グリッドレス法による3次元流れ計算

Three-dimensional flow simulations by a gridless method

○ 秋元博路, 鳥取大学工学部応用数理工学科,
〒 680-8552 鳥取市湖山町南 4-101, E-mail : akimoto@damp.tottori-u.ac.jp
山田義博, 新日本製鐵株式会社,
〒 293-8511 千葉県富津市新富 20-1 E-mail : yamada@mech.re.nsc.co.jp
Hiromichi Akimoto, Dept. Applied Mathematics and Physics, Faculty of Eng.,
Tottori Univ., 4-101 Minami, Koyama, Tottori, 680-8552 Japan
Yoshihiro Yamada, Nippon Steel Corporation, 20-1 Shintomi, Futtsu, Chiba, 293-8511 Japan

A new three-dimensional gridless method which uses a quadratic interpolation function is proposed. It is an extension of the gridless method proposed by Batina(1). Although this modification increases the CPU time per point, it leads to a simple flow solver and treatment of boundary conditions. Analysis of the method on a regular 2D mesh and numerical tests on irregular 3D random points show that this method has a good potential for solving thin boundary layers around complicated three-dimensional geometry.

1. 緒言

近年の格子生成技術の発達により、3 次元の複雑形状についても、時間をかけさえすれば格子生成／流体解析が可能となってきた。しかし相変化の境界面、自由表面、移動・変形する物体境界などのように境界形状が時間的に変化する問題への対応にはまだ課題が多い。空間解像度の点から、界面の形状に合わせた格子を用いる事が望ましいが、時々刻々変化する複雑な界面に合わせて格子を再生成するのは容易でない。一方、このような問題を含めた格子生成に絡む困難の打開策の 1 つとして、計算格子を用いない手法 (メッシュレス法) が各種提案されている(2)。

メッシュレス手法においても解析領域内に配置した計算点 (計算粒子) は必要である。しかし、それらを結ぶ (格子を生成する) 事無しに支配方程式が評価できるような手法を構築すれば、格子生成に関連する問題は回避できる。

しかしメッシュレス手法は境界形状の自由度がある反面、境界層のように流場が明確な構造を持つ問題に対しては、メッシュを使う従来の方法に較べて計算の効率が悪くなる。境界層内では、境界層に垂直な方向にのみ高い空間解像度が必要である。有限差分法 (FDM) ならば、境界層内に格子を引き付け、高アスペクト比の格子を使うことで容易に非等方的な空間解像度を実現できる。これに対しメッシュレス法の一つである粒子法では、粒子を Lagrange 的に追跡する原理上、方向によって粒子間隔を変えることは困難である。特に非圧縮流体では、計算粒子の密度が計算領域内で一定であるため、最も解像度を要する箇所に合わせて全体の粒子密度を設定しなければならない。これは 3 次元複雑形状の境界層を解析する場合に深刻である。

Batina(1)によって原型が作られたグリッドレス法もメッシュレス法の一つである。この方法は、レギュラー格子上で隣接点の情報だけを使えば、FDM と同じ結果を与えることが知られている。グリッドレス法は、FDM との類似性から、高アスペクト比格子のように計算点間隔が方向により極端に異なる場合にも適用できる可能性が大きい。また原理が単純であるため 3 次元での扱いは比較的容易である。

そこで本研究では、メッシュレス手法のうち、将来の複雑な境界層の解析に適したものとしてグリッドレス法に着目し、その改良と適用性の検討を行うことにした。

2. グリッドレス法

グリッドレス法では、不規則な計算点の集まり (クラウド) を定義し、その中に含まれる計算点の物理量を元にクラウド内のローカルな物理量分布を表す多項式を決定する。

Batina のグリッドレス法は近似多項式の決定に最小 2 乗法を用い、計算量の増加を抑えるため、近似多項式の次数を 1 次に留めていた。これはクラウド内の物理量の平均値 (定数項) と勾配ベクトル (1 次項の係数) だけを最小 2 乗法によって求めることになる。この場合、勾配がクラウド内で定ベクトルとなってしまうため、高 Reynolds 数流れの解析では精度不足となり、重み付き最小 2 乗法や距離依存項の導入が必要であった(3)。また粘性流の計算で必要な 2 階偏微分値を得るには、一旦勾配ベクトルの分布を求め、さらにその勾配を評価するという 2 段階の処理が必要となっている。

