複合格子に対する多重格子法の並列計算

The Application of Multigrid Method to Parallel Computation for Composite Grid Approach

○ 橋本 知久, 京工繊大大学院, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, Email: hasimoto@fe.mech.kit.ac.jp
森西 晃嗣, 京工繊大工芸学部, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, Email: morinisi@ipc.kit.ac.jp
里深 信行, 京工繊大工芸学部, 〒 606-8585 京都市左京区松ヶ崎御所海道町, Email: satofuka@ipc.kit.ac.jp
Tomohisa HASHIMOTO, Dept. of Mech. and Syst. Eng., Kyoto Inst. Tech., Matsugasaki, Kyoto 606-8585, JAPAN
Koji MORINISHI, Dept. of Mech. and Syst. Eng., Kyoto Inst. Tech., Matsugasaki, Kyoto 606-8585, JAPAN
Nobuyuki SATOFUKA, Dept. of Mech. and Syst. Eng., Kyoto Inst. Tech., Matsugasaki, Kyoto 606-8585, JAPAN

The purpose of the study is to develop the efficient parallel computational algorithm for overset grid technique. A data structure by one dimensional listed array is introduced to structured grid so that the domain decomposition suitable for overset grid can go smoothly. In this parer, multigrid method is applied to parallel computation and investigated it's performance. This method is implemented to viscous turbulent flows around multi-element airfoils on the Hitachi SR2201 parallel computer. It is recognized that the convergence acceleration of multigrid method in parallel computing is also effective.

1. 概要

工学において, 実用上重要となる複雑形状の流れ場の解析は, 実験的手法あるいは計算的手法においても多くの困難を伴っているのが現状である. そこで, 本研究では複雑形状を持った物体が複数存在する流れ場に対して, 効率よく並列計算できるアルゴリズムの開発を行う. その際, 問題となるのが格子生成と並列計算における負荷分散である.

まず, 格子生成に関して, 格子の構造には, 構造格子と非構造格子がある. 複雑形状を持った物体が複数存在する流れ場に対して, 構造格子で単一の格子系を採用すると, 格子生成が難しくなる. その困難さを軽減するために, 領域分割や重畳格子を組み合わせた複合格子法 (1) を導入する. 一方, 非構造格子では比較的容易に複雑形状が取り扱えるとされているが, 高レイノルズ数流れへの適用では物体近くの領域に構造格子的セルをとるのが現状で必ずしも絶対的でない. 本研究では, 多要素翼型周りの流れ場を取り上げて, 各々の翼まわりに他の翼とは無関係に構造格子を用いて格子生成を行ったが, 非構造格子を用いたもの (2) も報告されている. しかし, 重ね合う格子の数が増えるに従って, 格子どうしが重なり合う場合が増え, 格子間での情報の授受の方法に複雑な手続きを必要とし, 効率的な取り扱いが問題となる.

次に, 並列計算に関して, ＰＥ（Processor Element）数に比例した理想的な並列効率を得るために重要なことは, 計算領域の分割において, 各ＰＥの負荷を均等にすることである. しかし, さまざまな要因により, 並列効率は低下する. よって, あらかじめ, 最適な通信パターンや各ＰＥ間での負荷の不均等, 領域分割による収束性の悪化などが起こる要因を考慮しておいて, 効率よく各ＰＥの負荷を均等に分割できる方法を考えなければならない. 本研究では, 計算領域の分割において自由度を高めるために, 構造格子の全格子点に対して通し番号を与えて, その番号を一次元配列に格納したリスト型データ配列を導入している. その結果, 重畳格子に対して, 最善な分割法を用いることができるため, 理想的な並列効率を得やすくなると考えられる. また, 一次元配列のデータ構造を用いることにより, 構造的データ配列は壊れるが, 数値計算法は従来の差分法が適用できるように工夫した.

本論文では, 重畳格子に対する並列計算において, さらに計算時間の効率化を図るために, 多重格子法を工夫して組み込み, その収束加速効果について検討する.

