

# 平面凝縮相での強い凝縮を伴う定常蒸気流 の数値解析：非凝縮性気体の影響

Numerical Analysis of Steady Flows of a Vapor with Strong Condensation on a Plane Condensed Phase : Effect of a Noncondensable Gas

青木一生, ○ 田口智清, 高田滋

京大・工・航空宇宙 〒 606-8501 京都市左京区吉田本町 E-mail : kaoki2@ip.media.kyoto-u.ac.jp

Kazuo Aoki, Satoshi Taguchi, and Shigeru Takata

Dept. of Aeronautics and Astronautics, Graduate School of Eng., Kyoto Univ., Kyoto 606-8501, Japan

Steady high-speed flows of a vapor condensing on its plane condensed phase in the presence of a noncondensable gas are investigated on the basis of kinetic theory in the case where there is a vapor motion along the condensed phase. The behavior of the vapor and the noncondensable gas (e.g., the relation among the parameters for which a steady solution exists) is clarified by an accurate numerical analysis of the two decomposed problems, one for the total mixture and the other for the noncondensable gas, under the assumption that the molecules of the vapor and those of the noncondensable gas are mechanically identical.

## 1 はじめに

無限遠方から平面凝縮相に吹き付けてそこで凝縮を起こしている蒸気流の問題（半無限領域の問題）は、蒸発・凝縮を伴う流れの最も基礎的な問題として気体論を基に数々の研究が成されてきた。例えば気体が凝縮相の蒸気のみから成る单一成分系の場合には、BGK (BKW) モデル方程式<sup>1</sup>に基づく包括的な数値解析により流れの全容が明らかにされている。<sup>2-5</sup> 特に凝縮相の状態と無限遠方の蒸気の状態が特定の関係を満たすときのみ定常な状態が実現することが明らかにされ、その関係が多数の数値解を基に具体的に構成された。さらに凝縮を伴う流れが比較的遅い場合や（その凝縮相界面への法線成分が）遷音速の場合については解析的研究も進められ、定常状態の解の構造が明らかにされている。<sup>7-9</sup> 一方で現実の蒸気は殆どの場合その中に蒸発も凝縮もしない別種の気体（非凝縮性気体）を含んでいる。この問題の蒸気・非凝縮性気体からなる2成分混合気体への拡張は文献6で初めて行われた。文献6においては、凝縮相近傍の蒸気中に凝縮の妨げとなる非凝縮性気体が含まれる状況を考え、非凝縮性気体の蒸気流に及ぼす影響が詳細に調べられた。とりわけ、凝縮相の状態と無限遠方の蒸気の状態、および非凝縮性気体の含有量の間に特定の関係が成り立つときにのみ定常解が存在することが明らかにされ、その関係が具体的に与えられた。しかし文献6は蒸気流が凝縮相に対して垂直に吹き込む特別な場合のみ取り扱っており、凝縮流が凝縮相に斜めに吹き込む一般の場合の解析はまだ成されていない。そこで本研究では2成分混合気体に対する半無限領域の問題を蒸気流が凝縮相に沿う方向の速度成分を持つ場合を解析し、その影響を調べる。

本研究においても文献6と同様、蒸気分子と非凝縮性気体分子が力学的に同等であるという仮定を置く。この仮定の下では本来の連立した非線形方程式の境界値問題は混合気体全体に対する非線形問題（单一成分系の境界値問題に帰着する）と非凝縮性気体に対する線形・同次問題とに分離できる。この事実により、必要な数値計算の量を大幅に削減できるのみならず、解に対する非凝縮性気体の量の依存性が陽に得られる。

## 2 問題と仮定

平面凝縮相で仕切られた半無限領域を占める蒸気（気体A）と非凝縮性気体（気体B）とから成る2成分混合気体を考える。凝縮相の界面は  $X_1 = 0$  ( $X_1$ : 空間直交座標) に位置し、気体は  $X_1 > 0$  を占めている。(Fig. 1) 凝縮相の温度  $T_w$  は一様一定に保たれており、無限遠方からは凝縮相に向かって純粋蒸気の平衡流 [圧力  $p_\infty$ , 温度  $T_\infty$ , 流速  $v_{i\infty} = (-v_{1\infty}, v_{2\infty}, 0)$  ( $v_{1\infty} > 0, v_{2\infty} \geq 0$ )] が吹き付け、界面で定常な凝縮が起きている。系に外力は働いていない。このときの蒸気と非凝縮性気体の定常な振舞いを気体論に基づき、以下の仮定の下で調べる：

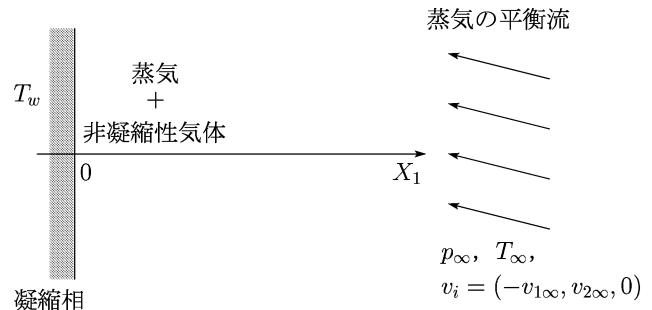


Fig. 1: Problem

- (i) 蒸気と非凝縮性気体の振舞いは 2 成分系に対する Boltzmann 方程式に従う。(ただし数値計算は Garzó らのモデル方程式<sup>10</sup> を用いて行う。)
- (ii) 凝縮相界面を離れる蒸気分子の速度分布は完全凝縮型境界条件に従う。また、非凝縮性気体の分子は凝縮相界面で拡散反射する。
- (iii) 蒸気の分子と非凝縮性気体の分子は力学的に同等である。すなわち、両者の違いは凝縮相との干渉の仕方だけである。

### 3 定式化 I

気体分子の速度を  $\xi_i$ , 気体  $\alpha$  ( $\alpha = A, B$ ) の分子の速度分布関数を  $f^\alpha(X_1, \xi_i)$  と表すこととする。仮定 (iii) はさておき問題を定式化すると、次の  $f^A$ ,  $f^B$  に対する空間 1 次元境界値問題が得られる：

#### 方程式

$$\xi_1 \frac{\partial f^\alpha}{\partial X_1} = J^{A\alpha}(f^A, f^\alpha) + J^{B\alpha}(f^B, f^\alpha), \quad (\alpha = A, B), \quad (1)$$

#### 境界条件

$X_1 = 0$  (凝縮相界面)

$$f^\alpha = \frac{\sigma_w^\alpha}{(2\pi)^{3/2}(kT_w/m^\alpha)^{5/2}} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2kT_w/m^\alpha}\right), \quad (\xi_1 > 0), \quad (\alpha = A, B), \quad (2a)$$

$$\sigma_w^A = p_w^A, \quad (2b)$$

$$\sigma_w^B = -(2\pi kT_w/m^B)^{1/2} \int_{\xi_1 < 0} \xi_1 f^B d\xi, \quad (2c)$$

