渦法を用いた円柱まわりの振動流解析

Numerical Simulation of Oscillatory Flow with a Mean Component around a Circular Cylinder Using a Vortex Method

青木友保，九工大院，〒820-8502 福岡県飯塚市川津 680-4, E-mail: aoki@vortex.mse.kyutech.ac.jp
田中博喜，九工大，　〒820-8502 福岡県飯塚市川津 680-4, E-mail: hiroki@mse.kyutech.ac.jp
清水文雄，九工大，　〒820-8502 福岡県飯塚市川津 680-4, E-mail: shimizu@mse.kyutech.ac.jp
AOKI Yuho, Kyushu Institute of Technology, Kawazu 680-4, Iizuka, Fukuoka, 820-8502
TANAKA Hiroki, Kyushu Institute of Technology, Kawazu 680-4, Iizuka, Fukuoka, 820-8502
SHIMUZU Fumio, Kyushu Institute of Technology, Kawazu 680-4, Iizuka, Fukuoka, 820-8502

The present work deals with the forces on a circular cylinder in the flow with a mean component and a sinusoidally oscillating component. The fluid forces are numerically analyzed by the vortex method and are compared with experimental values that are measured by an oscillating circular cylinder submerged in a still fluid or a steady current. There is a good agreement between calculated and measured fluid force coefficients. It appears that, for various mean components, the fluid force coefficients depend on *extended Kc numbers* rather than *Kc* numbers.

1．緒言

周期的に往復する流体中に置かれた物体まわりの流れは，反転する流れによって流体力や渦放出に大きな影響を及ぼすことが知られている．このような流れは海洋構造物まわりに見られ，振動する流れ(波など)から受ける流体力についてこれまでに数多くの研究がなされている[1,2,3]．往復振動流中の円柱に作用する流体力は，*Keulegan-Carpenter* 数（$Kc = U_m/fD = 2pa/D$，ここで，U_m は振動流速の振幅，f は振動数，D は円柱直径，a は振動距離の振幅）の関数として報告されている．これらの研究は実験によって現象の調査が行われており，数値シミュレーションによるもの[4] は数少ない．また，海洋の潮流・波による流れは，平均流成分と振動流成分を含んでいるが，平均流成分を含めた研究はあまりなされていない．そこで本研究では，渦構造を直接とらえることのできる渦法を用いて，平均流成分を含む振動流中の 2 次元円柱まわりの流れについて Kc 数を変化させた計算を行う．この計算結果を実験結果と比較し渦法の精度を確認するとともに，平均流成分を含む振動流による流体力の特性について考察する．

2．計算手法

2.1　基礎方程式[5]

２次元非圧縮性粘性流れでの渦法の支配方程式は，次式の渦度輸送方程式である．

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\omega = \nu\nabla^2\omega \qquad (1)$$

ここで，$\mathbf{u}$ は速度ベクトル，n は動粘度である．渦度w は次式で定義される．

$$\omega = \nabla\times\mathbf{u} \qquad (2)$$

また，速度場 $\mathbf{u}$ は渦度から誘起される速度 $\mathbf{u}_w$ と渦無し流れの速度 $\mathbf{u}_p$ の和として表される．

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_w + \mathbf{u}_p \qquad (3)$$

計算領域 V 内の渦度w から誘起される任意位置の速度 $\mathbf{u}_w$ は次式の Biot-Savart の法則によって決定される．

$$\mathbf{u}_\omega = \int_V (\omega\times\nabla G)dV \qquad (4)$$

ここで，G はグリーン関数である．

任意位置での圧力 p は，ベルヌーイ関数 H に関するポアソン方程式を解くことによって算出する[6]．

$$\nabla^2 H = \nabla\cdot(\mathbf{u}\times\omega) \qquad (5)$$

$$H = \frac{p}{r} + \frac{1}{2}u^2 + \Pi \qquad (6)$$

ただし，$u^2 = \mathbf{u}\cdot\mathbf{u}$，$\Pi = x\dot{U}(t)$

ここで，r は流体の密度，Πは主流の加速度 $\dot{U}(t)$ によって生じる平均圧力勾配によるポテンシャルである．

2.2　計算モデル[5]

流れ場の渦度分布を渦要素によって離散化する．渦要素モデルは，オゼーンの減衰渦を用いる．渦要素の中心から距離 r の点での渦度 $w(r)$ と回転速度 $u_q(r)$ はそれぞれ，

$$\omega(r) = \frac{\Gamma}{\pi\varepsilon}\exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right), \qquad (7)$$

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left\{1-\exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right)\right\}, \qquad (8)$$