2. 基礎方程式

t を時間, ρ , p および T を密度, 圧力および温度, u , v をデカルト座標系 (x, y) における速度成分とし, $\hat{q}$ を保存量ベクトル, $\hat{E}$, $\hat{F}$ を非粘性流束ベクトル, $\hat{E}_v$, $\hat{F}_v$ を粘性流束ベクトルとすると一般座標系 (ξ, η) における二次元ナビエ・ストークス方程式は以下のように書ける.

$$\partial_t \hat{q} + \partial_\xi \hat{E} + \partial_\eta \hat{F} = 1/Re(\partial_\xi \hat{E}_v + \partial_\eta \hat{F}_v) \tag{1}$$

$$\hat{q} = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix},$$

$$\hat{E} = J \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e+p)U \end{bmatrix}, \hat{F} = J \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e+p)V \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここで, e は単位体積あたり全エネルギであり, 比熱比 γ の理想気体と仮定すると

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \tag{3}$$

である. 反変速度成分 U , V は

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v \tag{4}$$

と定義される. また, 変換のヤコビヤン J は

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \tag{5}$$

であり, 次のような関係式がある.

$$\begin{aligned} \xi_x &= J^{-1} y_\eta, \quad \xi_y = -J^{-1} x_\eta \\ \eta_x &= -J^{-1} y_\xi, \quad \eta_y = J^{-1} x_\xi \end{aligned} \tag{6}$$

粘性流束ベクトルは

$$\hat{E}_v = J[\xi_x E_v + \xi_y F_v]\,, \quad \hat{F}_v = J[\eta_x E_v + \eta_y F_v] \tag{7}$$

であり, デカルト座標系の成分は次のように表される.

$$\begin{aligned} E_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k\partial_x T \end{bmatrix}, \\ F_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + k\partial_y T \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu\partial_x u - \frac{2}{3}\mu(\partial_x u + \partial_y v) \\ \tau_{yy} &= 2\mu\partial_y v - \frac{2}{3}\mu(\partial_x u + \partial_y v) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu(\partial_y u + \partial_x v) \end{aligned} \tag{9}$$

ただし, 乱流モデルを導入することにより, 粘性係数 μ, 熱伝導係数 k は

$$\mu = \mu_l + \mu_t\,, \quad k = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t}\right) \tag{10}$$

と表せられ, Pr_l と Pr_t はそれぞれ層流, 乱流のプラントル数である.

なお, 簡略化のため以後「$\hat{}$」は省略する.

3. 数値計算法

3.1 陰的法

式 (1) を後退オイラー法により陰的差分近似すると

$$[I + \alpha\Delta t(\partial_\xi A + \partial_\eta B)]\,\Delta q = \Delta t R \tag{11}$$

のように表せられ, R は残差

$$R = -(\partial_\xi E + \partial_\eta F) + 1/Re(\partial_\xi E_v + \partial_\eta F_v) \tag{12}$$

であり, I は単位行列を示す. ただし Δq は

$$\Delta q = q^{n+1} - q^n \tag{13}$$

であり, $()^n$ は時間段階を示す. また, 流束ヤコビヤン行列 A, B は

$$A = \frac{\partial E}{\partial q}\,, \quad B = \frac{\partial F}{\partial q} \tag{14}$$

と定義され, 例えば, 次のように与えられる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \xi_x & \xi_y & 0 \\ \xi_x \tilde{a} - Uu & U - \xi_x u(\gamma - 2) & \xi_y u - \xi_x v(\gamma - 1) & \xi_x(\gamma - 1) \\ \xi_y \tilde{a} - Uv & \xi_x v - \xi_y u(\gamma - 1) & U - \xi_y v(\gamma - 2) & \xi_y(\gamma - 1) \\ U(\tilde{a} - \tilde{h}) & \xi_x \tilde{h} - Uu(\gamma - 1) & \xi_y \tilde{h} - Uv(\gamma - 1) & U\gamma \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\tilde{a} = \frac{\gamma - 1}{2}(u^2 + v^2)\,, \quad \tilde{h} = \frac{e + p}{\rho} \tag{16}$$

3.2 LU 分解ガウス・ザイデル法

式 (11) の空間微分項を離散化すると Δq を未知数とする連立方程式が得られるが, その係数行列は多くの成分を持ち, 直接解法には多くの演算と記憶容量が必要である. これらの欠点を改善するために以下に示す LU-SGS 法 (3) による解法を試みる.

式 (11) の左辺を 1 次精度風上差分法に基づく流束分割法により差分表示すると次のようになる.

$$\begin{aligned} \left[I + \alpha\Delta t(\partial_\xi^- A^+ + \partial_\xi^+ A^- + \partial_\eta^- B^+ + \partial_\eta^+ B^-)\right]\Delta q \\ = \Delta t R \end{aligned} \tag{17}$$

ここで, ∂^+, ∂^- は, それぞれ前進差分, 後退差分を示す. さらに, LU 分解を行うことにより次式が得られる.

