球面準一様格子上でのダイナミカルコアの開発

Development of dynamical cores with quasi uniform grids on the sphere

○ 津川 元彦, 富田 浩文, 佐藤 正樹 (地球フロンティア研究システム)
〒 105-0013 東京都港区浜松町 1-18-16 住友浜松町ビル 4F
E-mail：tsugawa@frontier.esto.or.jp
Motohiko TSUGAWA, Hirofumi TOMITA, Masaki SATOH
Frontier Research System for Global Change
Sumitomo Hamamatsucho Bldg. 4F 1-18-16 Hamamatsucho Minato-ku Tokyo 105-0013 Japan

We are developing new dynamical cores of next generation global climate models. The next generation climate models will have high resolution and will run on massively parallel super computers. Since traditional spectral or longitude-latitude grid models will be inefficient in very high resolution, the next generation model should be a quasi-uniform grid model. Two developing quasi-uniform grids, icosahedral and conformal-cubic grids, are tested by using shallow water model.

1. はじめに

全地球上の大気の循環をシミュレートし、雲や放射などの物理過程を導入したモデルを大気大循環モデルと称している。大気大循環モデルは、日々の天気予報や二酸化炭素による地球温暖化予測に代表されるように重要な社会的要請があり、今後ともさらなる高精度化が望まれている。高精度化において重要な点はモデルを高解像度化することである。現在の高解像度モデルでは最大でも水平方向に数十キロメートルの分解能であるが、次世代の超並列計算機では数キロメートルのメッシュで全球を覆う大気大循環モデルの構築も可能になると予想される。

解像度が上がることは、力学過程の精密化にとどまらず物理過程の精度向上にも大きく貢献する。積雲の取り扱いの高精度化がその一例である。現在の大気大循環モデルでの最大の不確定要因の一つは積雲の表現である。現在の数十キロメートルという解像度では積雲を分解できないことから積雲はパラメタライズして扱われているが、モデルが高解像度になれば、積雲を十分に解像しあらわに扱うことによって、この不確定要因を取り除くことが可能になると期待される。

ところで現在の大気大循環モデルの力学フレームワークは球面調和関数を用いたスペクトルモデルが主流となっている。その精度の高さからスペクトルモデルは格子モデルに比べて有利であった。ところが今後の気候モデルの高解像度化、および、超並列計算機へと向かいつつある計算機環境の変化を考慮すると、このスペクトルモデルの優位性は揺らいでくる。スペクトルモデルの問題点の一つにルジャンドル変換の非効率性があげられる。ルジャンドル変換には今のところ FFT のような高速解法が存在しないため、高解像度になればなるほど急速に計算効率が落ちてくる。また、スペクトルモデルはなめらかな分布を持つ現象には力を発揮するが、解像度が高くなり急峻な地形や局所的な積雲の対流を扱う必要がでてくると Gibbs の現象による数値的な問題が発生してくる。

スペクトルモデルの他にも、大気大循環モデルとして格子モデルが採用されてきた。格子モデルでは多くが緯度-経度格子系を用いている。ところが、緯度経度格子モデルにも問題点がある。それは、解像度があがるにつれ、北極及び南極の近くで格子が過剰に集中してしまうことである。このことは無駄な計算に加え、CFL 条件による制限からタイムステップを非常に短くとらなければならないという困難を引き起こす。これまでのモデルでは、極の付近にフーリエフィルターをかける、もしくは、陰的スキームを用いるなどの方法により、このような困難を回避してきた。しかし、自由度が上がるにつれ、フィルタの効率や陰的スキームに用いるポアソンソルバーの効率の悪化などの問題があり、根本的な解決にはなってい

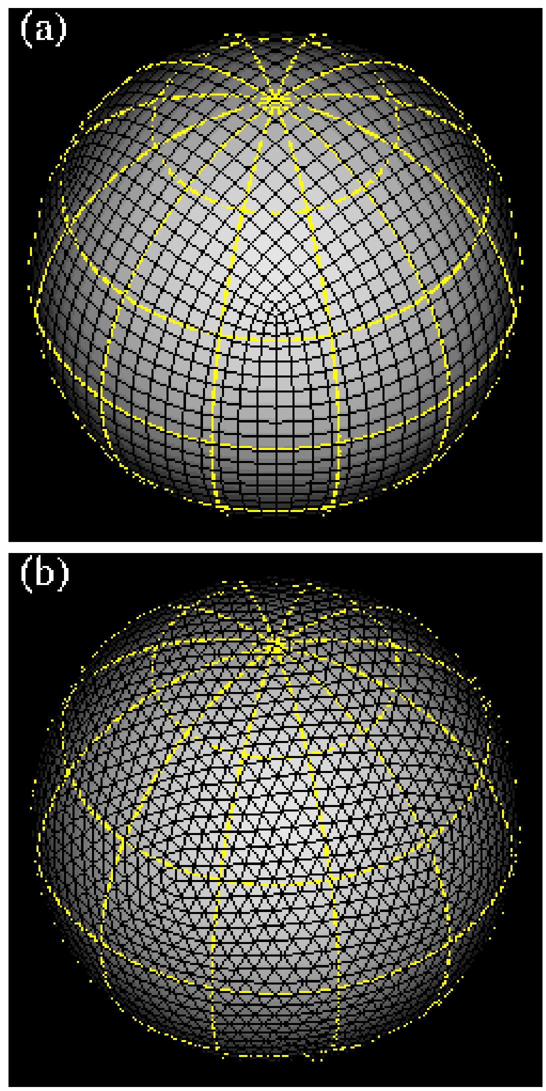


Fig. 1: Conformal cubic grid (a) and icosahedral geodesic grid (b).

Copyright © 2000 by JSCFD

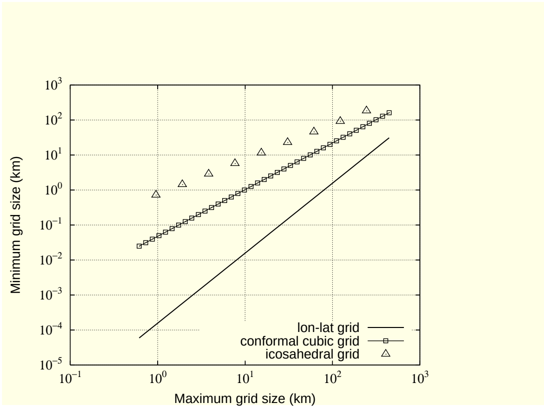


Fig. 2: Minimum size of grid as a function of the size of the maximum mesh.