と表される．ここで，Γ は循環，e は粘性核半径である．

渦要素が (1) 式の渦度輸送方程式にしたがって輸送される過程を拡散と移流に分けて考える．粘性拡散による渦度の減衰はコアスプレッディング法によって評価した．渦要素の移流は次式によって計算する．

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{u} \qquad (9)$$

ここで，$\mathbf{r}$ は渦要素の位置ベクトルである．本研究では，(9) 式の解法に近似クランク－ニコルソン法を用いた[7]．その手順は，まず，渦要素を速度 $\mathbf{u}_1$ で移動させる．次に，移動させた点での速度 $\mathbf{u}_2$ を計算する．そして，$\mathbf{u}_1$ と $\mathbf{u}_2$ の平均を計算し，その平均速度によって渦要素を最初の位置から移動させる(Fig.1)．

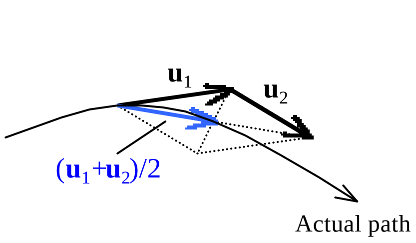


Fig.1 Estimation of vortex convection

Copyright © 2000 by JSCFD

2.3　高速化法

計算時間の短縮を図るため，流れ場の渦要素をブロックに分割する手法(ブロック化法)を用いた[8]．手法の詳細は文献[8]を参照されたい．以下では文献[8]との相違点を述べる．

2.3.1　計算手順

Fig.2 に示されるような渦要素の分布をブロックに分割し，速度計算を行う手順を以下に示す．

1. 流れ場を正方形ブロックに分ける．一辺のブロック数は 2^m 個とする(m はブロックのレベル).
2. ブロック内に存在する渦要素の循環を重みとした重心位置に，ブロックを代表する渦を置く．このとき，循環が正の渦と負の渦とを別々にまとめる(Fig.3).
3. ブロックレベル m-1 のブロックに対して，ブロックレベル m の代表渦をまとめる．m=1 となるまでこの手順を繰り返す.
4. ブロックの代表渦を用いて速度を計算する．Fig.4 にブロックレイアウトの例を示す．

備考

- Precision level は等幅のブロックが並ぶ数(または，並ぶ数+1)を表している．
- 速度を計算したい渦要素が含まれるブロック(■)に近い部分は，代表渦を用いずに直接速度を計算する．

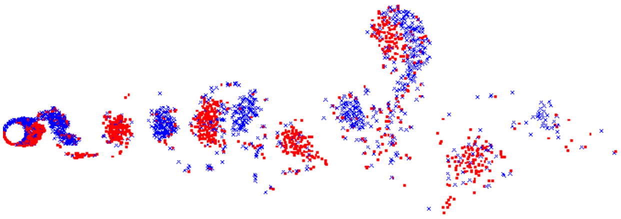
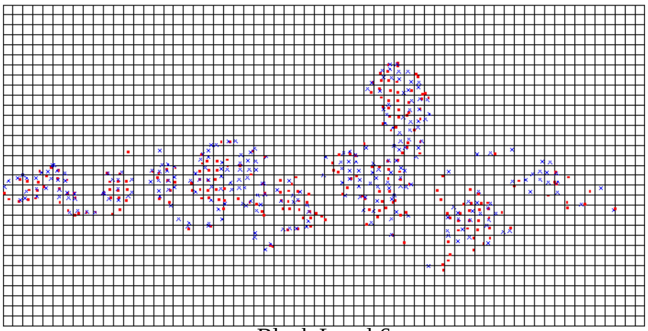
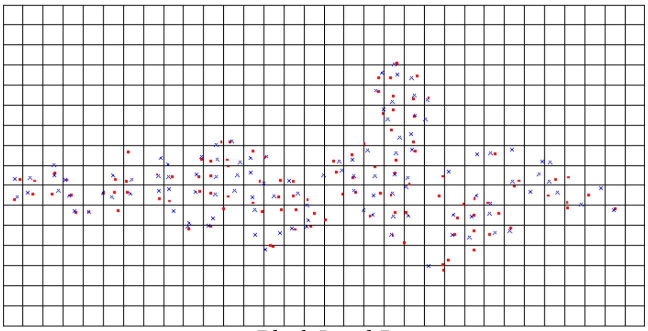


Fig.2 Discrete vortex element distribution
(×:CW vortex　●:CCW vortex)