$$LD^{-1}U\Delta q = \Delta t R \tag{18}$$

$$\begin{aligned} L &= I + \alpha\Delta t(\partial_\xi^- A^+ + \partial_\eta^- B^+ - A^- - B^-) \\ D &= I + \alpha\Delta t(A^+ - A^- + B^+ - B^-) \\ U &= I + \alpha\Delta t(\partial_\xi^+ A^- + \partial_\eta^+ B^- + A^+ + B^+) \end{aligned} \tag{19}$$

流束ヤコビヤン行列は次のように分割される.

$$A^\pm = \frac{1}{2}\left[A \pm \tilde{\rho}(A)I\right]\,, \quad B^\pm = \frac{1}{2}\left[B \pm \tilde{\rho}(B)I\right] \tag{20}$$

ただし,

$$\tilde{\rho}(A) = \kappa \max\left[|\lambda(A)|\right]\,, \quad \kappa \geq 1 \tag{21}$$

ここで, ヤコビヤン行列の「$+$」,「$-$」は非負の固有値の行列および非正の固有値の行列を示す. $\lambda(A)$ はヤコビヤン行列 A の固有値である.
式 (18) は次のように解かれる.

$$\begin{aligned} \Delta q^* &= \Delta t L^{-1} R \\ \Delta q^{**} &= D\Delta q^* \\ \Delta q &= U^{-1}\Delta q^{**} \end{aligned} \tag{22}$$

式 (18) に対して, 両辺を Δt で割り, かつ $\Delta t \to \infty$, $\alpha = 1$ とし, 式 (20) を用いて簡略化すると

$$\begin{aligned} L &= \tilde{\rho}I - A^+_{i-1,j} - B^+_{i,j-1} \\ D &= \tilde{\rho}I \\ U &= \tilde{\rho}I + A^+_{i+1,j} + B^+_{i,j+1} \end{aligned} \tag{23}$$

ただし,

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(A) + \tilde{\rho}(B) \tag{24}$$

と表せられ, 以下のように 2 段階に分けて解くことができる.

$$\Delta q^*_{i,j} = \frac{1}{\tilde{\rho}}\left[R_{i,j} + \left(A^+\Delta q^*\right)_{i-1,j} + \left(B^+\Delta q^*\right)_{i,j-1}\right] \tag{25}$$

$$\Delta q_{i,j} = \Delta q^*_{i,j} - \frac{1}{\tilde{\rho}}\left[\left(A^-\Delta q\right)_{i+1,j} + \left(B^-\Delta q\right)_{i,j+1}\right] \tag{26}$$

この $\Delta q_{i,j}$ を式 (13) に代入して $n+1$ 時間段階を求める.

3.3 空間微分項の離散化

式 (11) の右辺の移流項の離散化には 2 次精度中心差分法に Jamesone(4) の人工粘性項を付加したもの (CD 法) を用い, 粘性項の離散化には 2 次精度中心差分法を用いる. 乱流モデルには, Baldwin-Lomax モデル (5) を用いた.

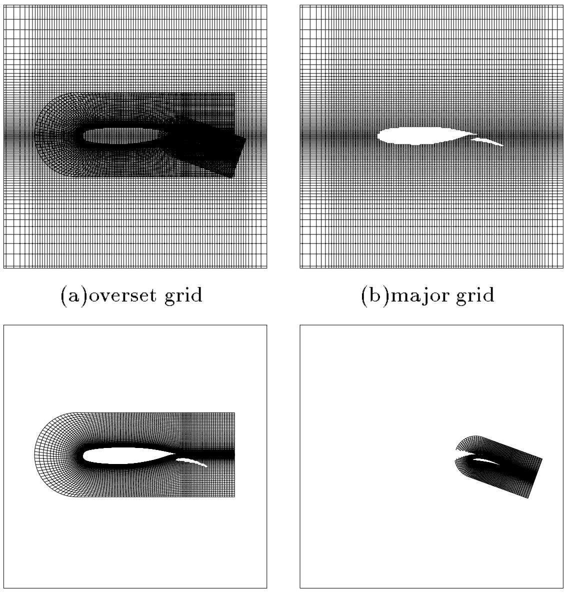
4. 重畳格子法

図1(a) に後で取り上げる２要素翼での計算格子を用いて重畳格子法の手続きについて説明する．まず, 各々の格子に対して HOLE 点と呼ばれる物体内または物体近傍の格子点は, 計算から除外するようにしなければならない. その HOLE 点を除外したものを図 1(b)(c)(d) に示す．図 1(b) において, 全計算領域を覆うデカルト格子である主格子に対しては, 主翼とフラップの２つの物体の部分に対して HOLE 点を設ける．また, 図 1(c) において, 主翼の補助格子に対しては, 他の物体としてフラップが存在するために, その部分に HOLE 点を設ける. 図 1(d) においても同様に, フラップの補助格子に対しては, 主翼の部分に HOLE 点を設ける．次に, 各々の格子の HOLE 点の周りに内挿点を設けて, その格子点を囲む他の格子のセルより物理量を内挿し, 格子間で情報の授受を行う. 同様にして補助格子の外部境界も内挿する. しかし, 格子が重なり合っている場合はどの格子を優先して内挿してくるかが問題となるため, 本研究では, あらかじめ以下のような手順で決定しておいて格子間での内挿を行った. これにより重ね合う格子の数がいくつ増えた場合においても, 対応できるようになる.