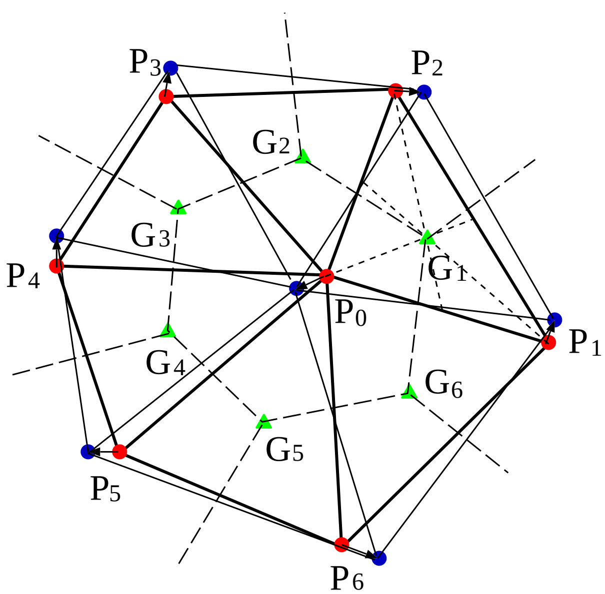


Fig. 3: Schematic view of an control volume for the icosahedral geodesic grid.

ない。

そこで、地球フロンティア研究システムでは次世代大気大循環モデルの力学部分として、全球を準一様格子で覆うタイプの格子モデルの開発に着手した。その第一歩として、現在、正二十面体測地線格子 [(1)−(5)] と等角立方体格子 [(6)(7)] についてのテストを行っている。正二十面体測地線格子と等角立方体格子を Fig. 1 に示す。これらの格子は、緯度経度格子と比較して一様に球面を覆っている。Fig. 2 には最大グリッドの大きさと最小のグリッドの大きさを示している。Fig. 2 からわかるように、次世代気候モデルがターゲットとしている数キロメートルの分解能では、緯度経度格子の場合最小のグリッドサイズが数メートル、という非現実な大きさになってしまうのに対し、正二十面体測地線格子ではほぼ最大グリッドの大きさと同じ値、等角立方格子は正二十面体測地線格子より劣るがそれでも最大のグリッドと最小のグリッドの比が十倍程度と、許容できる範囲にとどまることがわかる。

現在、水平二次元の球面浅水波モデルを作成しこの二つの格子系についてテストを行っている。本稿では、正二十面体測地線格子、等角立方格子それぞれについての浅水波モデルの定式化、及びパフォーマンスについて述べる。

2. 正二十面体測地線格子

2.1 格子生成法

正二十面体測地線格子は、以下の方法で生成する。まず、単位球に内接する正二十面体の各辺を球面上に投影する。この格子を glevel 0 と呼ぶ。それぞれの三角形の辺 (測地線) の中点を結び、4 つの三角形を生成する (glevel 1)。このプロセスを望みの解像度を得るまで、l 回繰り返す (glevel l)。Fig.1(b) には、glevel 3 が示されている。

glevel l 格子の格子点数を N_p と書くと、

$$N_p(l) = 10 \times 4^l + 2. \tag{1}$$

と表すことが出来る。前節で述べたように、我々の最終目標は、全球を数キロメートルのメッシュで覆うことである。仮に、5 キロメートル程度で覆うとすると、格子分割回数 l は、11 回になる。

2.2 標準格子と修正格子

すべての変数の定義点は、三角形の頂点とする Arakawa A タイプの格子である。オペレータの離散化は基本的に有限体積法で行うため、コントロールボリュームを定義する必要がある。Fig.3 にコントロールボリュームの概念図を示す。赤色で示されている点 P_0 から点 P_6 は、三角形の頂点で変数が定義される点である。一方、緑色で示されている点 G_1 は、三角形 $P_0P_1P_2$ の重心である。点 P_0 の位置でのコントロールボリュームは、隣合うの三角形の重心を測地線で結んで構成される。図のようにコントロールボリュームの形状はほとんどの領域で図示されるような六角形であるが、glevel 0 から継承している 12 点だけは五角形となる。

しかし、上に記した方法で生成したコントロールボリュームでは、精度の面で問題があると思われる。変数の定義点はコントロールボリュームの重心にあるのが自然であろう。上記の方法では、そのようになっていない。そこで、最初に生成した格子 (以下、標準格子と呼ぶ) を以下の方法で修正する (以下、修正格子)。

1. まず、標準格子生成後、変数定義点をコントロールボリュームの重心へ移す。Fig.3 に、このプロセスを示す。青色の点が新しい変数定義点である。
2. この新しい変数定義点を使い新しいコントロールボリュームを求め、コントロールボリュームの重心を新たな変数定義点とする。
3. この更新を変数定義点が収束するまで繰り返す。

後述で、実際にこの方法でもとめた格子を使うと精度が格段に上昇することを示す。

2.3 並列化手法

格子分割レベルと同様に、以下に領域分割レベルの概念を導入する。まず、球面正二十面体の隣り合った二つの球面三角形を連結し、10 枚の矩形を生成する (rlevel 0)。各々の矩形について、対角する中点を結ぶことにより、4 つの副矩形を生成する (rlevel 1)。以上のプロセスを繰り返し、望みの領域数を得る。

Fig.4 にある一つの領域の格子構造を示す。格子自体は三角形で構成され、非構造格子に分類されるが、図のように構造格子的な記述が可能である。すなわち、各格子上の変数のメモリーは、2 次元配列で格納される。このことは、ベクトル型のスーパーコンピューター上で利点が大きい。

並列計算では、上記の方法で得られた領域をいくつかのプロセスで走らせる。最も簡単な並列化は、一つの領域を一つのプロセスが受け持つことである。しかし、この方法は柔軟性に乏しいので、領域の管理手法としては、ある任意のプロセスについて、任意の個数任意の位置の領域を管理できるようにした。

二つの隣り合った領域を異なるプロセスで管理しているときは、境界条件の受渡しを MPI 通信で行い、同じプロセスで管理しているときは、単なるメモリーのコピーとする。

Copyright © 2000 by JSCFD

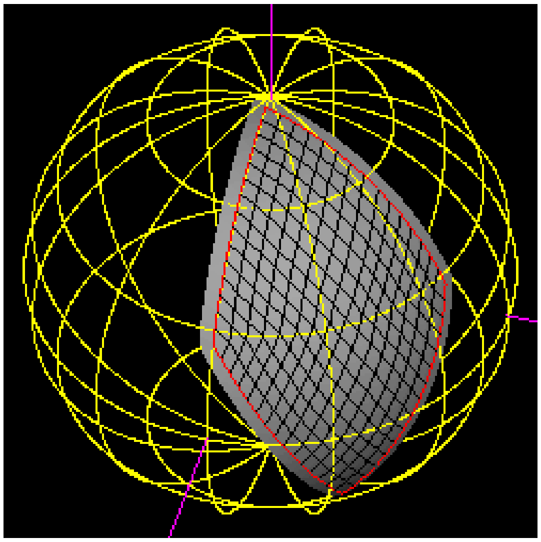


Fig. 4: Grid structure of a calculation domain.