近似多項式の次数を 2 次に上げれば上記の問題は改善される(5)が、3 次元問題で必要な処理は大幅に増加することが予想される。しかし 3 次元のグリッドレス法により得られる自由度は依然として魅力的である。そこで本研究では、ある程度の処理の増加はメッシュレスの代償として許容した上で、効率化の努力をできる限り行い、3 次元の 2 次精度グリッドレス法の適用性を検討する。

2.1 近似多項式

ある計算点 $P_o(x_o, y_o, z_o)$ 近傍における物理量 q の分布を次の多項式で表す。

$$\begin{aligned}\hat{q}(\hat{\boldsymbol{x}}) &= a_1\hat{x} + a_2\hat{y} + a_3\hat{z} + a_4\hat{x}^2 + a_5\hat{y}^2 + a_6\hat{z}^2 \\ &+ a_7\hat{x}\hat{y} + a_8\hat{y}\hat{z} + a_9\hat{z}\hat{x} \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、$\hat{q}$ は P_o における値 q_o を基準とした q の相対値 $\hat{q} = q - q_o$、

$$\hat{\boldsymbol{x}} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})^t = (x - x_o, y - y_o, z - z_o)^t$$

は P_o を基準とした相対的な位置ベクトルである。

多項式の係数を並べたベクトル $\boldsymbol{a}$ と位置ベクトルから得られる幾何学量のベクトル $\boldsymbol{g}$ を

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a} &= (a_1, a_2, \cdots, a_9)^t \\ \boldsymbol{g} &= (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{x}^2, \hat{y}^2, \hat{z}^2, \hat{x}\hat{y}, \hat{y}\hat{z}, \hat{z}\hat{x})^t\end{aligned}$$

Copyright © 2000 by JSCFD

と定義すると、(1) は

$$\hat{q}(\hat{\boldsymbol{x}}) = \boldsymbol{g}^t \boldsymbol{a} \tag{2}$$

と書き直せる。

Batina の方法[1]はクラウド単位で最小 2 乗法を適用する。このため q の分布が 1 次式で与えられる場合を除き、得られた多項式と計算点の値はどの点においても一般に一致しない。これを避けるため、式 (1) の近似多項式は P_o において q_o と一致する形式としている。従って Batina の方法とは異なり、同じ構成点からなるクラウドを使っていても、各点毎に異なった近似多項式が使われることになる。

P_o の周囲にある m 個の計算点 $P_i(i = 1, \cdots, m)$ をクラウドとして用い、P_o における $\boldsymbol{a}$ を推定することを考える。P_i における $\hat{q}, \boldsymbol{g}$ を、それぞれ $\hat{q}_i, \boldsymbol{g}_i$ として (2) に代入して並べると次のベクトル方程式になる。

$$\boldsymbol{q} = G\boldsymbol{a} \tag{3}$$

ここで $\boldsymbol{q} = (\hat{q}_1, \hat{q}_2, \cdots, \hat{q}_m)^t$ は m 次元ベクトル、$G = (\boldsymbol{g}_1, \boldsymbol{g}_2, \cdots, \boldsymbol{g}_m)^t$ は $m \times n$ の行列で、n は近似多項式の項数である。本研究では式 (1) を使うので $n = 9$ となる。

この方程式から $\boldsymbol{a}$ を求めれば (1) の多項式が決定されるが、G は正方行列でない $(m \geq n = 9)$ ため、Batina と同様に最小 2 乗法を用いる。

G を QR 分解によって直交行列 Q と右三角行列 R の積に分解し、$Q^tQ = I$ を用いると、最終的に $\boldsymbol{a}$ は次の形式で得られる。

$$\boldsymbol{a} = C\boldsymbol{q} \quad , \quad C = R^{-1}(R^{-1})^t G^t \tag{4}$$

この $n \times m$ 行列 C を各点毎に保存しておくことができれば、効率良く $\boldsymbol{a}$ が求められる。しかしクラウドの構成点数 m が多い 3 次元計算の場合、C の全成分を格納しようとすると非常に大きなメモリが必要になってしまう。一方 R^{-1} は $n \times n$ の上三角行列であるため、非零成分の個数は $n(n+1)/2$ 個で m によらない。また G はクラウド構成点のデータから容易に求まる。そこで、計算開始時に一度だけ R^{-1} を求めて記憶しておき、必要になった時点で C を構成することにした。現段階では計算点が固定であるため、R^{-1} の再計算は不要である。