$X_1 \rightarrow \infty$  (無限遠方)

$$f^A = \frac{p_\infty}{(2\pi)^{3/2}(kT_\infty/m^A)^{5/2}} \exp\left(-\frac{(\xi_i - v_{i\infty})^2}{2kT_\infty/m^A}\right), \quad (3a)$$

$$f^B = 0. \quad (3b)$$

ここで  $k$  は Boltzmann 定数,  $m^\alpha$  は気体  $\alpha$  の分子の質量 ( $\alpha = A, B$ ),  $d\xi = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$  である。また,  $p_w^A$  は温度  $T_w$  における蒸気 (気体 A) の飽和蒸気圧を表す。なお, 式 (1) 右辺の衝突演算子  $J^{A\alpha}$ ,  $J^{B\alpha}$  ( $\alpha = A, B$ ) の具体形はここでは省略した (文献 11 参照)。

上の境界値問題は、各成分気体 A, B の種類があらかじめ指定されると、適当な無次元化により次の 4 つのパラメータ

$$p_\infty/p_w^A, \quad T_\infty/T_w, \quad M_{n\infty}, \quad M_{t\infty}$$

で特徴づけられることがわかる。ここで  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$  は、各々、無限遠方での蒸気の平衡流の凝縮相に垂直な成分、平行な成分の Mach 数である：

$$M_{n\infty} = \frac{v_{1\infty}}{\sqrt{5kT_\infty/3m^A}}, \quad M_{t\infty} = \frac{v_{2\infty}}{\sqrt{5kT_\infty/3m^A}}.$$

ところで、物理的状況を指定するには、上の 4 つのパラメータに加え、さらに気体 B が領域内に含まれる量を指定する必要がある。ここでは、そのパラメータとして次の量  $\Gamma$  を導入する：

$$\Gamma = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{kT_\infty}{p_\infty \ell_\infty} \int_0^\infty n^B dX_1. \quad (4)$$

ここで  $n^B$  は

$$n^B = \int f^B d\xi, \quad (5)$$

で定義される気体 B の数密度,  $\ell_\infty$  は圧力  $p_\infty$ , 温度  $T_\infty$  の静止平衡状態における蒸気 (気体 A) の平均自由行程である。

以上をまとめると、各成分気体 A, B の種類が指定されているとき、問題は 5 つのパラメータの組 ( $p_\infty/p_w^A$ ,  $T_\infty/T_w$ ,  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $\Gamma$ ) によって特徴づけられ、この組の様々な場合に対して境界値問題 (1)-(3b) を調べればよいことになった。

### 4 定式化 II<sup>6</sup>

ここで文献 6 にならって、3 節では考慮しなかった気体 A と気体 B の分子が力学的に同等であるという仮定 (iii) を導入する。この仮定により 3 節での定式化をさらに進め、解析を行う上で大変見通しの良い方程式系を得ることができる。

まず、分子の質量  $m^A$ ,  $m^B$  を  $m$  と書き改め、 $f^A$  と  $f^B$  の和  $f$  を導入する：

$$m^A = m^B = m, \\ f = f^A + f^B.$$

$f$  は分子の種類を区別せずに考えたときの速度分布関数、つまり混合気体全体としての速度分布関数である。すると、分子の力学的同等性によって、前節の  $f^A$ ,  $f^B$  に対する境界値問題は、次の  $f$ ,  $f^B$  に対する境界値問題に置きかえることができる：

$$\xi_1 \frac{\partial f}{\partial X_1} = J(f, f), \quad (6)$$

$$f = \frac{p_*}{(2\pi)^{3/2}(kT_w/m)^{5/2}} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2kT_w/m}\right), \quad (\xi_1 > 0, X_1 = 0), \quad (7)$$

$$f = \frac{p_\infty}{(2\pi)^{3/2}(kT_\infty/m)^{5/2}} \exp\left(-\frac{(\xi_i - v_{i\infty})^2}{2kT_\infty/m}\right), \quad (X_1 \rightarrow \infty), \quad (8)$$

および

$$\xi_1 \frac{\partial f^B}{\partial X_1} = J(f, f^B), \quad (9)$$

$$f^B = \frac{\sigma_w^B}{(2\pi)^{3/2}(kT_w/m)^{5/2}} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2kT_w/m}\right), \quad (\xi_1 > 0, X_1 = 0), \quad (10)$$

$$f^B = 0, \quad (X_1 \rightarrow \infty). \quad (11)$$

ここで、

$$\sigma_w^B = -(2\pi kT_w/m)^{1/2} \int_{\xi_1 < 0} \xi_1 f^B d\xi, \quad (12)$$

$$p_* = p_w^A + \sigma_w^B, \quad (13)$$

である。また、式(6)および(9)の右辺の  $J$  は单一成分気体に対する衝突演算子であり、衝突演算子のこの簡素化には分子の力学的同等性（分子質量、分子間力ポテンシャルの共通性）が使われている。この方程式系(6)-(13)には次の重要な性質がある：

- (i) 方程式系(6)-(8)は  $p_*$  を通してのみ  $f^B$  と関係している [式(13)]。そこで(13)を度外視して  $p_*$  を既知と見なすと、 $f$  の境界値問題(6)-(8)は、单一成分系における定常凝縮流の問題に他ならない。（温度  $T_w$  における蒸気の飽和蒸気圧が  $p_*$  である場合にあたる。）この問題は既に文献5で詳細に調べられており、流れの諸性質が明らかにされている。
- (ii) 方程式系(9)-(12)は、 $f$  を既知とみなせば、 $f^B$  に関して線形同次である。したがって、(9)-(12)を満たす解が1つ求められると、任意の解はその定数倍で与えられる。

これらの性質により、次の手順(I), (II)にしたがって気体の振舞いを効率よく調べることができる：

- (I)  $p_*$  を指定して方程式系(6)-(8)を解き、 $f$  を求める。
- (II)  $\sigma_w^B = p_*$  となるときの  $f^B$  を  $f_*^B$ 、対応するパラメータ  $\Gamma$  の値を  $\Gamma_*$  と書くこととする。(I)で求めた  $f$  を用いて  $\Gamma = \Gamma_*$  に対して方程式系(9)-(12)を解き、 $f_*^B$  を求める。このとき、任意の  $\Gamma$  に対する  $f^B$  は、

$$f^B = (\Gamma/\Gamma_*) f_*^B, \quad (14)$$

で与えられる。

ここで  $\Gamma$  の変域について注意しておく。 $f^B$  に対する  $\sigma_w^B$  は、 $f_*^B$  の定義と(14)とを考慮すると

$$\sigma_w^B = (\Gamma/\Gamma_*) p_*,$$

と表されるので、関係(13)により、対応する蒸気（気体A）の飽和蒸気圧  $p_w^A$  は

$$p_w^A = \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_*}\right) p_*, \quad (15)$$