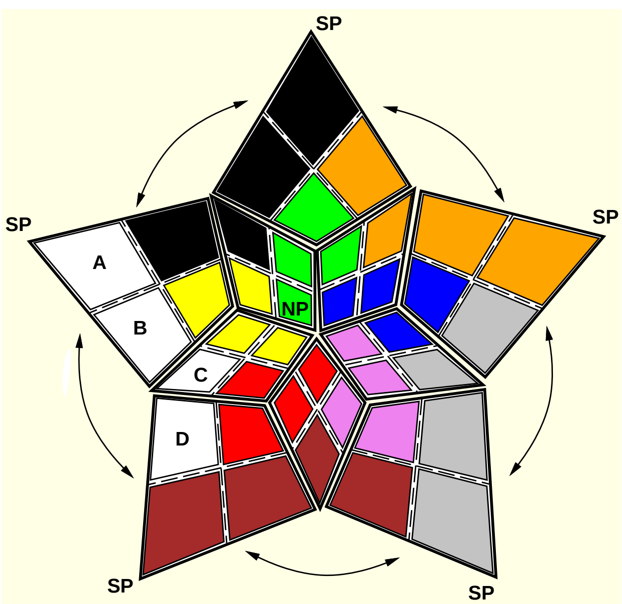


Fig. 5: An example of domain decomposition.

Fig.5 に、領域管理の例を示す。この図は、rlevel 1 を展開したものである。全領域数は 40 で、10 個のプロセスで管理する場合である。同じ色の領域を一つのプロセスで管理する。例えば、領域 A, B, C, D は同じプロセスに管理される。各々のプロセスは極域から赤道域まで一様に管理している。このような管理をすることで、大気物理過程によるロードインバランスを回避することが可能となる。

2.4 浅水波方程式

球面上の浅水波方程式の数学的定式化にはいくつかあるが、ここでは、以下のような Cartesian 座標を使ったベクトル不変表式を使うことにする。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\zeta + f)\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{v} = -\nabla(gh + \frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}}{2}) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial t} + \nabla \cdot (h^* \mathbf{v}) = 0, \qquad (3)$$

ここで、h^* は流体厚さ、h は自由表面の高さである。また、h_s は、山の高さで、以下を満たす。

$$h = h^* + h_s. \qquad (4)$$

$\mathbf{v}$ は、水平方向速度ベクトル、t は時間、∇ は、水平勾配演算子である。$\hat{\mathbf{k}}$ は鉛直方向の単位ベクトルである。ζ は、鉛直渦度で、以下のように定義される。

$$\zeta = \hat{\mathbf{k}} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \qquad (5)$$

f は、コリオリパラメータ、g は重力加速度である。

2.5 離散化手法

2.5.1 空間スキーム 式 (2) 及び (3) の中では、水平勾配 (∇)、発散 ($\nabla\cdot$)、鉛直回転 ($\hat{\mathbf{k}}\cdot\nabla\times$) の三つの演算子が含まれている。これらの離散化は有限体積法で行う。すなわち、各コントロールボリュームの境界に沿った線積分を行った後、コントロールボリュームの面積で割ることによって求める。発散について、具体的にその手順を示す。Fig.3 において、点 P_i でのベクトル $\mathbf{u}$ を既知とする。コントロールボリュームの頂点 G_1 での $\mathbf{u}$ を以下で求める。

$$\mathbf{u}(G_1) = \frac{\mathbf{u}(P_0) + \mathbf{u}(P_1) + \mathbf{u}(P_2)}{3}. \qquad (6)$$

他の頂点 G_i でのベクトル $\mathbf{u}$ も同様にして求める。ここで、辺 G_1G_2 の長さを b_1、辺 G_1G_2 に直交する外向きの単位ベクトルを $\mathbf{n}_1$ と記述し、辺 G_1G_2 を通って出ていくフラックス f_1 を以下のように求める。

$$f_1 = b_1 \frac{\mathbf{u}(G_1) + \mathbf{u}(G_2)}{2} \cdot \mathbf{n}_1 \qquad (7)$$

他の境界から出ていくフラックス f_i も同様に求めると、ガウスの定理により、点 P_0 での $\mathbf{u}$ の発散は、

$$\nabla \cdot \mathbf{u}(P_0) = \frac{1}{A(P_0)} \sum_i f_i. \qquad (8)$$

となる。

2.5.2 時間スキーム 時間積分は、全て陽解法で行う。この場合、時間刻み Δt は、表面重力波の位相速度からの制約を受ける。時間スキームは、3 次精度の Adams-Bashforth 法である。

Copyright © 2000 by JSCFD

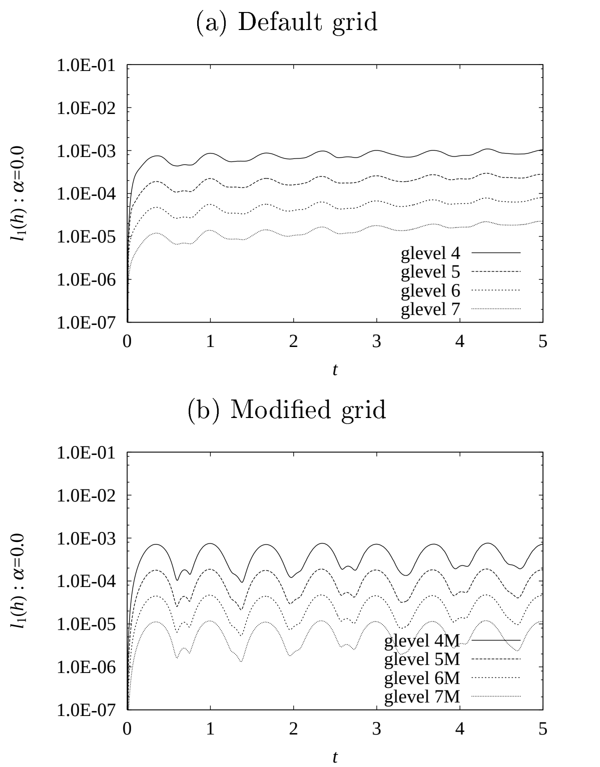


Fig. 6: Time evolution of the 1 norm $l_1(h)$ of the icosahedral grids.