式 (4) は、偏微分係数が C の行ベクトルと物理量分布 $\boldsymbol{q}$ の内積で得られることを示している。すなわち C の各行は FDM の差分公式の係数に相当し、$C = (\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \cdots, \boldsymbol{c}_n)^t$ とすれば、

$$a_1 = \boldsymbol{c}_1{}^t\boldsymbol{q}, \quad a_2 = \boldsymbol{c}_2{}^t\boldsymbol{q}, \quad \cdots, \quad a_n = \boldsymbol{c}_n{}^t\boldsymbol{q}$$

によって Navier-Stokes 方程式の評価に必要な 2 階までの偏微分係数が次々に求まることが分かる。

2.2 重み付け

(3) 式は P_o からの距離に関係なく全ての計算点の影響を同等に考慮しているため誤差が大きい。そこで森西[3]と同様の距離に応じた重み付けを導入する。点 P_i における重みを w_i とし、対角行列 $W = \mathrm{diag}(w_1, w_2, \cdots, w_m)$ を使って式 (3) を修正すると、

$$WG\boldsymbol{a} = W\boldsymbol{q}. \tag{5}$$

最小 2 乗問題であるため、これは (3) 式とは異なる解を与える。

WG の QR 分解を Q', R' とし、再び最小 2 乗解を求めると、重み付き最小 2 乗法の解は次のようになる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= R'^{-1}(R'^{-1})^t(WG)^t(W\boldsymbol{q}) \\ &= \{R'^{-1}(R'^{-1})^t G^t W^2\}\boldsymbol{q} \\ &= C'\boldsymbol{q} \end{aligned} \tag{6}$$

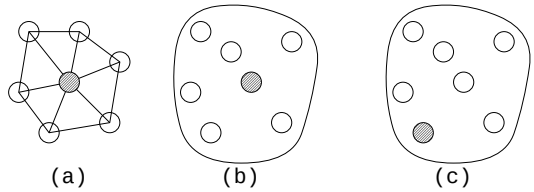


Fig. 1: Distribution of data points. (a) unstructured grid, (b),(c) gridless cloud. Points of evaluation are shaded.

本研究では次のような重み関数を用いた。

$$\begin{aligned} w_i &= 1.0 - 2\left(\frac{r_i}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{r_i}{r_0}\right)^4 \\ & r_i = \min(|\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_o|, r_0) \end{aligned} \tag{7}$$

ここで r_0 はクラウドの広がりを表すパラメーターであり、$r_0 = 2\mathrm{Max}(r_i)$ とした。

2.3 支配方程式

支配方程式は非圧縮の Navier-Stokes 方程式と疑似圧縮性の方程式である。

$$\frac{\mathrm{D}\boldsymbol{u}}{\mathrm{D}\tau} = -\nabla P + \frac{1}{Re}\nabla^2\boldsymbol{u} \tag{8}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -\beta\ \nabla\cdot\boldsymbol{u} \tag{9}$$

ここで τ は収束計算のための疑似的な時間、$\boldsymbol{u}$ は速度ベクトル、P は圧力、Re は Reynolds 数, β は疑似圧縮係数である。疑似圧縮性を用いているため、現状では定常流の計算に限定される。(8,9) 式に含まれる偏微分係数をグリッドレス法により評価するのが異なるだけで、処理の流れは通常の FDM と同じである。ただし、物理量の分布が式 (1) の 2 次多項式で得られているため、移流項の部分は次のように近似した。

$$\frac{\mathrm{D}q}{\mathrm{D}\tau} \sim \frac{1}{\Delta\tau}\{{q_o}^{N+1} - q^N(\boldsymbol{x}_o - \boldsymbol{u}^N\Delta\tau)\} \tag{10}$$

ここで N は時間ステップ数、$q^N(\boldsymbol{x})$ はグリッドレス法によって求めた近似多項式である。

2.4 数値散逸項

グリッドレス法による偏微分係数の評価は基本的に中心差分近似であるため、FDM と同様に高次成分を減衰させる仕組みが必要である。一方、非構造格子では Jameson の数値散逸項[6]、

$$D = \nabla(\epsilon^{(2)}\lambda)\nabla q - \nabla^2(\epsilon^{(4)}\lambda)\nabla^2 q \tag{11}$$