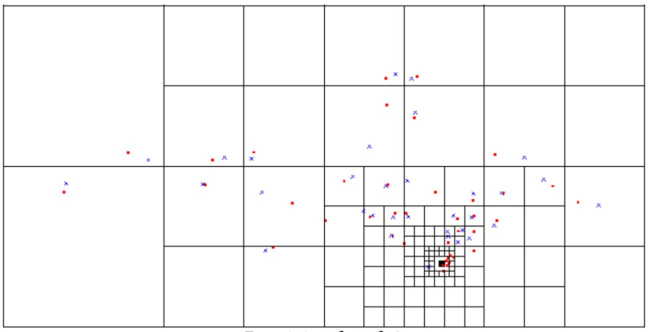


Block Level 6

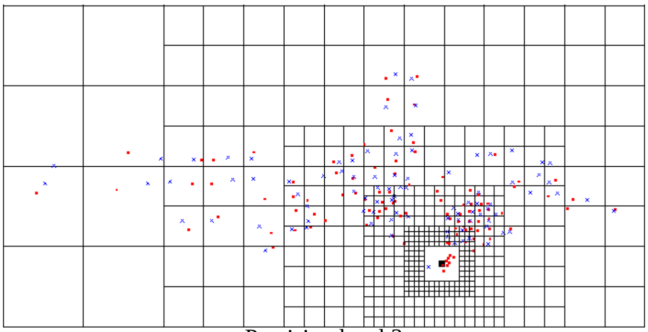


Block Level 5

Fig.3 Block levels and merged vortices



Precision level 1



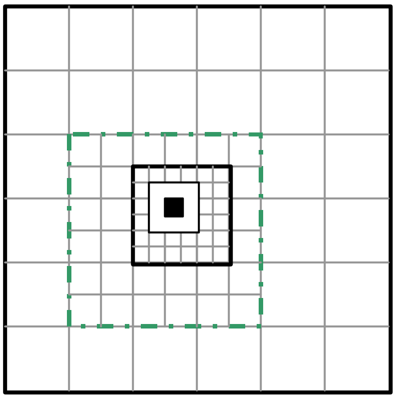
Precision level 3

Fig.4 Block layout around a observation vortex in the block

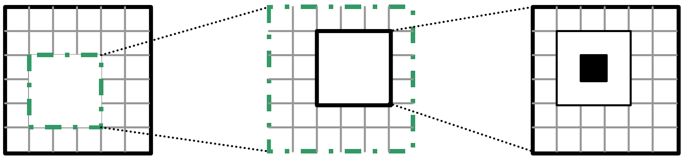
2.3.2　ブロック化のアルゴリズム

速度計算に使用するブロックレイアウトを計算するアルゴリズムについて考える．このアルゴリズムには Precision level に応じて，最小ブロックから大きなブロックまでを領域全体に敷き詰めることが要求される．

Fig.5 に Precision level 1 でのブロックレイアウトを示す．これを見ると，各ブロックレベルのレイアウトが相似になっていることがわかる．本研究では，この相似性を利用してブロックを領域全体に敷き詰める．



Block layout of precision level 1



Block level m　　Block level m+1　　Block level m+2

Fig.5 Similarity of block layout

Copyright © 2000 by JSCFD

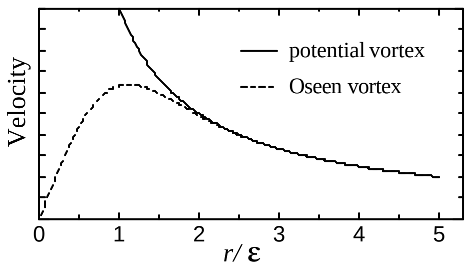


Fig.6 Induced velocity against *r/e*

2.3.3　最小ブロックの大きさ

流れ場の渦要素をブロックに分割する際，最小のブロック幅を決めなければならない．最小ブロック幅は計算時間に大きく影響し，最小ブロックに含まれる渦が 4 個のとき，高速化率が最大になるとされている．渦要素の分布密度が流れ場で均一であれば，最適な最小ブロック幅を決定することができる．しかし，渦法における渦要素の分布密度は均一にはならない(Fig.2)．そこで計算時間ではなく，計算精度の点から最小ブロック幅について考える．

ブロックを代表する渦は，ブロック内に存在する渦要素の循環の合計と，循環を重みとした重心位置をパラメータとして持つ非粘性渦である．粘性渦と非粘性渦から誘起される速度をそれぞれ Fig.6 に示す．Fig.6 を見ると，非粘性渦から誘起される速度が粘性渦のそれを正確に表すには，ある程度の距離を必要とすることがわかる．このことから本研究では，最小ブロック幅を平均粘性核半径の約２倍とした．

2.3.4　プログラミング

ブロック化法のプログラミングにおいて，ブロックのデータ構造や渦データへの参照方法が問題となる．これらの選択次第でプログラムの性能が大きく左右されるからである．以下ではデータ構造の実装について考える．