(1) 各々の格子で HOLE 点を探す.

(2) 各々の格子で HOLE 点のまわりの内挿点を探し, 格子ごとにまとめて同じ配列に含める. この時に補助格子の外部境界の内挿点も含める.

(3) 最初に各々の格子に対して, 格子の密なものから優先順位を与えておいて, 各々の格子の内挿点に対して内挿に用いるセルを探す. ただし, セルをつくる格子点の４点の中に HOLE 点が存在する場合には, 次の順位の格子から探す.



(a)overset grid　(b)major grid

(c)minor grid(main)　(d)minor grid(flap)

Fig. 1: Overset grid after cutting holes.

5. 多重格子法

Jameson の多重格子法 [3] を用いる．最初に基本格子上で得られた保存変数を粗格子上の保存変数となるように制限補間を行う. 粗格子上の保存量を基本格子上のその点周りの重み付きの相加平均として次のように求める. ただし, HOLE 点を含む場合は粗格子上の点を HOLE 点とする.

$$q_{2h}^{(0)} = I_h^{2h} J_h q_h / J_{2h} \tag{27}$$

添え字 h, $2h$ は格子幅で表した格子レベルである. 平均化演算子 I_h^{2h} によって物理量は保存される. 粗格子上での残差は次のように書き換えられる.

$$R_{2h}^{*}(q_{2h}) = R_{2h}(q_{2h}) + P_{2h} \tag{28}$$

ここで, P_{2h} は求める解が基本格子上での精度を保存するように加えられる強制項で次式で定義される.

$$P_{2h} = I_h^{2h} R_h(q_h) - R_{2h}(q_{2h}^{(0)}) \tag{29}$$

粗格子上で得られた予想値を用いて基本格子上での保存量が修正される.

$$q_h^{new} = q_h + I_{2h}^{h}(q_{2h} - q_{2h}^{(0)}) \tag{30}$$

予想値 q_{2h}, $q_{2h}^{(0)}$ との差が修正量として基本格子上へと延長補間が行われる. ここでは, 延長補間として線形内挿演算子 I_{2h}^{h} を用いる.

３層以上においても同様に計算し, 定常解への収束を加速する.

6. 境界条件

6.1 翼面上境界

翼面上では, 滑りなし条件として, 速度成分を零とし, 圧力は運動方程式より導かれる次式より求める. また, 密度は断熱条件より求める.

$$\left(x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta\right) p_\xi - \left(x_\xi^2 + y_\xi^2\right) p_\eta = \rho U \left(-y_\xi u_\xi + x_\xi v_\xi\right) \tag{31}$$

6.2 主格子外部境界

主格子外部境界では, 境界に垂直な方向に対する一次元リーマン不変量の概念を用いて, 次のように与える. すなわち, 速度ベクトルを $\vec{u}$, 外向き法線ベクトルを $\vec{n}$ とすれば, 流入および流出に対する特性量は

$$R_\infty = (\vec{u}_\infty\,,\,\vec{n}) - \frac{2c_\infty}{\gamma - 1}\,,\; R_e = (\vec{u}_e\,,\,\vec{n}) + \frac{2c_e}{\gamma - 1} \tag{32}$$

のように定義される. この特性量を用いて, 速度の法線方向成分および音速は

$$(\vec{u}\,,\,\vec{n}) = \frac{1}{2}(R_e + R_\infty)\,, \quad c = \frac{\gamma - 1}{4}(R_e - R_\infty) \tag{33}$$

のように求めることができる. ここで, 添字「∞」および「e」はそれぞれ一様流の値および計算領域内から境界点上の外挿値を示す. なお, 境界における流れの流入出は, この速度の法線方向成分で判定される. そして, 流入境界ならば, 接線速度成分とエントロピに一様流の値を与える. 流出境界ならば, それらを内点からの外挿値により与える.