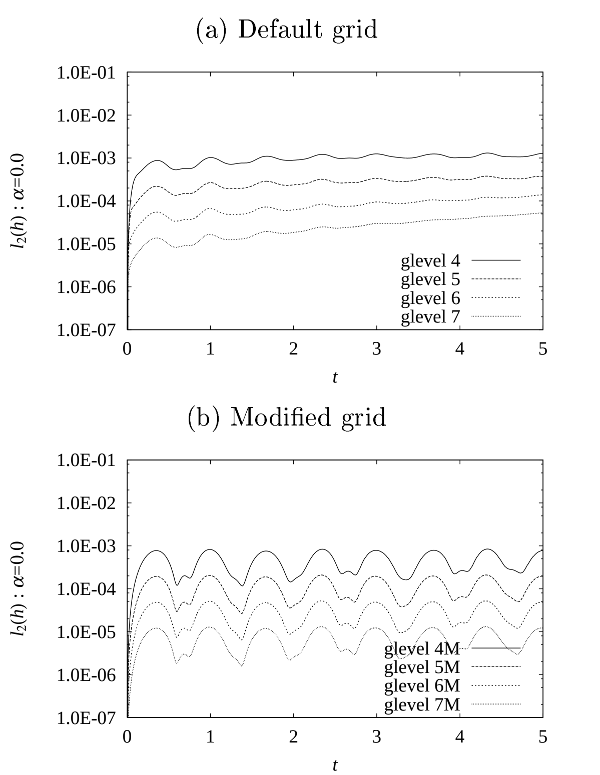


Fig. 7: Time evolution of the 2 norm $l_2(h)$ of the icosahedral grids.

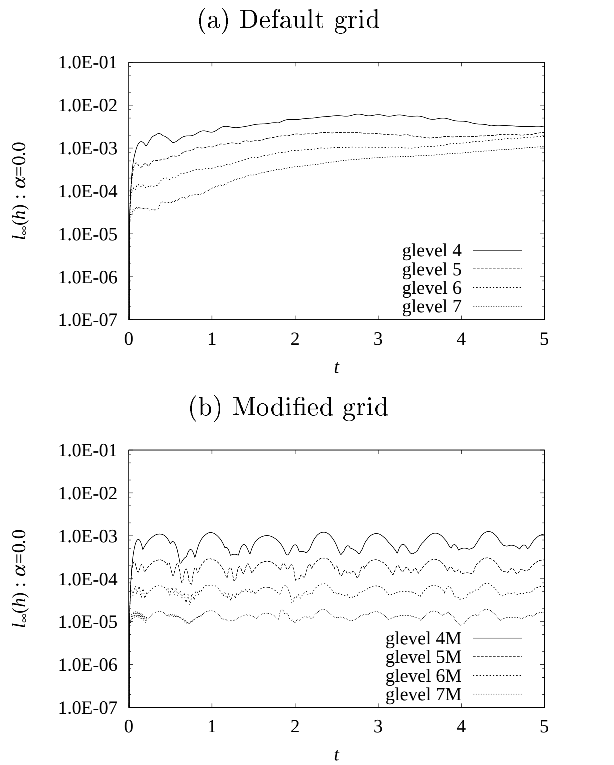


Fig. 8: Time evolution of the infinity norm $l_\infty(h)$ of the icosahedral grids.

2.6 Williamson の標準テストケース 2

Williamson[8] らが提唱する浅水波方程式モデルの標準テスト 2 を行った。状況設定を以下に記す。

- 地球の回転軸を軸とする剛体回転場を与える。
- この速度場と地衡風平衡するような圧力場を与える。
- 長時間積分して、平衡を維持するかを見る。

誤差の評価として、表面高さ h について以下の三つのノルムの時間履歴を測定する。

$$l_1(h) = \frac{I[|h(\lambda,\theta) - h_T(\lambda,\theta)|]}{I[|h_T(\lambda,\theta)|]}, \tag{9}$$

$$l_2(h) = \frac{\{I[(h(\lambda,\theta) - h_T(\lambda,\theta))^2]\}^{1/2}}{\{I[h_T(\lambda,\theta)^2]\}^{1/2}} \tag{10}$$

$$l_\infty(h) = \frac{max_{all\ \lambda,\theta}|h(\lambda,\theta) - h_T(\lambda,\theta)|}{max_{all\ \lambda,\theta}|h_T(\lambda,\theta)|} \tag{11}$$

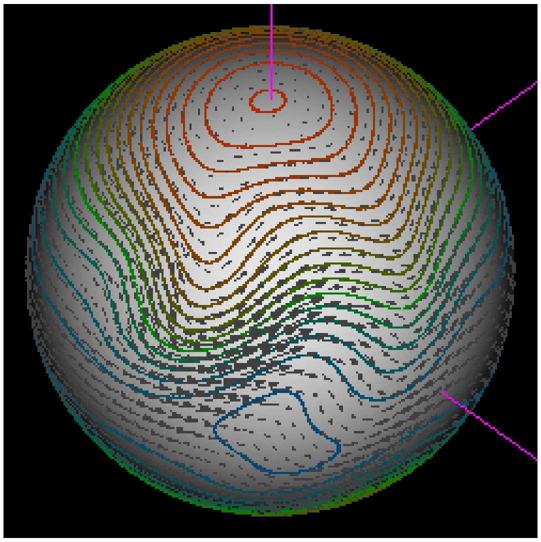
Fig.6 ~ 8 にその結果を示す。(a) が標準格子、(b) が修正格子のものである。すべての誤差について、標準格子より修正格子の方が良いことが分かる。また、l_1 ノルムと l_2 ノルムは、標準格子でも解像度を上げると比較的下降するのに対して (Fig.6 と 7)、l_∞ ノルムは、解像度を上げるても下がらない (Fig.8)。l_1 ノルムと l_2 ノルムは式 (9) と (10) からも分かるように、全球での平均的なエラーを意味している。一方、l_∞ は局所的なエラーを表している。以上のことから、局所的な精度は格子を修正したことによって、劇的に改善されることが分かる。