領域を正方形ブロックに分割して，速度計算を高速化する手法に高速多重極展開法(FMM)がある[5]．FMM で採用されているデータ構造「４分木」は，渦のまとめ上げがスムーズに行えると同時に，渦の存在しないブロックのデータが生成されないため，メモリの節約ができるなどの利点がある．しかし，４分木を本手法に用いると，領域に敷き詰められた大小様々なブロックの参照に計算時間がかかる．これは，４分木構造において隣接した接点を参照する際に再帰的アルゴリズムを使用するためである．

適切なデータ構造を選択するために，ブロック化法においてどのような参照を行うかを考える．渦要素の速度を計算するとき，そのまわりのブロックレイアウトを決める．このとき，同じブロックに含まれる渦要素の速度も計算すればレイアウトを求める手間が省ける．この過程は，

1. 渦要素の含まれるブロックを参照
2. ブロックレイアウトの計算
3. ブロックに含まれるその他の渦要素を参照

この３つの段階から成り立っている．つまり，渦要素とブロックが相互に参照できなければならない．本研究では，この関係を成立させるために「ソート」を用いた．その手順は，まず，ブロックに番号をつけ，渦要素をそのブロック番号でソートする．すると，同じブロックに含まれる渦要素が隣に並ぶようになり，相互参照が成立する．

以上のような参照関係を実現するデータ構造は，特別な性質を必要としないため，「１次元配列」で十分である．１次元配列を用いると４分木のようなメモリの節約は難しいが，ブロックレベル９(512×512)までのデータを格納するのに必要とされるメモリは倍精度型で約 17MB であり，最近の計算機ならば問題なく扱うことができる．したがって，ブロックのデータ構造には１次元配列を採用した．

2.3.5　予備計算

Fig.2 のような一様流中の円柱周りの流れにおいて，すべての渦要素の速度を従来の方法とブロック化法で計算し，計算時間と平均相対誤差を比較する．ここで，相対誤差 E_r は，従来の方法で計算した速度 $\mathbf{u}_{trad}$ とブロック化法で計算した速度 $\mathbf{u}_{block}$ から定義した．

$$E_r = \frac{\left|\mathbf{u}_{trad} - \mathbf{u}_{block}\right|}{\left|\mathbf{u}_{trad}\right|} \tag{10}$$

Fig.7 に渦要素数 N=5480 での Precision level と相対誤差，CPU 時間を示す．これらのグラフを見ると，Precision level が大きいほど相対誤差が小さくなるが，CPU 時間は増加することがわかる．計算に必要な精度と時間の兼ね合いから適切な Precision level を選択しなければならない．本研究では，Precision level 3 を採用した．

Fig.8 に Precision level 3 での渦要素数と CPU 時間の関係を示す．渦要素数が 700 以下のとき，従来の方法の方がブロック化法より速度計算にかかる時間は短い．つまり，本手法では渦要素数が 700を超えなければ高速化されないのである．これはブロックの代表渦の計算や渦要素のソートなどの前処理にかかる時間の割合が比較的大きいためであると考えられる．実際の計算では，渦要素数が 1000 未満では従来の方法，1000 以上でブロック化法を使用した．

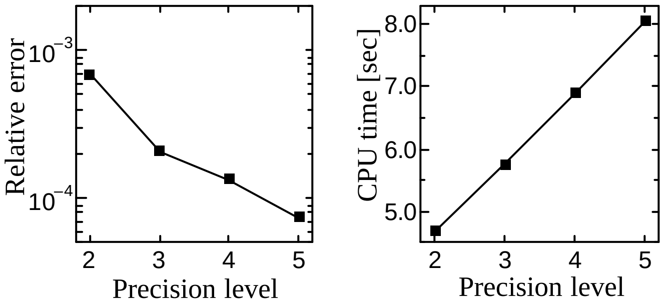


Fig.7 Relative error and CPU time against precision level

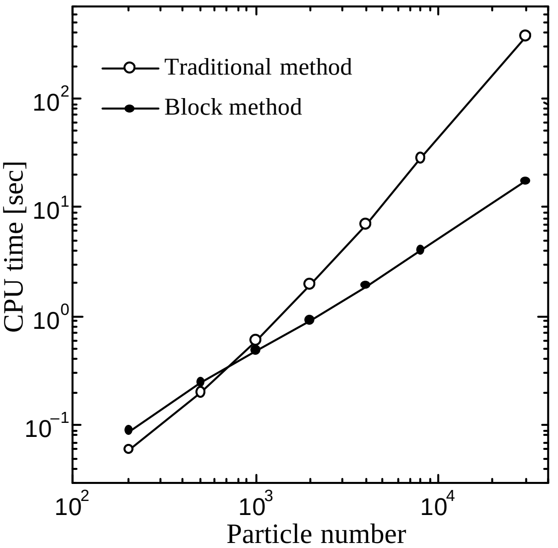


Fig.8 CPU time against particle number

Copyright © 2000 by JSCFD

3．振動流中の流体力係数

本研究で対象としている振動流は，

$$U(t) = U_0 - U_m \cos(2pft) \quad (11)$$

で表される．ここで，U_0 は平均流成分，U_m は振動流速の振幅，f は振動数である．代表流速として流速の最大値 U_0+U_m をとり，U_0 と U_m をそれぞれ無次元化する．

$$U_0^* = \frac{U_0}{U_0+U_m} \quad , \quad U_m^* = \frac{U_m}{U_0+U_m} \quad (12)$$

