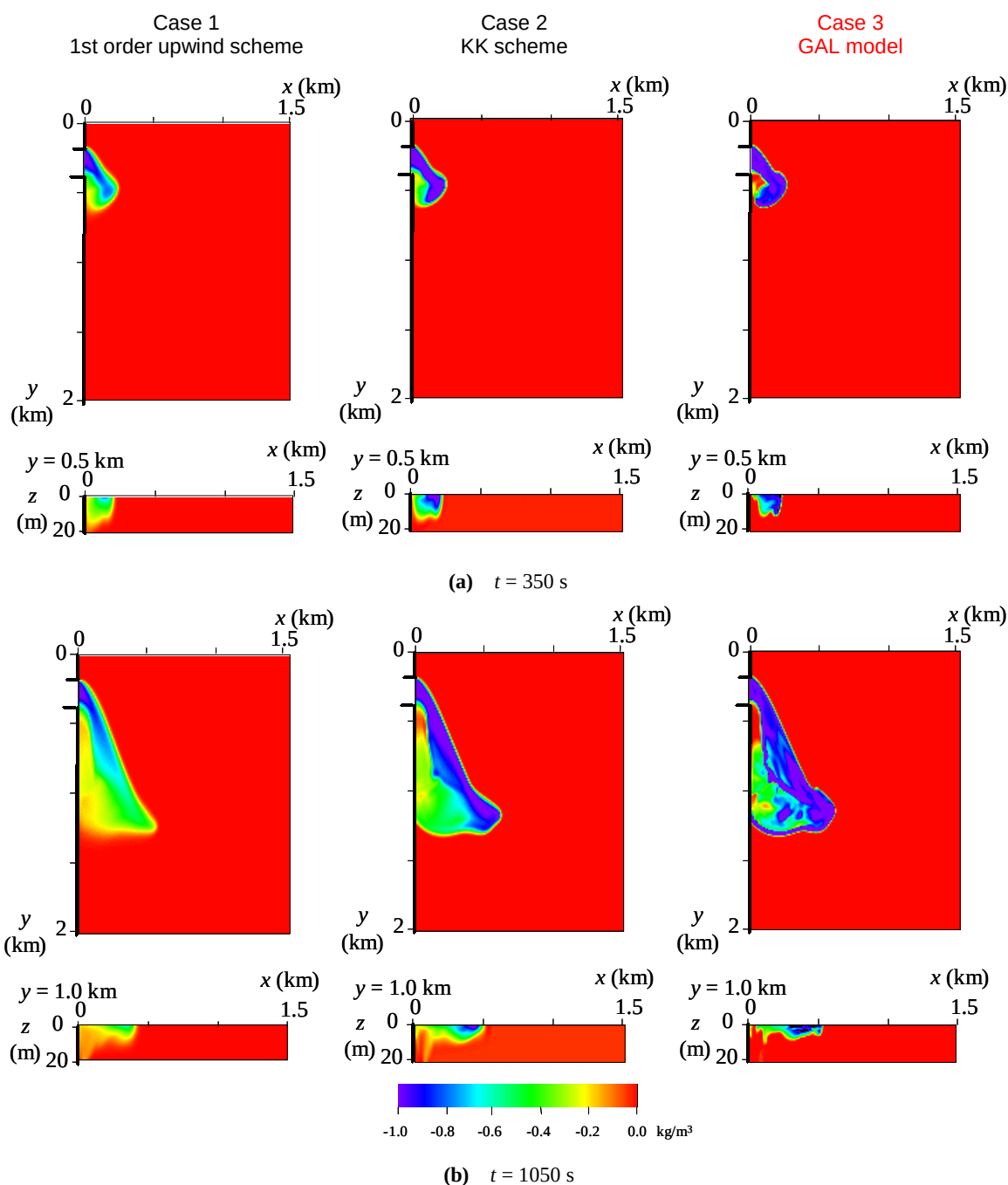


Fig. 7 Spatial distribution of the density difference of a 3-D river-plume front.

密度変化をよりシャープに再現できており、本計算の基本的な有効性が検証された。

5. 3次元河口フロント計算への応用

(1) 計算条件

本計算手法の汎用性・応用性を確認するため、3次元河口フロントに関する数値シミュレーションを実施した。ここでの計算条件としては、Fig. 6に示すように、計算領域を岸沖方向 1500m (メッシュ数 150)、沿岸方向 2000m (メッシュ数 200)、鉛直方向 20m (メッシュ数 20) として、幅 100m、水深 10m の河口部を設けた。この河口フロント計算では、よりシャープなフロント構造を再現するため、沿岸流を考慮した形で計算を行うことを試みた。具体的には、計算初期条

件として、全計算領域にわたって一様な沿岸方向流速を 0.80m/s となるように与えている。また、計算開始後、この沿岸流を維持するために、沖側境界及び沿岸方向境界の一つ (同図中境界 A) では、同じ流速を有する沿岸流を境界条件として課している。河口部 (同図中境界 B) では、密度差 $\Delta\rho = -1.0 \text{ kg/m}^3$ 、流入速度 1.50m/s の河川条件を与えている。さらに、海底面及び河口部を除いた岸側境界 (同図中境界 C) には slip 壁条件、その他の境界 (同図中 D) では、開放条件をそれぞれ適用している。