2.7 Williamison の標準テストケース 5

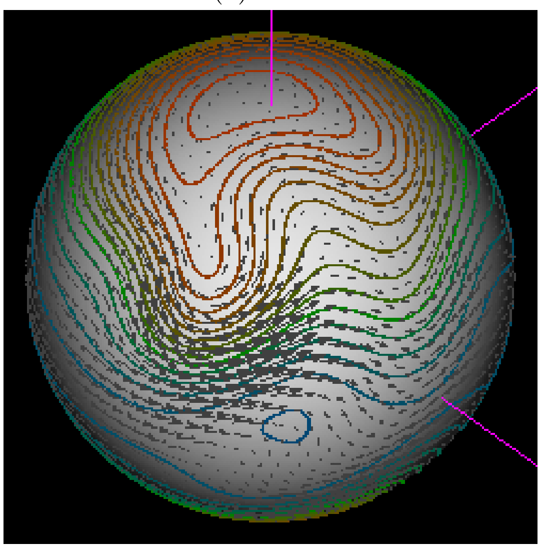
次に、Williamison の標準テストケース 5 を行った。このテストの初期条件は、Case2 と同じである。但し、中緯度に山を配置することにより、非定常な後流がおこる。このテストケースの大きな目的は、以下に示す全エネルギー TE とポテンシャルエンストロフィー $PENS$ の数

Copyright © 2000 by JSCFD

(a) $t = 5$



(b) $t = 10$



(c) $t = 15$

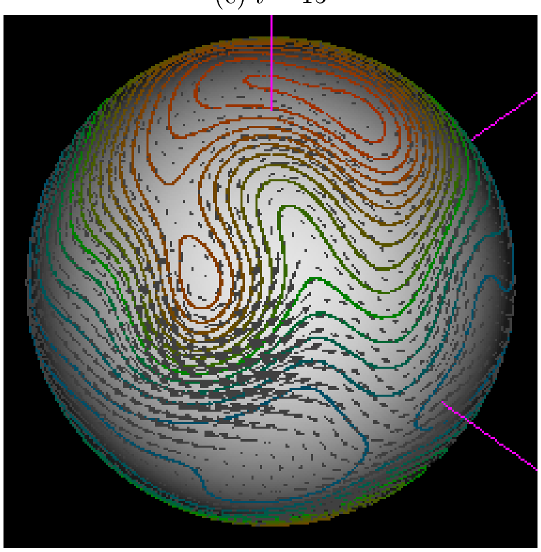
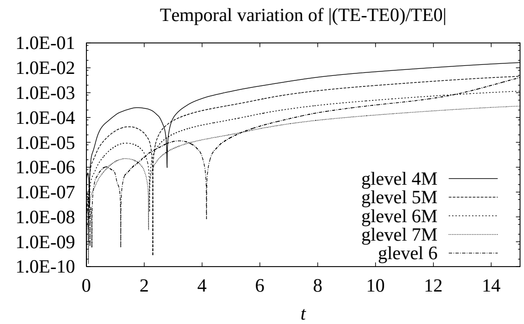


Fig. 9: Time evolution of height and velocity fields of Williamson test case 5 on icosahedral grid model.

(a) Total energy



(b) Potential enstrophy

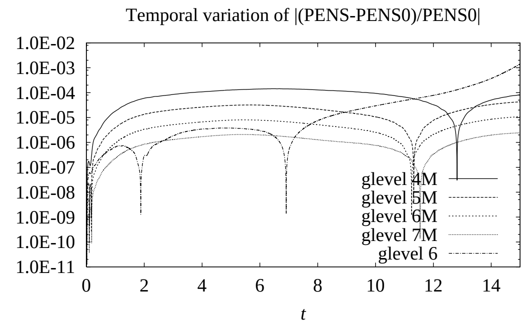


Fig. 10: Time evolution of energy and enstrophy of Williamson test case 5 on icosahedral grid model.

値的な散逸を測定し、保存量に対するパフォーマンスを見ることである。

$$TE = \frac{1}{2}h^{*}\mathbf{v}\cdot\mathbf{v} + \frac{1}{2}g(h^2 - h_s^2) \qquad (12)$$

$$PENS = \frac{1}{2h^{*}}(\zeta + f). \qquad (13)$$

Fig. 9 に修正格子 glevel6M で計算した 5 日後、10 日後、15 日後の場の様子を示す。高解像度のスペクトル法 (T213) との比較も行ったが非常に良好な結果を得た。

Fig.10 に TE と $TENS$ について厳密な値からのズレの時間履歴を示す。解像度が上がると保存性は良くなっていく。また、格子間隔が半分になると、厳密値からズレもほぼ 1/4 になり、テストケース 2 の結果と同様、2 次精度が保たれていることが分かる。同時に、標準格子で計算した結果 (glevel6) についても示すが、やはり、同じ解像度の修正格子の結果に比べて (glevel6M)、悪い結果となっている。

2.8 Williamson の標準テストケース 7

Williamson らは、最後のテストケースとして、現実的な大気の状態を初期条件としてスペクトル法と比較することを提案している。Fig.11 は、0000 GMT December 21, 1978 の 500hPa の流れ場を初期条件として修正格子 glevel7M を使って走らせた 5 日後の h の分布である。比較のため、同程度の解像度 (T213) のスペクトル法の結果も示す。大きな構造に関して、両者の間に違いはない。また、このテストケースは、極を越える強い流れがあるので、極問題のテストとしてはよいテストと言える。Fig.11(c) を見ても明らかなように正二十面体測地線格子でも極の強い流れが良く再現されている。