が使われることが多い。ここで ∇^2 は $(\nabla^2 q)_i = \sum_j (q_j - q_i)$ のように評価する等方的な Laplace 演算子である。

森西[3]は、式 (11) を物体壁に沿う方向と垂直な方向に分けて評価すれば、2 次元の高 Reynolds 数流れにおいても、グリッドレス法で FDM と同程度の解が得られる事を示している。しかし Jameson の方法が適用できるのは、本来、評価点の周囲の各方向均等にクラウド構成点が存在している場合 (Fig.1.a) であり、方向によって点の分布に偏りがある場合 (Fig.1.b) や、評価点がクラウドの端にある場合 (Fig.1.c) には散逸項の性質に疑問が残る。そうかと言って、クラウド構成点の分布を Fig.1.a のような非構造格子に似せることを要請してしまうと、格子生成が不要であるというグリッドレス法の特長が生きてこな

Copyright © 2000 by JSCFD

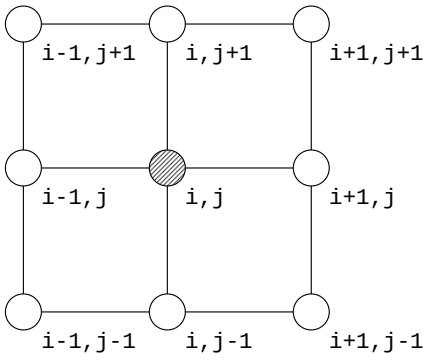


Fig. 2: 3×3 regular mesh

い。このためグリッドレス法の考え方に適した散逸項が必要である。

本法では物理量の分布を 2 次多項式で近似している。そこで P_o における値 q_o が、P_o を除いた周囲の点だけから推定される 2 次関数分布からどれだけずれているかを求め、それに応じて q_o を修正することを考える。

グリッドレス法により再構成した分布を $\boldsymbol{q}^* = G\boldsymbol{a}$ とすると、最小 2 乗解の残差は、

$$\boldsymbol{q}^* - \boldsymbol{q} = G\boldsymbol{a} - \boldsymbol{q} = (GC - I)\boldsymbol{q}. \tag{12}$$

ここで q_o の値を $q_o + \gamma$ と変化させた場合、$\boldsymbol{q}$ は q_o からの相対量で定義しているので、$\boldsymbol{q} \to \boldsymbol{q} - \gamma\mathbf{1}$ と変化する。ただし $\mathbf{1}$ は全ての成分が 1 である m 次元ベクトルとする。

この時、残差の 2 乗和を γ も含めて考えると、

$$\begin{aligned} E(\gamma) &= (\boldsymbol{q}^* - \boldsymbol{q})^t W^2 (\boldsymbol{q}^* - \boldsymbol{q}) + {w_o}^2\gamma^2 \\ &= \{(GC - I)(\boldsymbol{q} - \gamma\mathbf{1})\}^t W^2 \{(GC - I)(\boldsymbol{q} - \gamma\mathbf{1})\}. \end{aligned}$$

これをさらに最小化するような γ を求めると、

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\gamma} &= 2\{(\mathbf{1}^t K\mathbf{1} + {w_o}^2)\gamma - \mathbf{1}^t\boldsymbol{q}\} = 0 \\ &\quad \big(K = (GC - I)^t W^2 (GC - I)\big) \\ &\therefore \gamma = \frac{\mathbf{1}^t K\boldsymbol{q}}{\mathbf{1}^t K\mathbf{1} + {w_o}^2} \end{aligned} \tag{13}$$

この γ に比例した修正量を q_o に加えれば、q の分布が近似多項式で表現可能な範囲から大きく外れることを防止でき、数値散逸効果が得られる。結局、数値散逸項は次の形になる。

$$\begin{aligned} D &= C_{diss}\, \boldsymbol{d}^t\boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{d} &= \frac{K^t\mathbf{1}}{\mathbf{1}^t K\mathbf{1} + {w_o}^2} \end{aligned}$$