である。 $p_w^A \geq 0$  だから、上の手順で求めた解が物理的に意味を持つのは、 $\Gamma$  が

$$0 \leq \Gamma \leq \Gamma_* \quad (16)$$

の範囲にあるときである。

こうして問題は  $f$  と  $f_*^B$  を求めるに帰着した。その結果、問題を特徴づける実質的なパラメータは元の5つ ( $p_\infty/p_w^A$ ,  $T_\infty/T_w$ ,  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $\Gamma$ ) から4つ ( $p_\infty/p_*$ ,  $T_\infty/T_w$ ,  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ) に減り、問題の取り扱いが大幅に簡素化された。

なお、性質(i), (ii)と文献5の結果を利用すると、実際には上の4つのパラメータの任意の組に対して定常な凝縮流が存在するわけではなく、これらが一定の関係を満たす場合に限って存在することがわかる。(5.1節)そのため、数値計算の労力はさらに軽減することができる。

## 5 解析

本報では無限遠方での蒸気の平衡流の垂直成分が亜音速 ( $M_{n\infty} < 1$ ) の場合について述べる。超音速 ( $M_{n\infty} \geq 1$ ) の場合については別の機会にゆずることにする。

### 5.1 定常凝縮流が存在するための条件<sup>6</sup>

前節で性質(i)において述べたように、 $f$  の境界値問題(6)-(8)は单一成分系における定常凝縮流の問題に他ならない。この問題は文献5において詳しく調べられている。それによると、定常な凝縮流が存在するのは  $p_\infty/p_*$  が他の3つのパラメータ  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $T_\infty/T_w$  と特定の関係

$$p_\infty/p_* = F_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w), \quad (17)$$

を満たす場合に限られる。文献5では、独立に選べるパラメータ  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $T_\infty/T_w$  の膨大な組み合わせに対してBGKモデル方程式の精密な数値解析を行い、 $F_s$  を数値的に構成している。

さて、上の条件(17)を基に、2成分混合系で定常解が存在するためにパラメータ  $p_\infty/p_w^A$ ,  $T_\infty/T_w$ ,  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $\Gamma$  が満たすべき関係を調べよう。 $p_\infty/p_* = (p_\infty/p_w^A)(p_w^A/p_*)$  と表されるから、条件(17)に式(15)を代入すると次の条件が得られる：

$$\begin{aligned} p_\infty/p_w^A &= (p_*/p_w^A) F_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w) \\ &= \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_*}\right)^{-1} F_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w). \end{aligned}$$

ここで  $\Gamma_*$  は  $f_*^B$  のモーメントであり、 $f_*^B$  は  $f$  を通して(17)の右辺に現れる3つのパラメータに依存することに

注意しておく。結局  $\Gamma_*$  は  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $T_\infty/T_w$  の関数である。

以上をまとめると、本問題では ( $M_{n\infty} < 1$  のとき) 条件

$$p_\infty/p_w^A = \tilde{F}_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w, \Gamma), \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w, \Gamma) \\ = \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_*(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w)}\right)^{-1} \\ \times F_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w), \end{aligned} \quad (18b)$$

が成り立つときに限り定常な凝縮流が存在する。そのため、(元の 4 つではなく) 独立に選べる 3 つのパラメータの様々な組に対して数値計算を行い、定常凝縮流の振舞いを調べればよいことになった。このとき、第 4 のパラメータの値は解とともに得られる。本研究の主眼の 1 つは、こうして得られたデータを元に  $\tilde{F}_s(F_s$  と  $\Gamma_*$ ) を数値的に構成することである。

## 5.2 巨視的物理量

気体の巨視的状態は速度分布関数の分子速度に関するモーメントで与えられる。混合気体の分子数密度  $n$ , 速度ベクトル  $v_i$ , 温度  $T$ , および圧力  $p$  は次のように  $f$  のモーメントとして定義される：

$$n = \int f d\xi, \quad (19a)$$

$$v_i = \frac{1}{n} \int \xi_i f d\xi, \quad (19b)$$

$$T = \frac{m}{3kn} \int (\xi_i - v_i)^2 f d\xi, \quad (19c)$$

$$p = nkT. \quad (19d)$$

また、成分気体  $\alpha$  の対応する諸量  $n^\alpha$ ,  $v_i^\alpha$ ,  $T^\alpha$ , および  $p^\alpha$  ( $\alpha = A, B$ ) は次のように定義する：

$$n^\alpha = \int f^\alpha d\xi, \quad (20a)$$

$$v_i^\alpha = \frac{1}{n^\alpha} \int \xi_i f^\alpha d\xi, \quad (20b)$$

$$T^\alpha = \frac{m}{3kn^\alpha} \int (\xi_i - v_i^\alpha)^2 f^\alpha d\xi, \quad (20c)$$

$$p^\alpha = n^\alpha kT^\alpha. \quad (20d)$$

ここで各成分気体の状態方程式 (20d) が個別の“温度”  $T^\alpha$  に対して取られている点を注意しておく。そのためこの定義の下では、平衡状態を除いて、一般に Dalton の分圧の法則 ( $p = p^A + p^B$ ) は成り立たない。

式 (14) を考慮すると、定義式 (20a)-(20d) から

$$(\Gamma_*/\Gamma)n^B, \quad T^B, \quad v_i^B, \quad (\Gamma_*/\Gamma)p^B$$

は  $\Gamma$  の値にはよらず、同じ  $p_\infty/p_*$ ,  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $T_\infty/T_w$  の組に対して一定であることがわかる。この性質は後で 6.3 節で巨視的物理量の空間分布を示すときに利用する。また、 $f^B$  に対する無限遠での条件 (11) を考慮すると、式 (9) を分子速度  $\xi$  について積分して得られる気体 B の連続の式から

$$v_1^B \equiv 0, \quad (21)$$

であることが分かる。

## 5.3 数値計算

具体的な数値計算は Garzó らによって提案されたモデル Boltzmann 方程式を用いて行う。Garzó らのモデルでは  $f$  に対する方程式は BGK モデル方程式に帰着し、(6) の衝突項は以下のように書ける：

$$J(f, f) = K_c n(f_e - f), \quad (22)$$

$$f_e = \frac{n}{(2\pi kT/m)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\xi_i - v_i)^2}{2kT/m}\right), \quad (23)$$

ここに  $K_c$  は定数で、平均自由行程  $\ell_\infty$  との間に  $\ell_\infty = (K_c p_\infty)^{-1} kT_\infty (8kT_\infty/\pi m)^{1/2}$  の関係がある。一方、(9) の衝突項は、

$$J(f, f^B) = K_c n(\Psi_e - f^B), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Psi_e = \frac{n^B}{n} f_e \left\{ 1 - \frac{(v_i - v_i^B)(\xi_i - v_i)}{2kT/m} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(v_i - v_i^B)^2}{3kT/m} - \frac{T^B}{T} \right] \right. \\ \left. \times \left[ \frac{(\xi_i - v_i)^2}{2kT/m} - \frac{3}{2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