この河口フロントシミュレーションに関しても、本計算手法の有効性や妥当性を検証するために、4. と同様に移流項に 1 次風上差分法、河村・桑原スキームを用いた場合の計算結果を、本計算法による結果と比較・検討することとした。

(2) 計算結果

本計算手法と1次元風上差分法、河村・桑原スキームを用いた場合における3次元河口フロントの計算結果($t=350$, 1050 s)をFig. 7に示す。ここでは、3次元的な河口フロントの様子を見るために、密度コンター図を、水平面(表層)と x - z 断面(河口フロント近傍, $t=350$ sでは $y=500$ m, $t=1050$ sでは $y=1000$ m)においてそれぞれ図示している。図中のコンター間隔は 0.2kg/m^3 としている。

これらの図を見ると、全ての計算法において、河川水は沿岸流の影響により $+y$ 方向(図中下向き)に曲げられており、上下非対称な河口フロント構造が形成されている様子がうかがえる。しかしながら、このような河口フロントにおける密度分布は、計算法により大きく異なっていることが分かる。すなわち、一次風上差分法の場合には、密度分布は水平・鉛直断面内においてかなり平滑化されており、シャープな河口フロント構造は全く再現されていない。次に、河村・桑原スキームを用いた計算結果に関しては、一次風上差分法よりは密度分布の数値拡散が少ないことが分かるものの、通常明確なフロント構造が現れやすい、沿岸流と隣接している部分においてさえも密度分布は平滑化されてやや不明確なフロントパターンとなり、それが時間とともに顕著になっている様子が分かる。

それに対して、GALモデルを用いた本計算法に関しては、他の2つの手法と比較して、極めて明確な河口フロント構造が再現されており、時間が経過しても、シャープな河口フロントパターンが保たれていることが分かる。このような河口フロントの様子は、鉛直断面における密度変動分布ではより顕著に現れており、特に本計算手法では低密度水のブルーム形状を保っていることが確認できる。

以上のことから、本研究で構築したGALモデルに基づくフロント追跡手法は、三次元河口フロントのような現実的なフロント追跡シミュレーションに対して、極めて有用な計算結果を与えることが確認された。

5. おわりに

本論文では、高精度沿岸フロント追跡が可能な計算手法の構築を目的として、GALモデルに基づく計算手法を提案し、その基本性能について様々な検討を行った。

密度の移流拡散について既存の移流スキームと比較した結果、本計算手法はフロント構造をより高精度に表現していることが検証され、また実験結果との良好な一致が得られた。さらに、3次元河口フロントを対象とした数値実験を行ったところ、既存手法に比べてよりシャープなフロント構造が表現できたことより、大領域計算への応用性についても確認できた。

以上より、本計算手法の沿岸フロント追跡計算手法としての妥当性、有用性が示された。

謝辞: 北海道大学大学院工学研究科清水康行助教授には、貴重なデータを提供して頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- (1) 赤堀, 清水, 中山, "鉛直方向に密度境界面を持つ流体の混合に関する数値実験", 水工学論文集, 土木学会, **43**, pp. 521-526.
- (2) 中辻, 許, 室田, "三次元表層密度流の数値実験", 土木学会論文集, **434/II-16**(1991), pp.19-28.
- (3) 灘岡, 二瓶, 八木, "新しい固相モデルに基づく固体一流体混相乱流 LES モデルの開発", 土木学会論文集, **533/II-34**(1996), pp. 61-73.
- (4) 灘岡, 二瓶, 小西, "河口域周辺部における流動場の渦・

フロント構造に関する数値シミュレーション", 海岸工学論文集, 土木学会, **45**, No.1(1998), pp.441-445.

- (5) 二瓶, 灘岡, "移流シミュレーションに対する GAL モデルの高精度化とその適用性", 土木学会論文集, **579/II-41**(1997), pp.137-149.
- (6) 二瓶, 灘岡, "GAL モデルに基づく移動境界流れ解析法の構築とその応用", 土木学会論文集, **642/II-50** (2000), pp.19-30.
- (7) 日向, 八木, 杉田, "熱塩フロントを考慮した冬期東京湾の海水交換特性に関する数値計算", 海岸工学論文集, 土木学会, **44**, No.1(1997), pp. 391-395.
- (8) 柳, "沿岸海洋学一海の中でのものはどう動くか", 恒星社厚生閣(1989), 154p.
- (9) Nadaoka, K., Nihei, Y. and Yagi, H., "Grid-averaged Lagrangian LES model for multiphase turbulent flow", Int. J. Multiphase Flow, **25**(1999), pp.1619-1643.
- (10) Yabe, T., Ishikawa, T., P.Y. Wang, Aoki, T., Kadota, Y. and Ikeda, F. "A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation", Computer Physics Communications, **66**(1991), pp.233-242.
- (11) Turner, J. S., "Buoyancy effects in fluids", Cambridge university press (1973), 367p.