ここで C_{diss} は数値散逸の大きさを制御する係数、$\boldsymbol{d}$ は数値散逸を求めるための係数ベクトルである。

3. FDM との比較

3.1 2 次元の 3×3 レギュラーメッシュ

2 次多項式を用いたグリッドレス法を有限差分法 (FDM) と比較するため、Fig.2 のような 2 次元のレギュラーメッシュについて考える。格子間隔を Δ として中央の点 (i, j) における偏微分係数を本研究の方法で求める。x 方向の

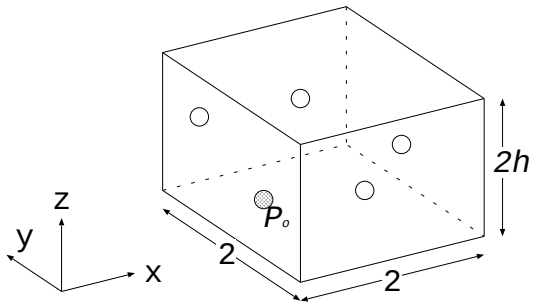


Fig. 3: Test cell for random distribution of points

1 階偏微分係数の推定値を ${f_x}^*$ とすると、

$$\begin{aligned} {f_x}^* &= \frac{1}{\beta}\{\alpha_0 f_x(i,j) + \alpha_1 f_x(i,j-1) + \alpha_1 f_x(i,j+1)\} \\ &\quad \alpha_0 = w(\Delta)^2 \\ &\quad \alpha_1 = w(\sqrt{\Delta})^2 \\ &\quad \beta = w(\Delta)^2 + 2w(\sqrt{\Delta})^2 \end{aligned}$$

ここで、

$$f_x(i,j) = (q_{i+1,j} - q_{i-1,j})/2\Delta$$

は FDM の中心差分によって評価した偏微分値である。すなわち、${f_x}^*$ は j 方向の 3 点における FDM 評価の重み付き平均となっている。

グリッドレス法の計算点配置には規則性が無いため、FDM のような偏微分係数毎に必要な点だけを選択的に使った差分公式は得られない。ただし、この例では、

$$w(\sqrt{2}\Delta) << w(\Delta)$$

のような重み付けを行うことで ${f_x}^*$ が FDM の差分式に近付くことが分かる。

x 方向 2 階偏微分についても、

$$f_{xx}(i,j) = (q_{i+1,j} - 2q_{i,j} + q_{i-1,j})/\Delta^2$$

とすれば、

$$\begin{aligned} {f_{xx}}^* &= \frac{1}{\beta}\{\alpha_0 f_{xx}(i,j) + \alpha_1 f_{xx}(i,j-1) + \alpha_1 f_{xx}(i,j+1)\} \\ &\quad \alpha_0 = w(\Delta)^2 + 2w(\sqrt{2}\Delta)^2 \\ &\quad \alpha_1 = w(\sqrt{2}\Delta)^2 \\ &\quad \beta = w(\Delta)^2 + 4w(\sqrt{2}\Delta)^2 \end{aligned}$$

となり同様の結果が得られる。${f_{xy}}^*$ については、グリッドレス法と FDM は同じ計算点を用いるので、完全に同じ結果を与える。

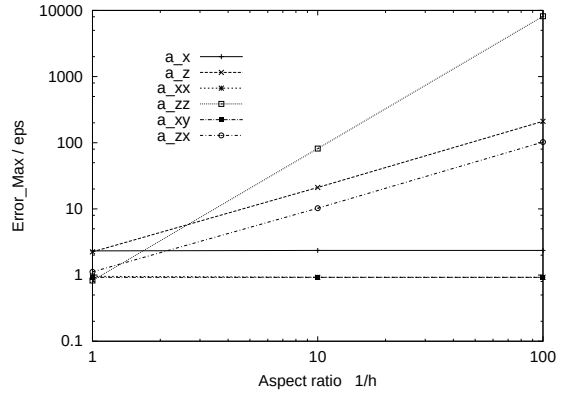
3.2 3 次元不規則配置における比較

3 次元の不規則な計算点配置での特性を解析的に把握する事は容易でない。そこで、q の分布多項式の係数と計算点配置を乱数によって与える試行を繰り返し、真値とグリッドレス法による推定値との比較を行った。