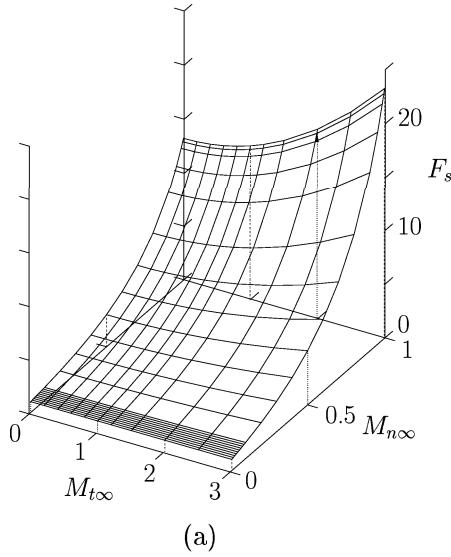
と書かれる。これらを用い、文献 5 に従って構成した差分スキームで計算を行う。

## 6 結果と考察

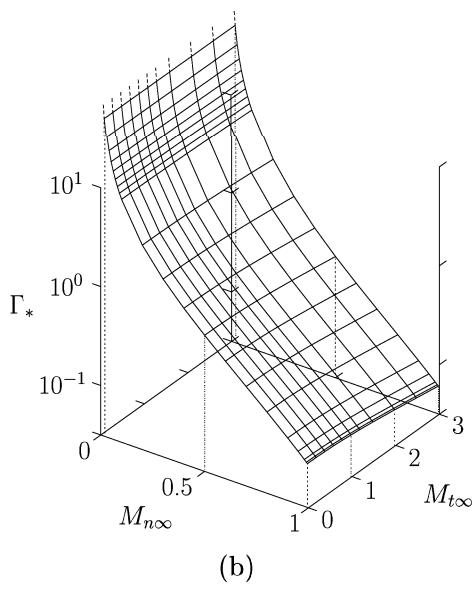
### 6.1 関数 $F_s$ および $\Gamma_*$

定常な凝縮流が存在するための条件を定める基本関数  $F_s$  および  $\Gamma_*$  の一例 ( $T_\infty/T_w = 1$ ) を Fig. 2 に示す。関数  $F_s$  はすでに文献 5 により得られているが、ここに改めて示してある。図より  $F_s$  は平衡流の（凝縮相界面の）法線成分の Mach 数  $M_{n\infty}$  に対する単調増加関数、 $\Gamma_*$  は単調減少関数であることがわかる。この  $\Gamma_*$  の単調性は後で定常流の存在条件を吟味する際に利用する (6.2 節)。ところで  $F_s$  は  $M_{n\infty} \rightarrow 1$  で有限値にとどまるのに対して、 $\Gamma_*$  は  $M_{n\infty} \rightarrow 0$  で無限大に達する。後者の特徴は、この極限では凝縮相界面に垂直な方向の流れがなく、界面付近の有限領域に非凝縮性気体（気体 B）を押し込めておく物理的要因がないことを反映している。

一方、 $F_s$ ,  $\Gamma_*$  の平衡流の接線成分の Mach 数  $M_{t\infty}$  に対する依存性は、 $M_{n\infty}$  への依存性にくらべて小さい。とくに  $M_{n\infty}$  が小さいとき、 $F_s$ ,  $\Gamma_*$  はともに  $M_{t\infty}$  にはほ



(a)



(b)

Fig. 2: Elemental functions  $F_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w)$  and  $\Gamma_*(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w)$  in the case  $T_\infty/T_w = 1$ .  
 (a)  $F_s$ , (b)  $\Gamma_*$ .

とんど無関係である。両者の  $M_{t\infty}$  に対する依存性は、平衡流の法線成分が音速に近くなる ( $M_{n\infty} \sim 1$ ) と顕著に現れる。この傾向は  $M_{t\infty}$  が大きいほど強い。

なお、本報では具体的データは省略するが、関数  $F_s$  および  $\Gamma_*$  の  $T_\infty/T_w$  への依存性も全般的に小さい。ただ、この依存性も  $M_{n\infty}$  あるいは  $M_{t\infty}$  が大きいと大きくなる傾向にある。

## 6.2 定常凝縮流の存在条件

Fig. 2 に示した  $F_s$ ,  $\Gamma_*$  を使って求めた、定常凝縮流が存在するための条件  $p_\infty/p_w^A = \tilde{F}_s$  を Fig. 3 に示す ( $T_\infty/T_w = 1$ )。図中の  $\Gamma = \text{一定}$  の曲線群は  $M_{n\infty}$  に対して単調増加である [ $F_s$  と  $\Gamma_*$  の  $M_{n\infty}$  に対する単調性に注意；6.1 節および式 (18b) 参照]。この曲線群は、

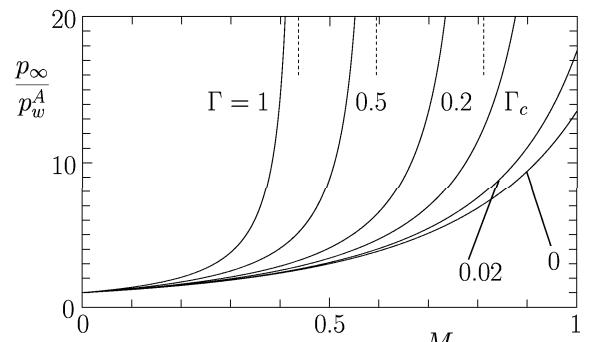
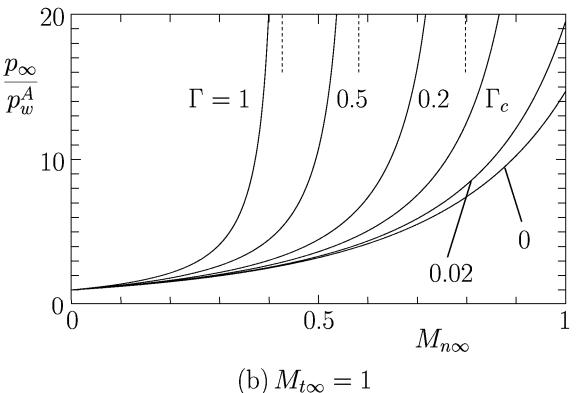
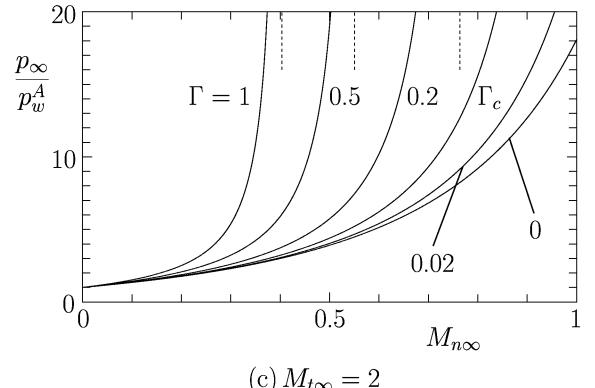
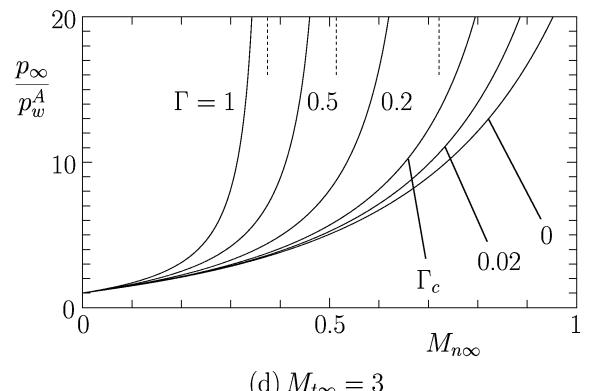
(a)  $M_{t\infty} = 0$ (b)  $M_{t\infty} = 1$ (c)  $M_{t\infty} = 2$ (d)  $M_{t\infty} = 3$ 