7. 並列計算

7.1 計算領域の分割

並列計算おいて，ＰＥ数に比例した理想的な並列効率を得るために問題となるのは，ＰＥ間でのデータ通信に要する時間，ＰＥ間での計算負荷の不均等, 領域分割による収束性の悪化である. よって, 計算領域の分割は, 効率よく各ＰＥの計算負荷が均等になるように分割を行い, データ通信量, 通信回数を最小限にし, 領域分割による収束性の悪化がなるべく起こらないようにすることが望ましい. 以上のことを考慮して, 本研究では, 重畳格子の計算領域の分割は, 図２のように主格子, 補助格子の順に格子線上に沿って格子点をとるようにして, なるべく各々のＰＥに割り当てられる格子点数が均等になるようにした. このとき, 乱流モデルの Baldwin-Lomax モデルは物体からの格子線上に沿って計算を行うために格子線上で領域が分か

れることのないようにした. また, C型格子の接続境界の格子点は上下の点の平均で求めているために同じ領域に入れるようにした. さらに, 収束性の悪化を考慮して領域の境界部分で孤立した格子線が存在しないような分割にしている. この分割の方法では格子間での内挿を行うのに内挿されてくる格子点とその格子点を囲むセルが同じ領域に存在しない場合ができるためにＰＥ間でデータ通信により内挿を行った.

7.2 一次元配列による統合的データ構造

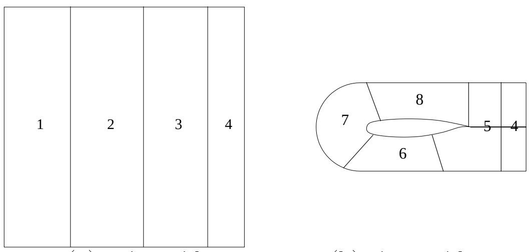
並列計算における領域分割の自由度を高めるために, 計算領域の全格子点に対して, 通し番号を与えて, その番号を一次元配列に格納したデータ構造を導入する. このデータ構造を用いて統合的に計算が行えるように, 通し番号を与える必要がある. 流体の数値計算では, 内点と固体壁境界, 外部境界, インターフェース（接続）境界に対する処理はまとまって存在するためにまとめて番号を付ける. これにより, 各々の領域の始点と終点の番号を与えれば領域ごとにまとめて計算することができるようになる. 図3に重畳格子の領域を分割した概略図を示す. 図3において, $f1, f2, f3, f4$ は主格子の外部境界, $f5$ は内部領域である. また, $g1$ は補助格子の翼面上あるいはC型格子の接続境界, $g2, g3, g4$ は外部境界, $g5$ は内部領域である. 通し番号は図4(a) に示すように, 主格子, 補助格子の順に各々の領域ごとにまとめて規則的に付けていく. このようにすると格子ごとにまとまっているので HOLE 点や内挿点の決定を行いやすい. また, 補助格子の数が増えた場合には後に追加していく. また, 多重格子を含む場合は図4(b) ように通し番号を付ける. 各々のＰＥが持つデータ構造は図4のように付けた格子点番号を用いて, 分割された領域ごとに同じ計算条件をまとめた構造にして, データ通信によって計算に必要となる格子点を含めて, 各々のＰＥで格子点の番号を, 新たに通し番号に付けなおす.

7.3 ＰＥ間でのデータ通信

各々のＰＥが他のすべてのＰＥにデータ通信できるようにする必要がある. データの送受信の方法について, 例えば, ＰＥ1からＰＥ2への場合を取り上げて, 図5に示す概略図を用いて説明する. 図5において, ＰＥ1はＰＥ2が必要とするデータの格子点番号に対応したＰＥ1の持つ格子点番号を格納していて, その番号に基づいてＰＥ1からデータを取ってきてＰＥ2に送信する. ＰＥ2はその格子点番号に対応したＰＥ2の持つ格子点番号を格納していて, データを受信し, その番号に基づいてデータを戻す. 通信ライブラリは MPI (Massage Passing Interface) を用いている.

7.4 リスト型データ配列

一次元配列のデータ構造を用いると, 図6(a) の二次元配列の構造的データ配列の場合のように隣接する格子点の番号があらかじめ定められていないので, 図6(b) のように, 各々の格子点において隣接する４点の格子点の番号を記憶させておく必要がある. また, 多重格子法を導入する場合は, 多重格子間でも対応する格子点の番号を記憶させておく必要がある. 例えば, ２層の場合では粗格子の格子点から基本格子の対応する格子点を記憶させる. ３層の場合では, さらに３層の格子点から２層の対応する格子点を記憶させる.