用いる計算点は 3^3 個とし、乱数によって点を配置する領域は Fig.3 に示す正四角柱の領域とした。角柱の高さ h によって分布領域のアスペクト比 $1/h$ を変化させる。またこの領域内で評価点 P_o を動かすことで、片側に偏ったクラウド分布も考慮できる。q の分布は、式 (1) の係数を $-1 < a_i < 1$ の範囲で乱数により与えて生成した。この分布に擾乱項 $d(x, y, z)$ を加え、その影響を調べる試行を 10^4 回繰り返し、誤差の最大値を記録する。

Copyright © 2000 by JSCFD

(a)



(b)

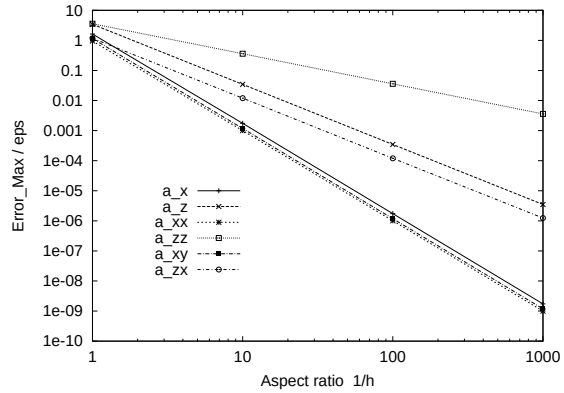


Fig. 4: Influence of disturbance on the gridless estimation, disturbance $d = \epsilon$: (a), $d = \epsilon z^3$: (b)

まず $d(x, y, z) = 0$、すなわち q の分布が近似多項式で完全に表現できる場合、グリッドレス法による評価は当然ながら数値誤差の範囲内で元の係数に一致する。これは P_o がクラウド内の何処にあっても変わらない。

次に q_o の値だけを周囲の 2 次多項式による分布から定数 ϵ だけずらした場合の誤差を Fig.4(a) に示す。横軸は計算点分布のアスペクト比 $(1/h)$、縦軸は推定した係数の正解からのずれと ϵ の比に関する 10^4 回の試行中の最大値である。ただしアスペクト比の影響が少ないものは省略した。また、評価点 P_o の位置を変更しても同じ傾向を見せたので、最もクラウド分布が偏よる条件 (P_o を Fig.3 のコーナー部に置いた場合) のみを示す。

1 階偏微分係数のずれは、ほぼアスペクト比の 1 乗のオーダーで増加し、z 方向偏微分 a_z は他の方向に比べて数倍程度大きくなっているだけである。2 階偏微分係数については、z 方向 2 階微分 a_{zz} だけが 2 乗のオーダーで増加し、他の係数は影響を受けていない。これらの振舞いは FDM で 3 点中心差分を用いた場合と同じである。

同様に z 方向の高次成分 $d = \epsilon z^3$ を加えた場合の誤差とアスペクト比の関係を Fig.4(b) に示す。最も大きな誤差を生じるのは z 方向の 2 階偏微分係数 a_{zz} であるが、これはアスペクト比の 1 乗のオーダーで減少する。これも FDM と同じである。

これにより、2 次の近似多項式を用い、偏平な (高アスペクト比の) クラウドに対してグリッドレス法を適用した場合、誤差のオーダーは 2 次中心差分相当であることが確認できた。

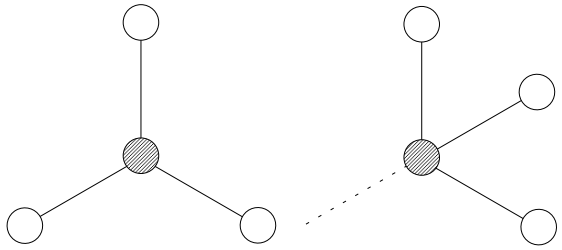


Fig. 5: Equivalantly fulfilled clouds in 2D

4. クラウド構成点の選択法

計算点の間隔が全方向に一様であるならば、距離だけを用いて適切なクラウド構成点を選び出すことができる。しかし境界層内における計算点の平均間隔は、境界層に垂直な方向にのみ小さいため、距離の情報だけでは境界層に沿った方向の点が選ばれなくなってしまう。境界層に垂直な方向だけ距離の重み付けを変えるのも一案だが、3 次元複雑形状への対応を重視すれば、境界層の情報を外部から与えることなくローカルな点配置だけを使って適切な選点ができることが望ましい。そこで次に示す 2 つの指標を用いて方向別に距離の重みを変化させ、クラウド構成点の選択を行った。