Fig. 3:  $p_\infty/p_w^A = \tilde{F}_s(M_{n\infty}, M_{t\infty}, T_\infty/T_w, \Gamma)$  as a function of  $M_{n\infty}$  for various values of  $\Gamma$  and  $M_{t\infty}$  in the case  $T_\infty/T_w = 1$ . (a)  $M_{t\infty} = 0$ , (b)  $M_{t\infty} = 1$ , (c)  $M_{t\infty} = 2$ , and (d)  $M_{t\infty} = 3$ . The dashed line indicates the asymptote ( $M_{n\infty} = M_{nc}$ ) of the curve  $\Gamma = \text{const}(> \Gamma_c)$ .

$0 < M_{n\infty} < 1$  の全域で  $p_\infty/p_w^A$  が有限値を取る曲線群 ( $M_{n\infty} = 1$  と交わる曲線群 ; 図中の  $\Gamma = 0, 0.02$ ) と,  $M_{n\infty} = 1$  より小さな Mach 数  $M_{nc}(< 1)$  で  $p_\infty/p_w^A$  が無限大に達してしまう曲線群 (図中の  $\Gamma = 0.2, 0.5, 1$ ) との 2 群に分類できる。これは  $\Gamma$  の変域 [式(16)] と  $\Gamma_*$  が  $M_{n\infty}$  の単調減少関数であること (6.1 節) に注意すると, 次のように説明できる:

$\Gamma_*$  は  $M_{n\infty}$  の単調減少関数だから,  $M_{n\infty}$  が大きいほど小さい。一方,  $\Gamma_*$  は  $\Gamma$  が取り得る最大値 [式(16)] である。したがって, 指定した  $\Gamma$  の値が十分小さく,  $M_{n\infty} = 1$  での  $\Gamma_*$  の値 (以下  $\Gamma_c$  と略記) を超えない場合には,  $\Gamma$  が各  $M_{n\infty}$  に対する上限値  $\Gamma_*$  を超えることはなく,  $M_{n\infty}$  の全域 ( $0 < M_{n\infty} < 1$ ) で定常凝縮流が存在する。これに対して, 指定した  $\Gamma$  の値がある程度大きい ( $\Gamma > \Gamma_c$ ) と,  $M_{n\infty}$  が 1 より小さな値  $M_{nc}$  で  $\Gamma$  は上限値  $\Gamma_*$  と等しくなり, さらに  $M_{nc} < M_{n\infty}(< 1)$  では上限値  $\Gamma_*$  を超えてしまう。そのため, この範囲では定常凝縮流は存在しない。 $M_{n\infty} \rightarrow M_{nc}(-0)$  のとき  $\Gamma_* \rightarrow \Gamma(+0)$  となるから, 式(18b) を考慮すると, この過程で  $p_\infty/p_w^A$  は無限

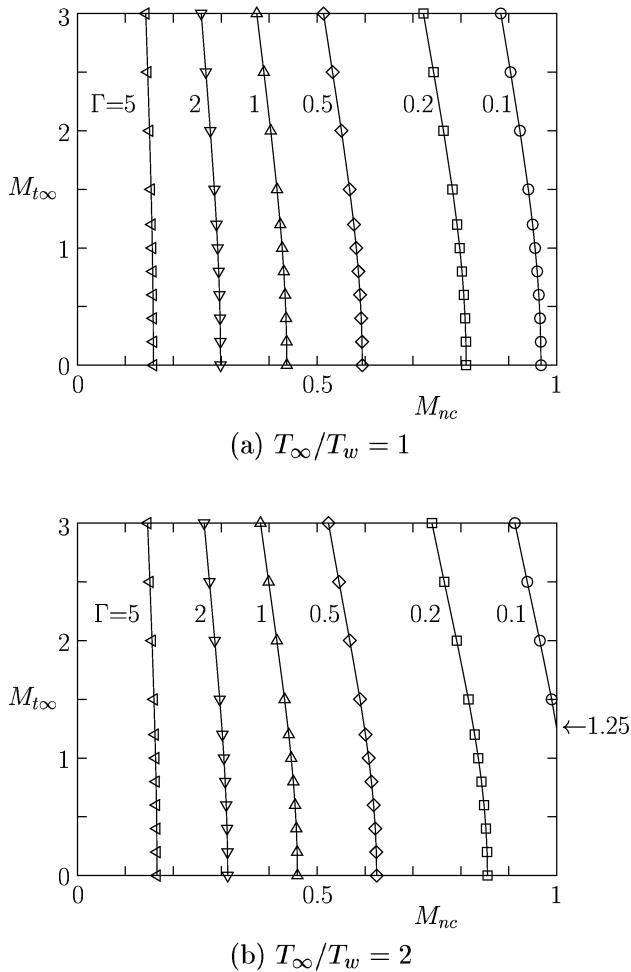


Fig. 4:  $M_{nc}$  versus  $M_{t\infty}$  for various values of  $\Gamma$ . (a)  $T_\infty/T_w = 1$ , (b)  $T_\infty/T_w = 2$ . In (b), the curve  $\Gamma = 0.1$  intersects  $M_{nc} = 1$  at  $M_{t\infty} = 1.25$ .