(a)major grid (b)minor grid

Fig. 2: Illustration of 8 domains decomposed.

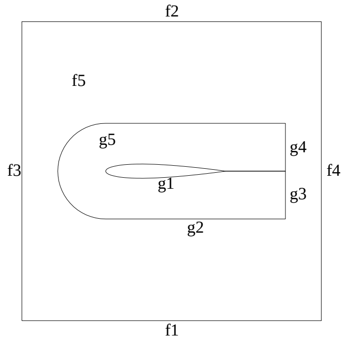
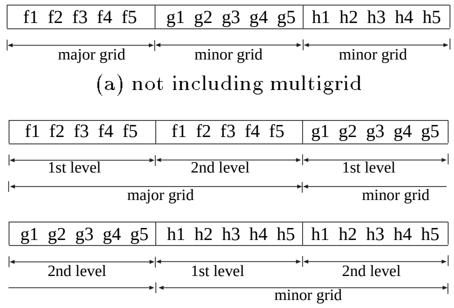


Fig. 3: Divided field of overset grid.



(b) including multigrid

Fig. 4: Initial data structure.

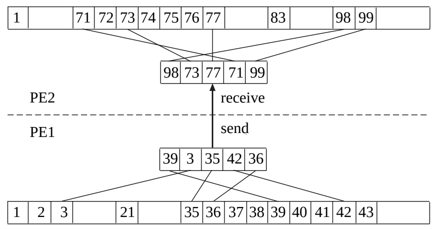
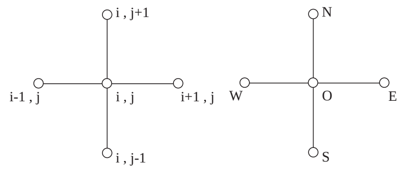


Fig. 5: Data communication between each PE.



(a) 2-D array (b) 1-D array

Fig. 6: Listed neighbouring points.

8. 多要素翼型周りの流れ場への適用

図7に２要素 (NLR7301), ３要素 (NHLP-2D) 翼の重畳格子の計算格子を示す. 格子点数は２要素が主格子 129×129, 補助格子は C 型格子で主翼 185×65（翼面上 125 点), フラップ 121×65（翼面上 81 点), ３要素が主格子 129×129, 補助格子は C 型格子で主翼 401×65（翼面上 333 点), フラップ 193×65（翼面上 153 点), スラット 177×65（翼面上 141 点), ともに最小格子幅は約 6×10^{-6}, 外部境界までの距離は主翼の翼弦長の約 15 倍である. 初期条件は, 計算領域内の全格子点に一様流の値を与える衝撃出発とし, 流入マッハ数, 仰角, レイノルズ数は２要素が $M_\infty = 0.185, \alpha = 6.0°, Re = 2.51 \times 10^6$, ３要素が $M_\infty = 0.197, \alpha = 4.01°, Re = 3.52 \times 10^6$ として, 計算領

域を１６分割まで行い, 並列計算を行う. 乱流モデルは補助格子のみに適用する. 多重格子は４層までとし, 粗格子における境界は基本格子の値で固定する. また, 各粗格子上で分割された境界では, 外側に２点データ通信するようにし, 基本格子上のすべての格子点で修正量が計算できるような取り扱いにした. 収束判定は L2-残差が初期の最大値から５桁落ちた時点とする. このときの等マッハ線図を図 7, 翼面上の圧力分布を図 8, 収束履歴を図 9 に示す. ただし, 収束履歴は領域分割と多重格子なしの場合である. また, 表１に SR2201 で計算した加速率と並列効率を示し, 図 10 に加速率を示す. 表１における並列効率は次のように定義する.

$$Efficiency = \frac{1}{N} \cdot \frac{T_1}{T_N} = \frac{1}{N} \cdot \frac{n_1}{n_N} \cdot \frac{t_1}{t_N} \tag{34}$$

ただし,

N : Number of PEs
T : Total CPU time
t : CPU time per step
n : Number of time steps
n_N/n_1 : Number of time steps ratio
t_1/t_N : Speedup ratio per step

２要素翼について, 等マッハ線図を見ると格子間の接続は良好に行われていることがわかる. 圧力分布ではフラップ上面を少し大きく評価しているものの, 主翼は適切に推算され, 残差は良好に落ちている. 並列計算の結果では, 表１からわかるように本研究の分割法では, ＰＥ数が１６まで, 収束するまでの time step 数の割合はほぼ変わらず, 領域分割による収束性の悪化はほとんど起こらなかった. また, １ time step 当りの加速率が９５％以上であったため, 全体としてほぼ理想的な並列効率が得られた. ３要素翼について, 重ね合う格子の数が増えた場合には格子間での情報の授受が複雑化するが等マッハ線図を見ると良好に接続されていることがわかる. 圧力分布ではスラット上面を小さく評価しているものの, 主翼とフラップはほぼ適切に推算されている. 残差は２要素翼に比べて落ちにくかった. 並列計算の結果では, 表１からわかるようにほぼ理想的な並列効率が得られ, ２要素翼と同様の傾向の結果が得られた.