振動流における主流方向流体力 F_{in} は抗力 F_D と慣性力 F_m の和として考えられ，以下のモリソンの式で表される．

$$\begin{aligned} F_{in} &= F_D + F_m \\ &= \tfrac{1}{2} C_D \rho D U(t)\left|U(t)\right| + C_m \rho A \dot{U}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

C_D，C_m はそれぞれ，抗力係数，慣性力係数と呼ばれ，A は円柱の断面積である．C_D と C_m は主流方向流体力を最小自乗法によって抗力と慣性力に分離し，それぞれ無次元化して求める．また，慣性力は付加質量力と浮力の和であるから，

$$C_m = 1 + C_a \quad (14)$$

となり，付加質量係数 C_a によって表すことができる．

主流方向流体力 F_{in} の振動流速に対する位相差 ϕ_F を

$$\phi_F = \mathrm{Tan}^{-1} \frac{\sum_i F_{in} \sin(2\pi f t_i)}{\sum_i F_{in} \cos(2\pi f t_i)} \quad (15)$$

と定義する．位相差は主流方向流体力における抗力と慣性力の割合を示し，$f_F = -0.5p$ で慣性力が，$f_F = -p$ で抗力が支配的となる．

4．計算条件

円柱表面は 64 枚の線形渦分布パネルによって表現し，放出渦要素はすべてのパネルから導入した．放出渦の導入時間間隔は 0.1，移動時間間隔は 0.05 とした．

ストークス数β(=Re/Kc) は，β=600, 1500 に設定し，Kc=1 〜 20 の範囲で計算を行う．Re 数の範囲は 600 〜 30000 である．最大流速で無次元化した平均流成分 U_0^* は，0, 0.2, 0.5, 0.7 とした．

5．結果および考察

5.1　高速化

各流体力係数の算出のために，無次元周期で 20 周期以上の流体力を計算する．無次元周期 T^* は，

$$T^* = \frac{1}{f^*} = \frac{U_0+U_m}{D}\frac{1}{f} = \frac{U_0+U_m}{U_m}\frac{U_m}{fD} = \frac{Kc}{U_m^*} \quad (16)$$

と表される．Kc 数が大きく U_m^* が小さい(平均流成分が大きい)範囲では，計算すべき無次元時間が長くなる．このことから，ブロック化法を使用して計算時間の短縮を図った．

U_0^*=0.5, Kc=18 において従来の方法とブロック化法で計算時間を比較したところ，

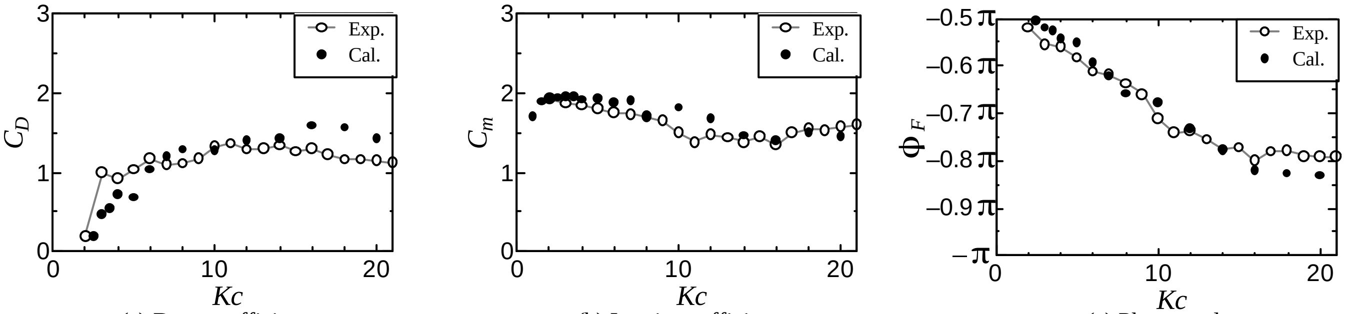
従 来 の 方 法：6676 [min]　(111 時間)

ブロック化法：1289 [min]　(21 時間)