大に達する。図中の各点線は  $M_{n\infty} = M_{nc}$  を表し, これらは各曲線  $\Gamma = \text{一定} (> \Gamma_c)$  の漸近線である。

このように, 気体 B の含有量の臨界値  $\Gamma_c$  との大小関係により, 定常凝縮流の存在範囲は 2 つの形態に分類される。Fig. 3 には参考のため, この 2 つの曲線群の境界曲線  $\Gamma = \Gamma_c$  も示してある。 $\Gamma_c$  の定義からも分かるとおり, これは  $M_{n\infty} = 1$  を漸近線とする曲線である。

$\Gamma = \text{一定}$  に沿っての  $M_{n\infty}$  の臨界値  $M_{nc}$  は,  $M_{t\infty}$  および  $T_\infty/T_w$  によって異なる。その様子を Fig. 4 に示した。図では Fig. 3 に破線で示した漸近線 ( $M_{n\infty} = M_{nc}$ ) の位置と比較しやすいように  $M_{nc}$  を横軸にとってある。臨界値  $M_{nc}$  は平衡流の接線成分の Mach 数  $M_{t\infty}$  が大きいほど小さく, したがって定常凝縮流が存在する範囲は狭くなることがわかる。また, (a) と (b) を比較すると,  $T_\infty/T_w$  が大きい方が  $M_{nc}$  の値は全般にやや大きく, 定常凝縮流が存在する範囲は広くなる。この傾向は  $M_{t\infty}$  が小さい方がより顕著である。Fig. 4(b) では, 図に示した曲線群  $\Gamma = \text{一定}$  のうち  $\Gamma = 0.1$  が  $M_{t\infty} = 1.25$  で  $M_{nc} = 1$  と交わっている。これは,  $\Gamma = 0.1$  のとき,  $M_{t\infty} < 1.25$  では  $M_{n\infty}$  の全域で定常凝縮流が存在することを意味している。

### 6.3 巨視的物理量の空間分布

$T_\infty/T_w = 1$  における蒸気 (気体 A) と非凝縮性気体 (気体 B) の巨視的物理量の空間分布を Figs. 5-7 に示す。Fig. 5 には  $M_{n\infty} = 0.1$  の, Fig. 6 には  $M_{n\infty} = 0.5$  の, Fig. 7 には  $M_{n\infty} = 0.9$  の場合が示してある。各図で (a) は  $M_{t\infty} = 1$  の, (b) は  $M_{t\infty} = 3$  の結果である。結果の詳細に立ち入る前に, まず, これらの図について少し説明しておく。さきに 5.2 節で述べたように, 気体 B に関する諸量  $(\Gamma_*/\Gamma)n^B$ ,  $v_2^B$ ,  $T^B$  および  $(\Gamma_*/\Gamma)p^B$  は  $\Gamma$  に依らない。そこで Figs. 5-7 では  $n^B$ ,  $p^B$  を個別に示す代わりに,  $\Gamma$  に関する不变量  $(\Gamma_*/\Gamma)n^B$  と  $(\Gamma_*/\Gamma)p^B$  が示してある。また,  $v_1^B$  は  $v_1^B \equiv 0$  [式(21)] であるため省略した。一方, 気体 A の諸量については様々な値の  $\Gamma$  について空間分布が示してある。その中で  $\Gamma = 0$  の分布は気体 B が存在しない場合であり, これは混合気体の対応する諸量 ( $n$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $T$  および  $p$ ) の分布に他ならない。この分布は, 混合気体の振舞い (速度分布関数  $f$ ) が  $\Gamma$  に依らない [4 節性質 (i) および 5.1 節参照] ことを考えると, すべての  $\Gamma$  の値に共通な混合気体全体の諸量の空間分布である。

Figs. 5-7 を見較べると, 各成分気体の巨視量が変化する領域は, 平衡流の (凝縮相界面の) 法線成分の Mach 数  $M_{n\infty}$  が大きいときには分子の平均自由行程  $\ell_\infty$  の数倍程度であるが ( $M_{n\infty} = 0.9$ ; Fig. 7),  $M_{n\infty}$  が小さくなるにつれて広くなり,  $M_{n\infty} = 0.1$  (Fig. 5) では  $\ell_\infty$  の 50 倍程度にまで達している。こうした巨視量の変動領域の違いは他のパラメータに対しては現れない。各図の