多重格子を組み込んだ場合は１ time step 当りの計算時間は増えるが収束するまでの time step 数が減るので, 全体として計算時間は短縮されることになる. この加速効果について検討するために表 2〜表 4 に計算結果をまとめたものを示す. 表 2 と表 3 はそれぞれ１層のときを基準にとった time step 数比, １ time step 当りの CPU time 比である. 表 4 はＰＥ数が１, １層を基準にとった計算に要した CPU time 比であり, 計算時間がどれだけ短縮されているかを表している. 表 4 より, ＰＥ数が１においては, ４層では１層に比べて, ２要素翼, ３要素翼でそれぞれ約３．３倍, 約４．２倍, ＰＥ数が１６においては, それぞれ約２．６倍, 約３．４倍の加速効果が得られている. ２要素翼に比べて３要素翼のほうが加速効果が大きいのは, 各ＰＥあたりに割り当てられる格子点数が多いためである.

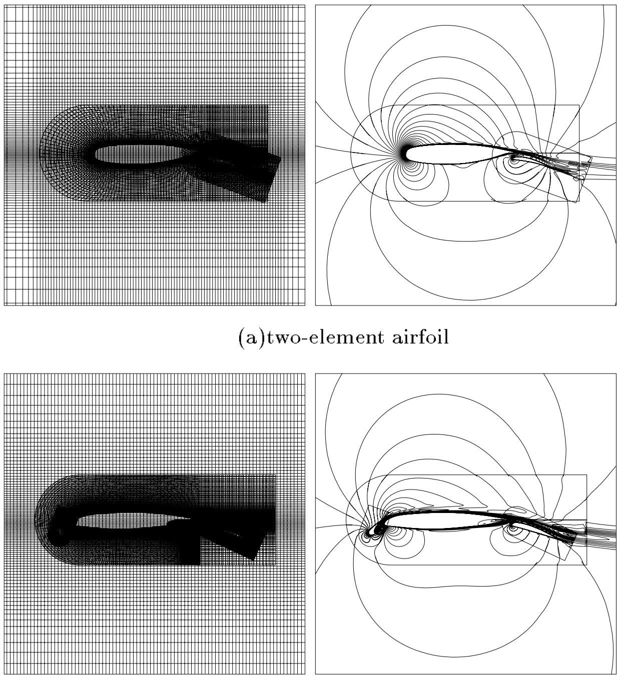
9. 結論

多要素翼型周りの流れ場に対して, 重畳格子を用いて格子を生成し, 一次元配列の統合的データ構造を導入して多重格子法の並列計算を行った結果, 以下の結論を得た.

(1) 実験データと良好に一致し, 本手法の有効性が確認できた.

(2) 並列計算において問題となる収束性の悪化はほとんど見られずＰＥ数に比例したほぼ理想的な並列効率が得られ, 本研究で導入した一次元配列の統合的データ構造は, 並列計算において有効であることが示せた.

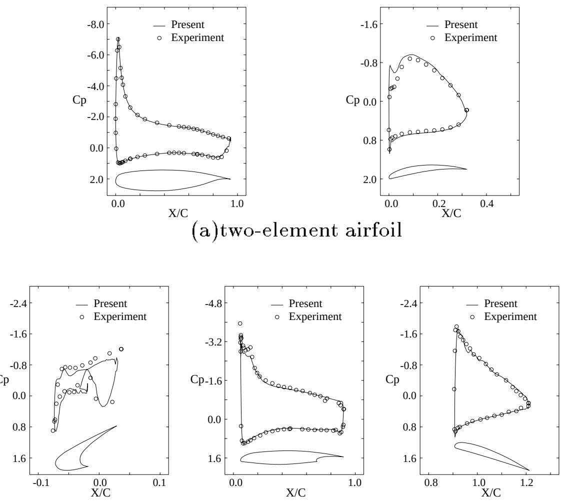
(3) 多重格子法を組み込んだ場合, ＰＥ数が１６, ４層において, 計算時間は２要素翼では約４１分の１, ３要素翼では約５６分の１に短縮され, 各ＰＥあたりに割り当てられる格子点数に依存するが, その有効性が示せた.