となり，計算時間は約 5 分の 1 に短縮された．計算終了時の渦要素数 N は約 30000 である．Fig.8 を見ると N=30000 での速度計算にかかる時間は，ブロック化法を用いた場合，従来の方法の約 20 分の 1 になっている．しかし，速度計算以外の処理時間が短縮されていないため，トータルの計算時間の短縮は 5 分の 1 に留まった．

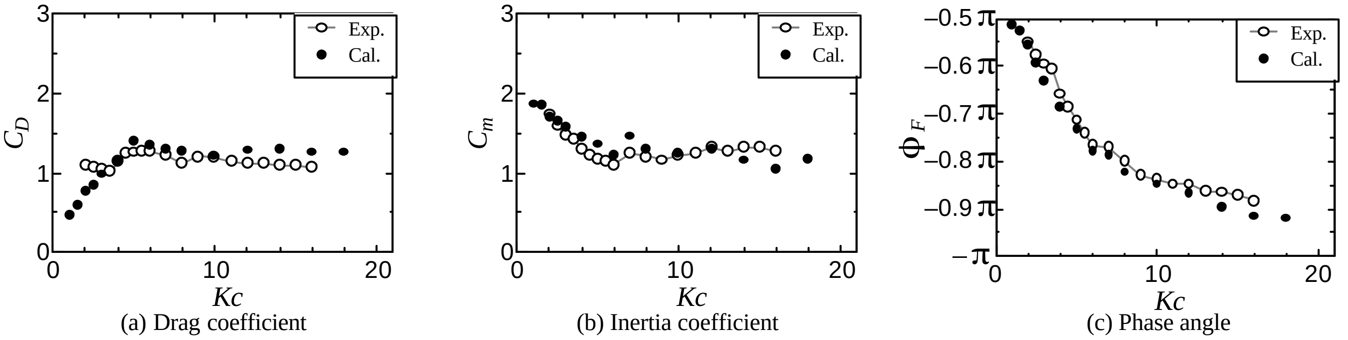
5.2　実験結果との比較

Fig.9 (a) 〜 (c) にβ=600, U_0^*=0 での各流体力係数を示す．各流体力係数の計算値(●)は，それぞれ実験値(○)とよく一致している．グラフ (a) を見ると，抗力係数は Kc 数の増加とともに 0 から増加し，Kc＞10 でほぼ一定の値となる．この一定値 C_D=1.3 は定常流中の円柱の抗力係数に近い値である．これは Kc 数の増加によって主流の加速度が減少し，流れが定常流に近づいているためである．次に慣性力係数



(a) Drag coefficient　(b) Inertia coefficient　(c) Phase angle

Fig.9 Fluid force coefficients against Kc numbers for b=600 and U_0^*=0



(a) Drag coefficient　(b) Inertia coefficient　(c) Phase angle

Fig.10 Fluid force coefficients against Kc numbers for b=1500 and U_0^*=0.5

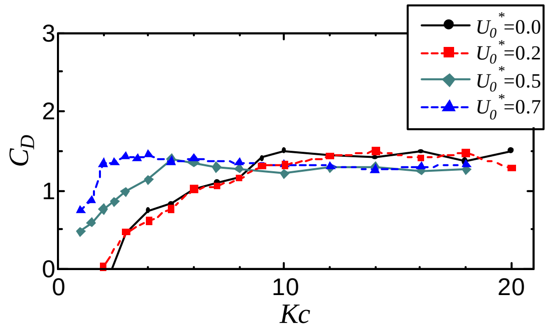
Copyright © 2000 by JSCFD

(b) は，C_m=2.0 から緩やかに減少している．ポテンシャル流れでは C_m=2.0 となることから，低 Kc 数においては粘性の影響が小さいと考えられる．位相差のグラフ (c) を見ると，位相差は -0.5π から減少し一定の値に収束する．このことを慣性力と抗力の割合から考えると，低 Kc 数では慣性力のみが働くが，高 Kc 数で抗力のみの状態，つまり慣性力が 0 にならないことを示している．

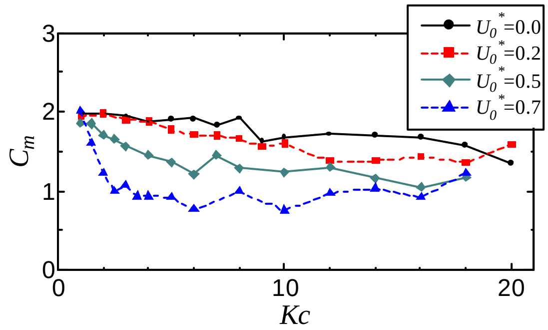
Fig.10 (a) ～ (c) に β=1500，U_0^*=0.5 での各流体力係数を示す．U_0^*=0.5 では，平均流成分と振動流成分の大きさが等しいため，主流は反転することなく流れていくが，各流体力係数には U_0^*=0 の場合と同様の特徴が見られる．計算値(●)は実験値(○)とよく一致しており，渦法を用いた本計算は平均流成分の有無によらず，振動流中の円柱まわりの流れをよく捉えられているといえる．