3. 等角立方体格子

3.1 等角立方体格子

等角立方体格子では球面を四角形で分割する手法を用いて球面上に格子を生成している。基本となるアイディ

Copyright © 2000 by JSCFD

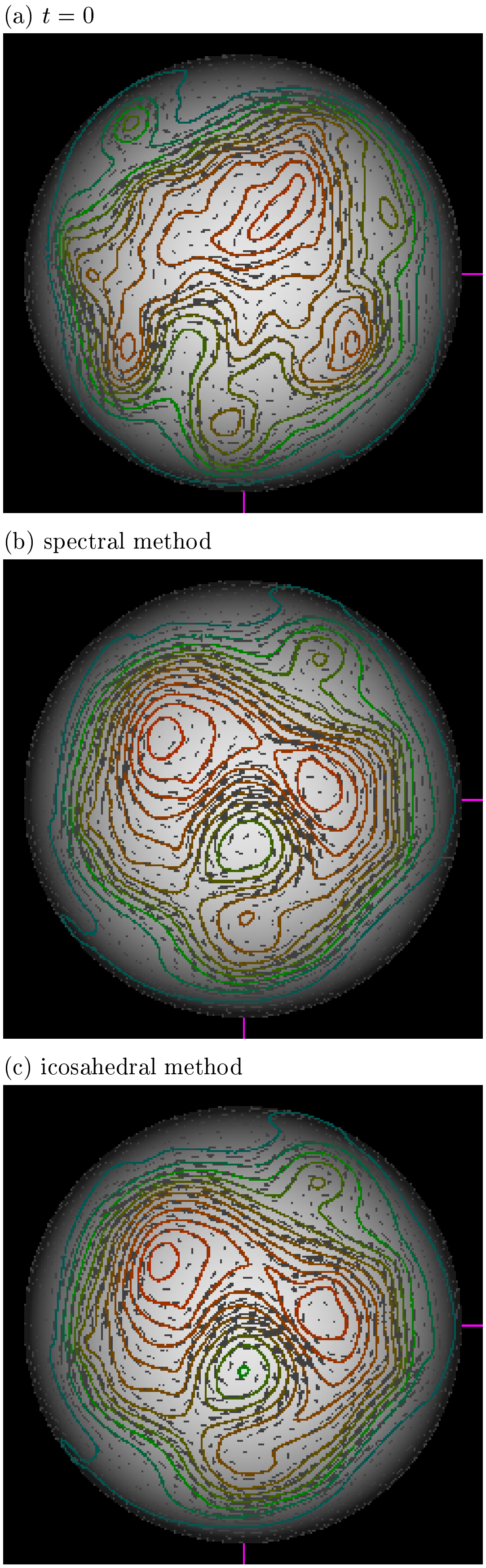


Fig. 11: Results of Williamson test case 7 of icosahedral grid and spectral models.

アは、球に内接する立方体上に格子を生成し、その格子を球面に投影するというものである。立方体格子についての全球モデルの研究は、古くは Sadourny [9] などがあるが球面に投影された立方体の辺の部分の取り扱いに難点があった。これは中心投影法を採用したために球面に投影された立方体の各面の座標軸が各面の境界において滑らかにつながらないことが原因の一つである。1996 年になり Rančić[6] らによって等角立方格子が考案された。この格子の特徴は座標軸が常に直交していることである。そのため、Fig. 1(a) に見られるように滑らかに座標がつながっている。等角立方格子の座標は球面上に 8 箇所存在する特異点をのぞいてなめらかである。これらの特異点は、立方体の頂点が投影される場所に対応している。Fig.1(a) が示すように特異点のまわりでは格子の形がゆがんでいるため、取り扱いに注意が必要である。

3.2 浅水波方程式

等角立方体格子を用いた計算は、球面を 6 個の計算平面に写像して行われる。6 個の計算平面上では二次元一般座標系が形成され、その上で方程式が解かれることになる。

一般座標系における浅水波方程式であるが、ここではベクトル不変表式を用いて次のように表す。

$$\frac{\partial h^*}{\partial t} = -\frac{1}{G}\left[\frac{\partial (G v^x h^*)}{\partial x} + \frac{\partial (G v^x h^*)}{\partial y}\right] \tag{14}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = G(\zeta + f)v^y - \frac{\partial}{\partial x}\left(gh + \frac{v^x v_x + v^y v_y}{2}\right) \tag{15}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = -G(\zeta + f)v^x - \frac{\partial}{\partial y}\left(gh + \frac{v^x v_x + v^y v_y}{2}\right) \tag{16}$$

ここで、v は計算平面上のベクトルで、上付きの添え字は反変成分であることを、下付の添え字は共変成分であることを表している。g は重力加速度、h^* は流体厚さ、$h = h_* + h_s$ は自由表面の高さを表している。ここで h_s は地形の標高。また、G は absolute Jacobian であり、メトリックテンソル $\{g_{ij}\}$ を用いて、

$$G = g_{xx}g_{yy} - g_{xy}^2 \tag{17}$$

と定義される。f はコリオリパラメータである。ζ は相対渦度であり、一般座標上では

$$\zeta = \frac{1}{G}\left[\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right] \tag{18}$$

と表現される。

3.3 離散化手法

質量と速度は、CD-grid[10][11] と呼ばれるスタッガード法を用いて配置した (Fig. 12)。計算平面上で各セルのコントロールボリュームを考え、コントロールボリュームの中心で自由表面高度 h を定義し、コントロールボリュームの境界で速度ベクトルを定義する。ベクトルの成分のうち、コントロールボリュームの境界を横切る成分を C–grid 成分、境界に沿った方向の成分を D–grid 成分と称する。渦度は D–grid 成分をセルのまわりで周回積分した値をセルの面積 $G\Delta x\Delta y$ で割った値で与えられる。このように渦度を表現してやることによって CD–grid では渦度と自由表面高度を同じ場所で定義することができる。そのため、CD–grid は渦度と物質の移流、発散の表現を同様に扱うことを可能にする。その結果、CD–grid は、慣性重力波をよく再現し、また、地球流体で重要な渦の振る舞いをよくシミュレートすることが期待できる。以上に加えて、このように物理量を配置してやると球面上に存在する特異点の上で物理量を定義する必要が無くなるという利点もある。

時間積分は全て陽解法を用いた。質量、渦の移流は Lax-Wendroff スキームを用いて行った。計算のタイムステップは重力波の位相速度と最小グリッドのサイズからの CFL 条件で決定される。

Copyright © 2000 by JSCFD

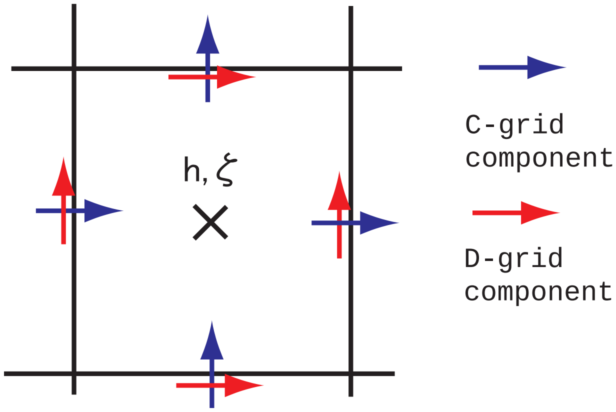


Fig. 12: cd grid.