(a)two-element airfoil

(b)three-element airfoil

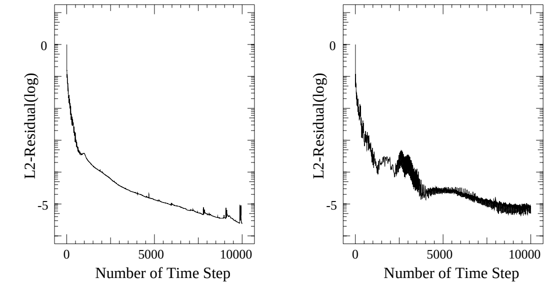
Fig. 7: Overset grid and mach number contours.



(a)two-element airfoil

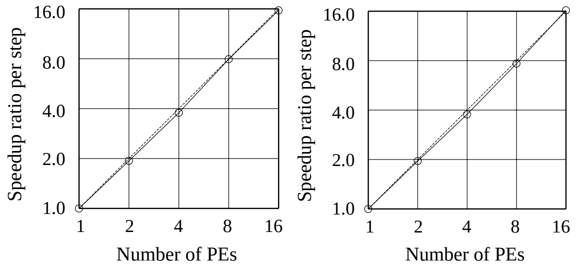
(b)three-element airfoil

Fig. 8: Comparison of pressure distributions.



(a)two-element airfoil (b)three-element airfoil

Fig. 9: Convergence histories.



(a) two-element airfoil (b) three-element airfoil

Fig. 10: Speedup ratio per step.

Tab. 1: Speedup and efficiency

two-element airfoil/three-element airfoil					
	Number of PEs				
	1	2	4	8	16
Number of time steps	5806	5804	5802	5831	5782
	7176	7134	7190	6960	7158
Number of time steps ratio	1.0	1.00	1.00	1.00	1.00
	1.0	0.99	1.00	0.97	1.00
Speedup ratio per step	1.0	1.91	3.84	7.97	15.54
	1.0	1.94	3.83	7.77	16.33
Efficiency	1.0	0.96	0.96	1.00	0.97
	1.0	0.98	0.96	1.00	1.02

参考文献

1. Steger, J. L. and Benek, J. A., On the Use of Compsite Grid Schemes in Computational Aerodynamics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engeneering, 64,301-320,(1987).
2. 中橋和博, 富樫史弥, 非構造格子法重ね合わせによる計算法について, 第 12 回数値流体力学講演論文集, 305-306,(1998).
3. Yoon, S. and Kwak, D., Multigrid Convergence of an LU Scheme, Frontiers of Computational Fluid Dynamics, 319-338,(1994).
4. Jameson, A. and Baker, T. J., Solution of the Euler Equations for Complex Configurations, AIAA Paper, 83-1929,(1983).
5. Baldwin, B. S., and Lomax, H., Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA Paper, 78-257,(1978).

Tab. 2: Number of time steps ratio

two-element airfoil/three-element airfoil					
	Number of PEs				
Muligrid levels	1	2	4	8	16
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	0.44	0.44	0.44	0.45	0.46
	0.41	0.42	0.41	0.43	0.39
3	0.27	0.27	0.27	0.27	0.29
	0.24	0.25	0.25	0.25	0.24
4	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
	0.16	0.16	0.16	0.20	0.19

Tab. 3: CPU time ratio per step

two-element airfoil/three-element airfoil					
	Number of PEs				
Muligrid levels	1	2	4	8	16
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2	1.41	1.40	1.41	1.44	1.64
	1.42	1.41	1.40	1.43	1.46
3	1.49	1.47	1.49	1.53	1.72
	1.50	1.48	1.48	1.50	1.57
4	1.51	1.49	1.52	1.58	1.90
	1.52	1.50	1.49	1.52	1.59

Tab. 4: Total CPU time ratio

two-element airfoil/three-element airfoil					
	Number of PEs				
Muligrid levels	1	2	4	8	16
1	1.0	1/1.91	1/3.81	1/7.82	1/15.58
	1.0	1/1.95	1/3.83	1/8.00	1/16.39
2	1/1.59	1/3.08	1/6.10	1/12.15	1/20.69
	1/1.72	1/3.31	1/6.62	1/12.82	1/28.57
3	1/2.48	1/4.82	1/9.49	1/18.92	1/31.70
	1/2.76	1/5.24	1/10.20	1/21.28	1/43.48
4	1/3.26	1/6.34	1/12.75	1/24.65	1/40.89
	1/4.15	1/8.00	1/15.87	1/27.03	1/55.56