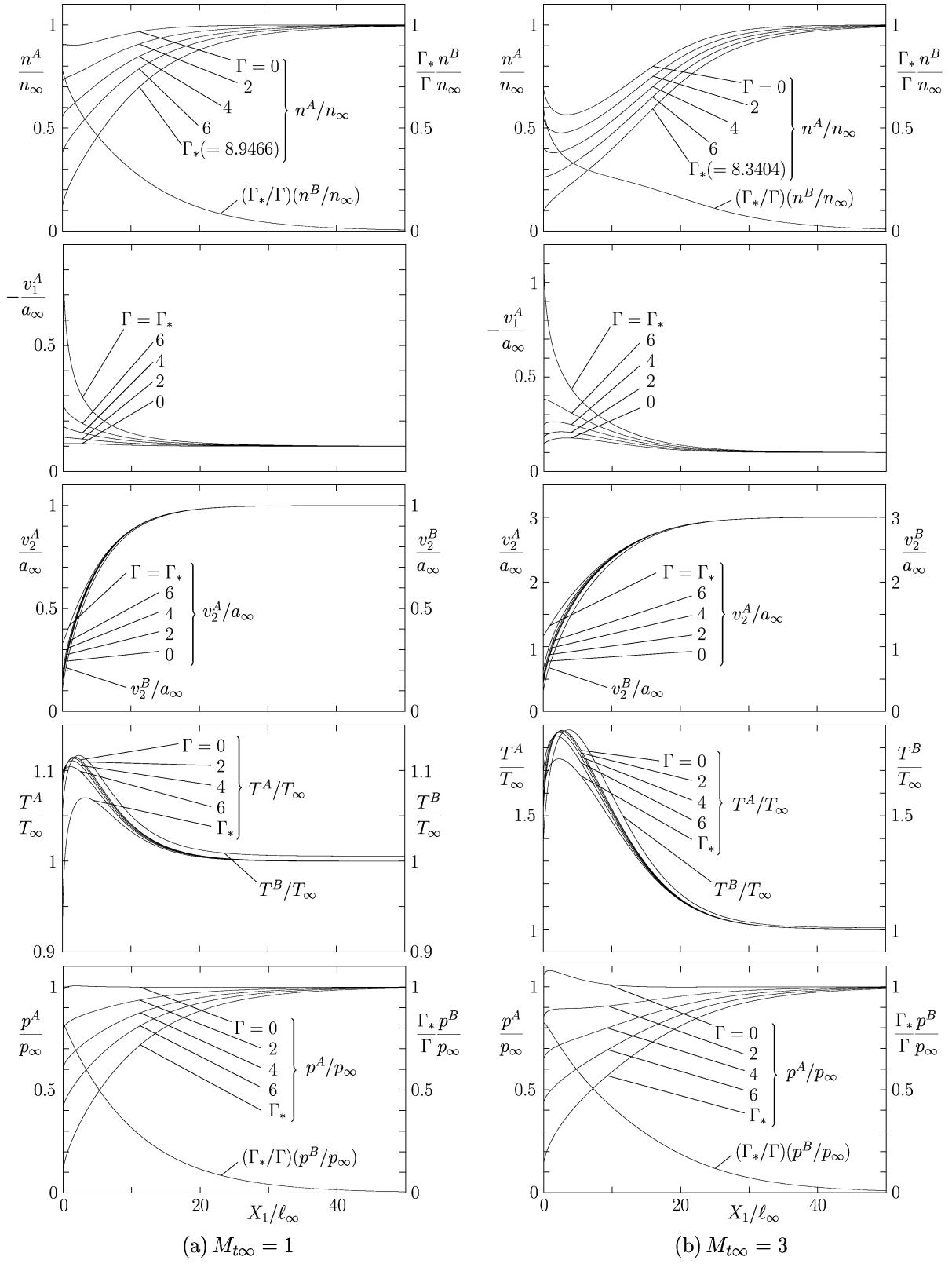


Fig. 5: Profiles of macroscopic variables of the vapor (gas A) and the noncondensable gas (gas B) for  $M_{n\infty} = 0.1$  and  $T_\infty/T_w = 1$ . (a)  $M_{t\infty} = 1$ , (b)  $M_{t\infty} = 3$ . Here,  $n_\infty = p_\infty/kT_\infty$  and  $a_\infty = (5kT_\infty/3m)^{1/2}$ , which are respectively the molecular number density and the sonic speed of the vapor at infinity ( $X_1 \rightarrow \infty$ ). The profiles of the macroscopic variables of the total mixture are independent of  $\Gamma$  and are identical with the correspondings of the vapor for  $\Gamma = 0$ . The profiles of  $(\Gamma_*/\Gamma)n^B$ ,  $v_2^B$ ,  $T^B$ , and  $(\Gamma_*/\Gamma)p^B$  are independent of  $\Gamma$ .

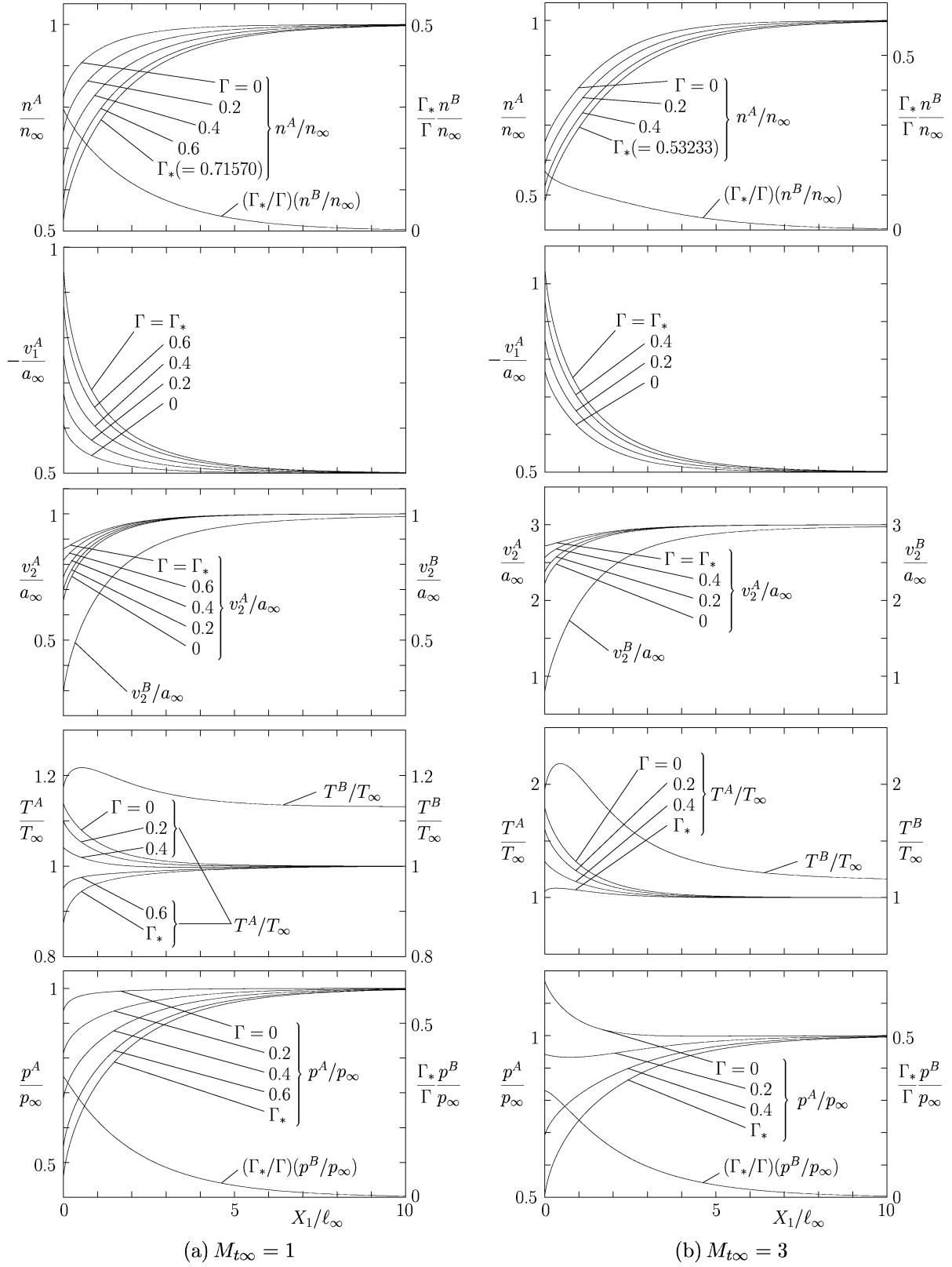


Fig. 6: Profiles of macroscopic variables of the vapor (gas A) and the noncondensable gas (gas B) for  $M_{n\infty} = 0.5$  and  $T_\infty/T_w = 1$ . (a)  $M_{t\infty} = 1$ , (b)  $M_{t\infty} = 3$ . See the caption of Fig. 5.