3.4 Williamson の標準テストケース 2

Williamson らが提唱する浅水波方程式モデルの標準テスト 2 を実行した。テストの詳細については section 2.6 を参照されたい。テストは各計算平面を 40×40, 80×80, 160×160 に分割する、3 種の解像度について行った。各図においてそれぞれの解像度は n40, n80, n160 と表されている。最大グリッドのサイズはそれぞれ 2° 、1°, 0.5° 程度となる。Fig. 13 は、このテストケースでのエラーのノルム l_1,l_2,l_∞ の時間変化を、それぞれの解像度ごとに表現したものである。

まず、各ノルムの解像度依存性について考える。l_1,l_2 ノルムは解像度を上げるにつれ順調に減少しているが、一方、l_∞ ノルムでは数値積分初期において解像度を上げてもエラーの減少が見られない。l_∞ ノルムは誤差の最大値の指標であるが、等角立方格子ではこのエラーの最大値は球面上の特異点付近に見られる。特異点の周辺数グリッドでは、格子のひずみが大きくなっている。このため各微分オペレータの精度が悪くなっており、これは解像度を上げても解消されない。一方、解像度を上げるとひずみの大きな格子一つ一つの面積が減少するため、エラーの全球平均であるノルム l_1 やノルム l_2 などは、他の部分のオペレータの精度が二次であることとも相まって解像度の上昇とともに減少していく。特異点付近でのオペレータの精度を上げるのが今後の課題である。

一方、時間が経つにつれて全てのノルムは徐々に拡大していく。これは、Lax-Wendroff 法を用いているため時間が経つにつれ渦度や質量の場が拡散していることが原因である。高精度の移流スキームを用いることによりこのような拡散を防ぐことができれば、誤差の拡大をおさえることができると考えている。

3.5 Williamson の標準テストケース 5

Williamson らの提唱する標準テストケース 5 の試験を行った。このテストケースでは ∇^2 の形の数値粘性を導入している。

等角立方体格子 n80 で計算した高度場の時間変化の図を Fig. 14 に示した。これは、2.7 節の正二十面体測地線格子とほぼ同程度の解像度を持っている。Fig. 9 と比較してわかるように等角立方体格子と正二十面体測地線格子の差異は小さい。また、図のほぼ中央に特異点が位置するが、そのまわりでも場は滑らかにつながっていることがわかる。Williamson の標準テストケース 2 では特異点におけるオペレータの誤差について論じたが、このテストケースにおいては特異点の誤差が十分小さい、ということが結論できる。

保存量であるエネルギー TE 、ポテンシャルエンストロフィー $PENS$ の時間発展を Fig. 15 に示した。ここでは数値粘性を導入しているため、エネルギーやエンストロフィーは時間が経つにつれ次第に減少していっている。解像度を上げることにより数値粘性の大きさをおさえることができるため、この減少の程度は少なくなっていく。

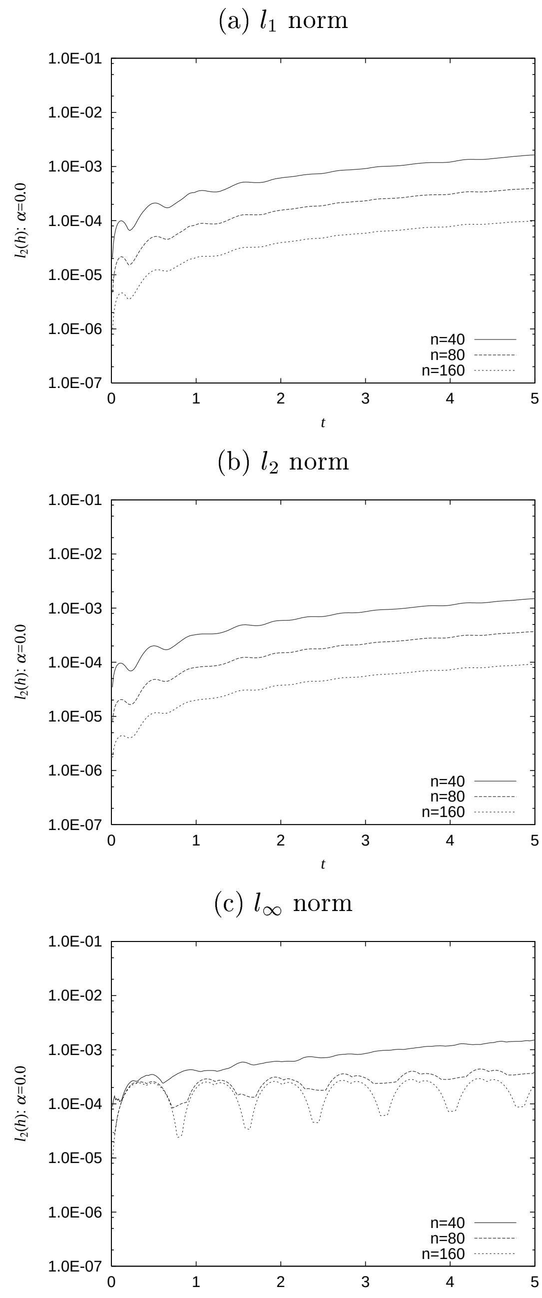
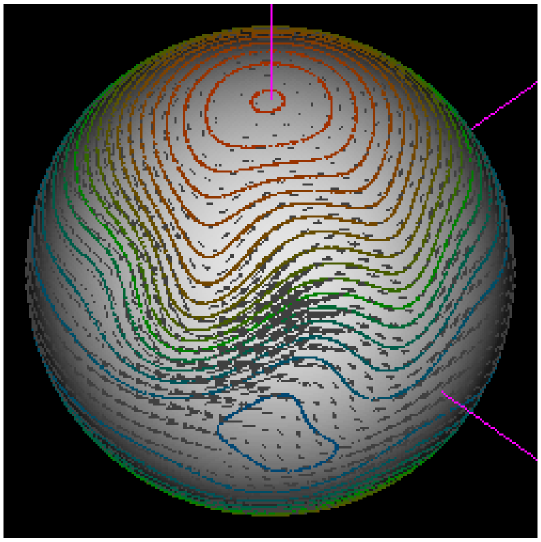


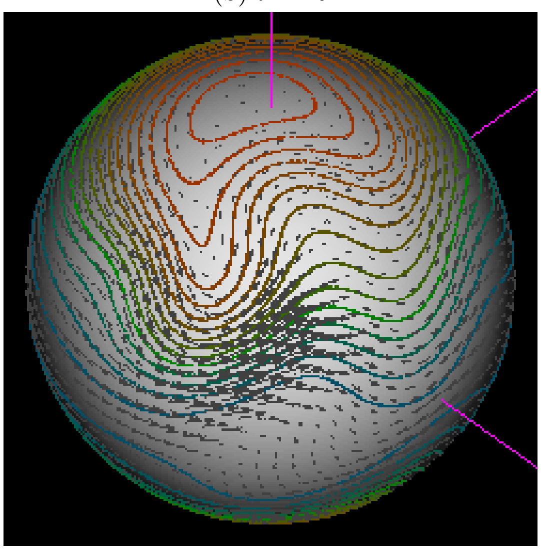
Fig. 13: Time evolution of norms of the Williamson test case 2 on the conformal cubic grid models.