$$\alpha(\boldsymbol{t}) = \sum_{i=1}^{m} (\boldsymbol{x}_i \cdot \boldsymbol{t})^2 \Big/ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{m} {r_i}^2$$

$$\beta(\boldsymbol{t}) = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\boldsymbol{x}_i}{r_i} \cdot \boldsymbol{t} \right)^2 \Big/ \frac{m}{N}$$

$$r_i = |\boldsymbol{x}_i|$$

ここで $\boldsymbol{t}$ は評価したい方向の単位ベクトル、m は既に選択されているクラウド構成点の個数、N は物理空間の次元 (2 または 3) である。

α はクラウドの $\boldsymbol{t}$ 方向への広がりを表し、$\boldsymbol{t}$ 方向に広がっていれば $\alpha > 1$ となる。β は $\boldsymbol{t}$ 方向の計算点の充足度を表し、他の方向に比べて点が疎であれば $\beta < 1$、等方的に点が充足されていれば $\beta = 1$ を与える。

新たな点 $\boldsymbol{x}$ をクラウドに加えるかどうかは、$\boldsymbol{x}$ までの距離 r に、$\boldsymbol{x}$ 方向の広がりの指標 $\alpha(\boldsymbol{x}/r)$ と、充足度の指標 $\beta(\boldsymbol{x}/r)$ による重み付けを行って決定する。ただし、本方法ではクラウド構成点が評価点の周りに一様に分布することを要求しないことに注意を要する。ある点が $\pm\boldsymbol{t}$ のどちらの方向にあっても、係数推定への寄与に違いは無い。例えば Fig.5 に示す 2 種の計算点の分布は、全方向で同程度に充足されていることになる。

このようなクラウド配置の自由度を与えることは、境界近くで片側にしかクラウド構成点が存在しない場合に都合が良い。

5. 計算例

間隔 d の平行平板間流れの中に高さ $d/2$ の半球状突起を設けた場合の計算例を Fig.6 に示す。ポアズイユ流れを仮定した場合の平均速度と d を基準とした Reynolds 数は 100 である。可視化の便宜のため、計算点は $80 \times 41 \times 40$ の構造格子に擾乱を与えたものを使っているが、クラウド生成と流体計算に格子の情報は用いていない。計算点の総数は 131200 である。

Fig.6 に下面 (a) と対称面における圧力分布 (b) を示す。等高線の乱れの一部は可視化用格子の乱れによるものである。物体境界近くのクラウドは片側に偏っており、境界条件のためにダミー点を物体内に配置することもしていないが、等圧力線と物体境界が直交する状態は再現されている。

Fig.7 は突起付近の中央断面における計算点の分布を可視化用の格子 (a) とベクトル図 (b) で示したものであ

Copyright © 2000 by JSCFD

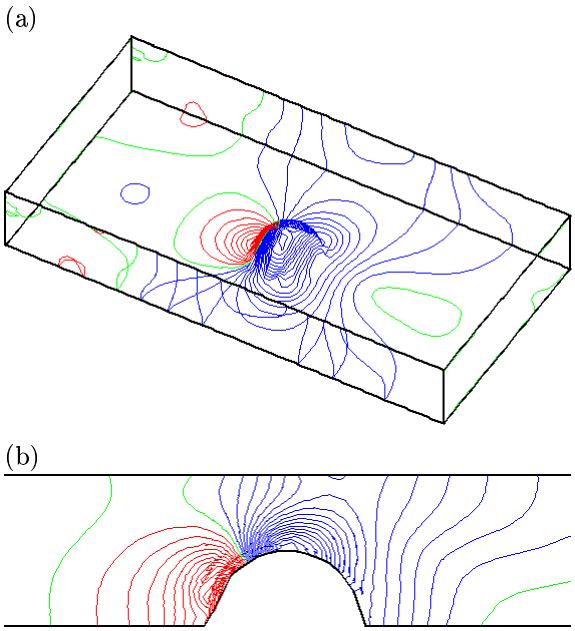


Fig. 6: Pressure distribution in a channel with a hemispheric bump, (a) perspective view, (b) center plane, contour interval $\Delta C_p = 0.05$