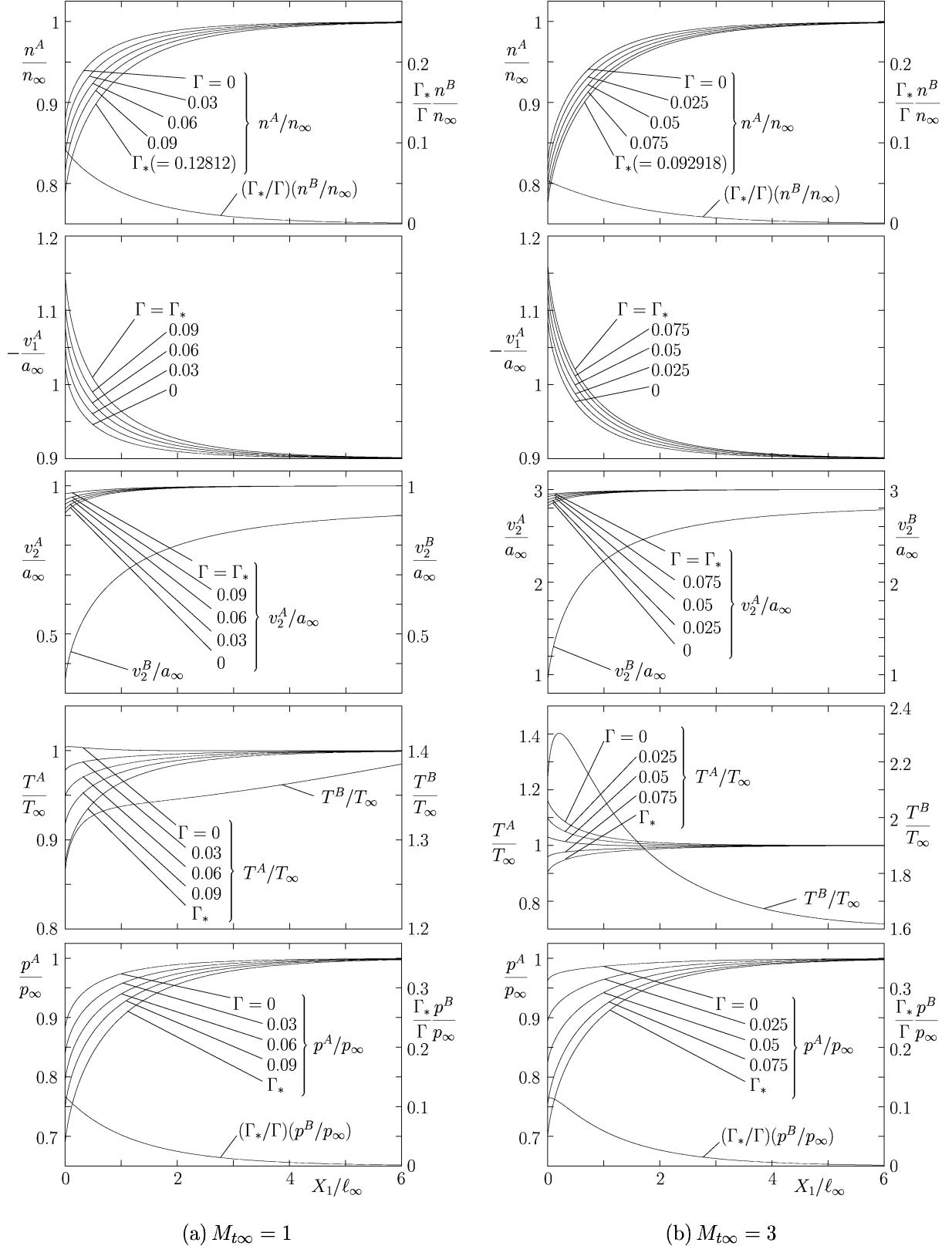


Fig. 7: Profiles of macroscopic variables of the vapor (gas A) and the noncondensable gas (gas B) for  $M_{n\infty} = 0.9$  and  $T_\infty/T_w = 1$ . (a)  $M_{t\infty} = 1$ , (b)  $M_{t\infty} = 3$ . See the caption of Fig. 5.

(a), (b) では、それぞれに共通の  $M_{n\infty}$ ,  $M_{t\infty}$ ,  $T_\infty/T_w$  (したがって共通の  $p_\infty/p_*$ ) に対する結果がひとまとめにして示してある。そのため、 $\Gamma$  が大きく非凝縮性気体（気体 B）の含有量が多い場合ほど、蒸気（気体 A）の分子数密度  $n^A$  あるいは圧力  $p^A$  は界面 ( $X_1 = 0$ ) の近くで大きく減少している。これと蒸気に対する連続の式 ( $n^A v_1^A = \text{一定}$ ) とを併せて考えると、蒸気の流速の法線成分  $v_1^A$  の大きさが  $\Gamma$  の値が大きいほど大きくなっていることが理解できる。一方、 $\Gamma$  の値は各成分気体の流速の接線成分  $v_2^A$ ,  $v_2^B$  や“温度”  $T^A$ ,  $T^B$  にはあまり影響していない。これらはむしろ、各図の (a) と (b) を比較するとわかるように、 $M_{t\infty}$  の値に依存している。流速の接線成分  $v_2^A$ ,  $v_2^B$  が  $M_{t\infty}$  に応じて変化するのは当然であるが、“温度”  $T^A$ ,  $T^B$  が  $M_{t\infty}$  が大きいほど界面付近で高くなるのは気流と凝縮相界面との間の摩擦効果のためである。しかし Figs. 5-7 を見較べると、 $M_{n\infty}$  が大きいとき、この効果は蒸気にはあまり現れていない（蒸気の温度  $T^A$  は  $T^B$  に比べてかなり低い）。これは  $M_{n\infty}$  が大きいと蒸気の分子が界面に達しやすく、摩擦効果で温められた蒸気が（凝縮相に吸着され）逃げてしまうためである。

ところで非凝縮性気体（気体 B）の流速の接線成分  $v_2^B$  と“温度”  $T^B$  の分布を見ると、凝縮相界面から離れても蒸気のそれらの分布には一致していない。これは非凝縮性気体が（気体領域の全域で）平衡状態に達していないことを意味している。しかし、界面から十分離れたところでは非凝縮性気体は実質的に存在せず、蒸気が平衡状態（無限遠での平衡流）に達することを妨げない。非凝縮性気体の非平衡性は、界面近くのより狭い領域に押し込められるので、 $M_{n\infty}$  が大きいほど強い。（Figs. 5-7 を比較せよ。）

## 参考文献

1. P. L. Bhatnagar et al., Phys. Rev. **94**, 511 (1954);  
P. Welander, Ark. Fys. **7**, 507 (1954).
2. Y. Sone et al., in *Rarefied Gas Dynamics*, V. Boffi and C. Cercignani eds. (Teubner, Stuttgart, 1986), Vol. 2, p. 323.
3. Y. Sone et al., Theor. Appl. Mech. **19**, 89 (1988).
4. K. Aoki et al., Phys. Fluids A **2**, 1867 (1990).
5. K. Aoki et al., Phys. Fluids A **3**, 2260 (1991).
6. Y. Sone et al., Transp. Theory Stat. Phys. **21**, 297 (1992).
7. Y. Sone, J. Phys. Soc. Jpn., **45**, 315 (1978).
8. Y. Sone et al., Eur. J. Mech. B/Fluids, **17**, 277 (1998).
9. Y. Sone, Transp. Theory Stat. Phys. **29**, 227 (2000).
10. V. Garzó et al., Phys. Fluids A **1**, 380 (1989).
11. M. N. Kogan, *Rarefied Gas Dynamics* (Plenum, New York, 1969).