5.3 平均流成分の影響

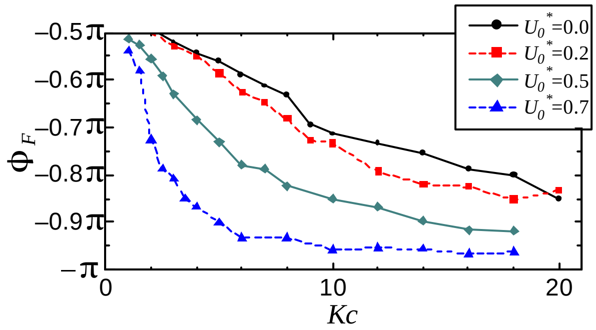
Fig.11 (a) ～ (c) に β=1500, U_0^*=0, 0.2, 0.5, 0.7 での各流体力係数を示す．グラフ (a) を見ると，抗力係数は Kc 数の増加とともに 0 から増加し，平均流成分が大きいほど低 Kc 数でほぼ一定の値となっている．グラフ (b) を見ると，慣性力係数は 2.0 から減少し，平均流成分が大きいほど曲線の傾きが大きい．グラフ (c) を見ても，平均流成分が大きいほど低 Kc 数で位相差が $-\pi$ に近づく．このように，平均流成分の影響が各流体力係数に明確に現れている．グラフ (a) ～ (c) に共通していることは，U_0^*が大きいほど低い Kc 数で変化が生じることである．この現象について考える．すべての計算を β=1500 という一定値で計算しているため，Kc 数の増加は主流流速の増加を意味する．同じ Kc 数であっても $U_0^*\neq 0$ の場合は U_0^*=0 より主流流速が大きい．したがって，流体力係数の変化は，平均流成分と Kc 数の両者を含む主流流速のようなパラメータに関係していると考えられる．



(a) Drag coefficient



(b) Inertia coefficient



(c) Phase angle

Fig.11 Fluid force coefficients against Kc numbers

5.4 拡張 Keulegan-Carpenter 数

振動流中の円柱周りの流れは Kc 数によって特徴付けられていたが，平均流成分が加わる場合，現象を整理する指標として適当でないことがわかった．そこで，本研究では Kc 数に平均流成分の影響を含ませる拡張を提案する．

Kc 数の定義を以下のように書き直す．

$$Kc = \frac{U_m}{fD} = \frac{2\pi a}{D} = \frac{\pi}{D}2a \tag{17}$$

Kc 数は振動流が半周期で進んだ距離 2a を p/D で無次元化したものと考えることができる(Fig.12)．この考え方を $U_0^*\neq$ 0 の場合にも適用すると，Fig.13 のように半周期で進んだ距離 L を p/D で無次元化して，

$$\begin{aligned} Kc' &= \frac{\pi}{D}L \\ &= \frac{\pi}{D}\left(\frac{U_0}{2f}+2a\right) \\ &= \frac{\pi}{2}\frac{U_0}{fD}+\frac{U_m}{fD} \end{aligned} \tag{18}$$

と表すことができる．この Kc' を「拡張 Keulegan-Carpenter 数」と定義する．

拡張 Keulegan-Carpenter 数(以下 Kc' 数)で整理した各流体力係数を Fig.14 (a) ～ (c) に示す．これらのグラフを見ると，平均流成分の大きさにかかわらずほぼ同じ曲線にのっている．このことから，各流体力係数は Kc' 数(流れの進んだ距離)に依存しているといえる．