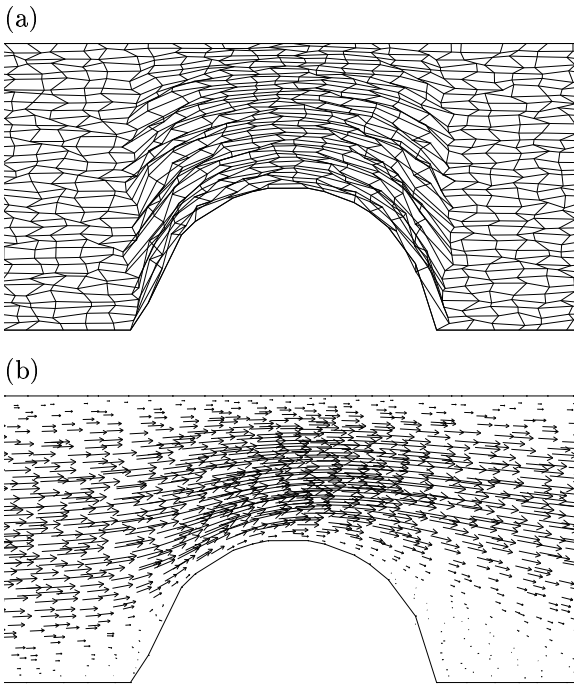


Fig. 7: Distribution of points, (a): regular mesh nodes with disturbance, on the center plane, (b): Vector plots on the points

る。格子に与えた擾乱により構造格子の規則性は崩れ、一部の格子は裏返しになっているが、グリッドレス法により適切に計算が行われている。計算時間は 533MHz Alpha21164 1CPU の計算機を用いた場合、3.0 ～ 3.5 × 10^{-4}sec/point·step であった。

6. 今後の展望と課題

クラウド形状が偏平となった場合のグリッドレス法の特性評価は、現時点では単独クラウドに対してのみである。ここに示した計算例では、計算点の平均間隔はまだアスペクト比 3 相当であるので、高アスペクト比への対応はさらに検証を進める必要がある。また境界形状が時間変化する問題への適用が目標の一つであるため、非定常解に対応した圧力ソルバーへの変更も今後の課題である。

グリッドレス法が特長を生かせるのは 3 次元の複雑形状に対してであるため、その有効性を示す事は容易でない。2 次元物体や比較的単純な 3 次元形状では従来の格子を使う手法の方が優れており、グリッドレス法の価値は、3 次元複雑形状の問題において、それが不要とした格子生成のコストで量られねばならない。また、既に長い歴史を持つ FDM やその他の手法と異なり、グリッドレス法にはこれから確立していくべき要素が数多く残っている。

7. 結論

Batina のグリッドレス法を改良し、2 次の近似多項式を用いて 3 次元の不規則な計算点配置による流体シミュレーション手法を構成した。計算手法の検証としてはまだ不十分であるが、本手法の誤差のオーダー及び高アスペクト比の点配置における振舞いが、FDM の 2 次中心差分に相当することが確認できた。これは複雑化する 3 次元形状まわりの流れ解析手法としてグリッドレス法が将来的に有望であることを示している。

参考文献

1. J.T.Batina, “A Gridless Euler/Navier-Stokes Solution Algorithm for Complex-Aircraft Applications”, AIAA Paper 90-0333(1993)

2. 奥田洋司, “計算工学におけるメッシュレス解法”, 計算工学会誌, Vol. 1, No. 3 (1996), pp. 151-162

3. 森西晃嗣, “グリッドレス法による高レイノルズ数流れの数値計算の検討”, 第 7 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1993), pp. 511-514

4. 森西晃嗣, ” グリッドレス法の利点と問題点”, 第 8 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1994), pp.61-64

5. 秋元博路, “高次精度グリッドレス法の検討”, 第 13 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 CD-ROM, F04-1.pdf, (1999)

6. A.Jameson, T.J.Baker and N.P.Weatherill, “Calculation of inviscid transonic flow over a complete aircraft”, AIAA Paper 86-0103 (1986)

Copyright © 2000 by JSCFD