Copyright © 2000 by JSCFD

(a) $t=5$



(b) $t=10$



(c) $t=15$

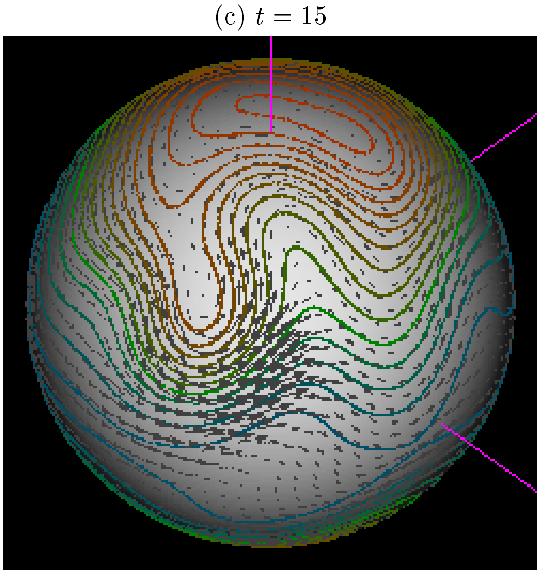
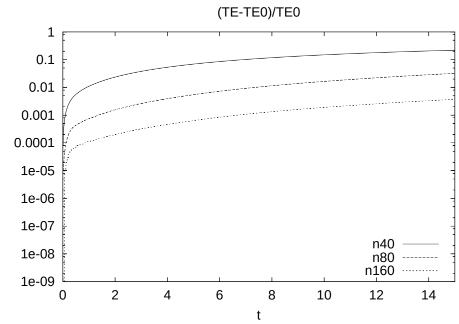


Fig. 14: Time evolution of the height and velocity fields of williamson test case 5 on conformal cubic grid model.

(a) Total energy



(b) Potential enstrophy

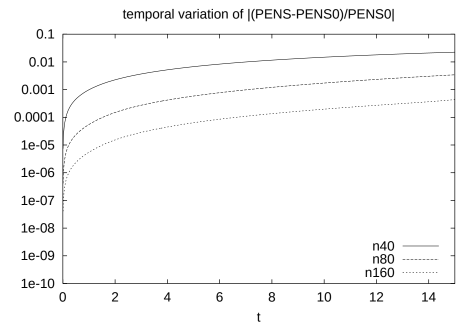


Fig. 15: Time evolution of energy and enstrophy of Williamson test case 5 on the conformal cubic grid model.

4. まとめ

本稿では、地球フロンティアで開発中の二つの準一様格子を用いた全球浅水波モデルについて述べてきた。正二十面体測地線格子はグリッドの取り方を工夫することにより、モデル自体のパフォーマンスが改善された。Williamson のテストケースについても良好な結果が見られている。等角立方格子でも、紹介した Williamson のテストケース 5 に関しておおむね良好な結果が得られている。しかし、Williamson テストケース 2 の結果に見られるように、球面上に存在する 8 箇所特異点の扱いに改善の余地を残している。

正二十面体測地線格子はその一様性から次世代気候モデルのダイナミカルコアの候補として有望である。一方、等角立方格子は一様性では劣るものの、構造格子として記述されているため比較的容易に様々なスキームを組み込める可能性がある。次世代大循環モデルのダイナミカルコアとしていずれの格子が適当か、今後さらに比較検討を重ねていく予定である。

参考文献

1. Stuhne, G.R. and W.R. Peltier, “Vortex erosion and amalgamation in a new model of large scale flow on the sphere,” J. Comp. Phys., **128**, (1996), 58-81

2. Stuhne, G.R. and W.R. Peltier, “New icosahedral grid-point discretizations of the shallow water equations on the sphere, ” J. Comp. Phys., **148**, (1999), 23-58

3. Heikes, R.H. and Randall, D.A., “Numerical integration of the shallow-water equations on a twisted icosahedral grid. Part I: Basic design and results of tests, ” Mon. Wea. Rev., **123**, (1995), 1862-1880

4. Heikes, R.H. and Randall, D.A., “Numerical integration of the shallow-water equations on a twisted icosahedral grid. Part II: A detailed description of

Copyright © 2000 by JSCFD

the grid and analysis of numerical accuracy, " Mon. Wea. Rev., **123**, (1995), 1881-1887

5. Thuburn, J., "A PV-based shallow-water model on a hexagonal-icosahedral grid," Mon. Wea. Rev., **125**, (1997), 2328-2347
6. Rančić, M., Purser, R.J. and Mesinger, F., "A global shallow-water model using an expanded spherical cube: Gnomonic versus conformal coordinates", Q. J. R. Met. Soc., **122**, (1996), 959-982
7. McGregor, J.L., "Semi-Lagrangian advection on conformal cubic grids," Mon. Wea. Rev., **124**, (1996), 1311-1322
8. Williamson, D.L., Drake, J.B., Hack, J.J., Jakob, R. and Swarztrauber, P.N., "A standard test set for numerical approximations to the shallow water equations in spherical geometry," J. Comp. Phys., **102**, (1992), 211-224
9. Sadourny, R., "Conservative finite-difference approximations of the primitive equations on quasi-uniform spherical grids," Mon. Wea. Rev., **100**, (1972), 136-144
10. Lin, S.J. and Rood, R.B., "Multidimensional flux-form semi-Lagrangian transport scheme," Mon. Wea. Rev., **124**, (1996), 2046-2070
11. Adcroft, A.J., Hill, C.N. and Marshall, J.C., "A new treatment of the Coriolis terms in C-grid models at both high and low resolutions," Mon. Wea. Rev., **127**, (1999), 1928-1936

Copyright © 2000 by JSCFD