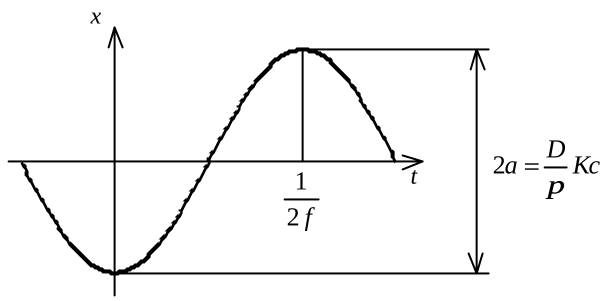


Fig.12 Flow displacement for a half cycle with U_0^*=0

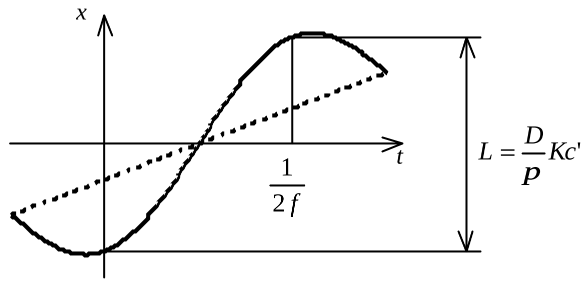


Fig.13 Flow displacement for a half cycle with $U_0^*\neq$0

Copyright © 2000 by JSCFD

6. 結言

流れ場の渦要素をブロックに分割する手法を用いて速度計算を高速化した．高速化された渦法を用いて，平均流成分を含む振動流中の円柱まわりの流れを解析した．その結果，以下のことが得られた．

(1) 高速化された渦法を用いて計算を行ったところ，トータルの計算時間は従来の方法の 5 分の 1 に短縮された．

(2) 各流体力係数の計算結果は実験結果とよく一致し，本研究の計算コードが十分妥当であると確認した．

(3) 平均流成分の影響を含む Kc' 数を提案した．各流体力係数は平均流成分の大きさにかかわらず，流れの進んだ距離に依存することがわかった．

参考文献

[1]岡島・松本・木村, “振動流中の円柱および正方形柱に作用する流体力の測定と流れの可視化”, 機論, **63**-615, B(1997), pp.3548-3556.

[2]石綿・大橋, “往復振動流中の円柱に作用する流体反力”, 機論, **51**-461, B(1985), pp.19-27.

[3]Obasaju, E. D., Bearman, P. W. and Graham, J. M. R.,“A study of forces, circulation and vortex patterns around a circular cylinder in oscillating flow”, *J. Fluid. Mech.*, **196**(1988), pp.467-494.

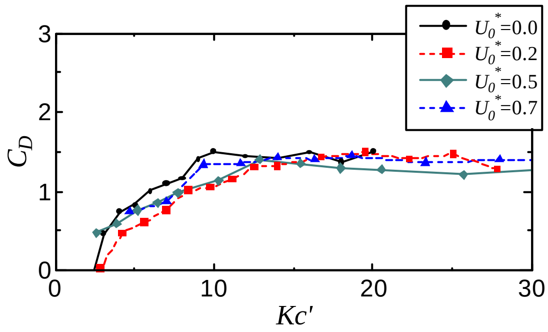
[4]Okajima, A. and Yasuda, T.,“A Numerical Study of Oscillatory Flow around Circular and Square Cylinders”, ASME, Vol.53-1, Fluid-Structure Interaction, Aeroelasticity, Flow-Induced Vibration and Noise, (1997), pp.127-134.

[5]Cottet, G. H. and Koumoutsakos, P. D.,“Vortex Methods”, Cambridge University Press (2000).

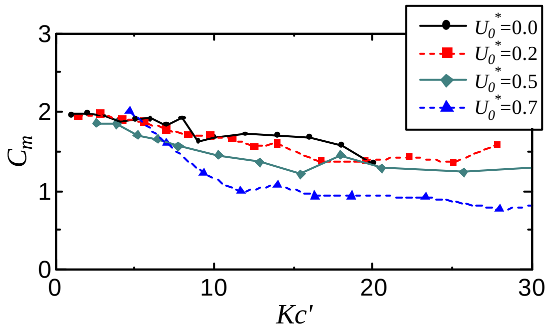
[6]新谷・白石・赤松, “粘性拡散モデルを用いた 2 次元離散渦法についての検討”, 機論, **60**-572, B(1994), pp.1110-1117.

[7]Lewis, R. I.,“Vortex Element Methods, The Most Natural Approach to Flow Simulation – A Review of Methodology with Applications”, The First International Conference on Vortex Method (1999), pp.1-15.

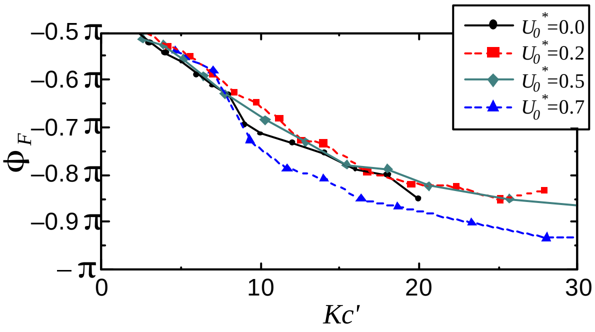
[8]大上, “粒子法における高速演算の方法”, 機論, **65**-640, B(1999), pp.3957-3964.



(a) Drag coefficient



(b) Inertia coefficient



(c) Phase angle

Fig.14 Fluid force coefficients against *extended Kc numbers*

Copyright © 2000 by JSCFD