<渦法による球周りの流れ>

<Flow around a Sphere by a Vortex Method>

○ 忠津雅也, 大阪府立大学 (院), 大阪府堺市学園町１－１, E-mail：tadatu@fluid.energy.osakafu-u.ac.jp
木田輝彦，大阪府立大学, 大阪府堺市学園町１－１, E-mail：kida@energy.osakafu-u.ac.jp
Masaya TADATU, Osaka Prefecture University, 1-1 Gakuencho，Sakai，Osaka 599-8531，Japan
Teruhiko KIDA, Osaka Prefecture University, 1-1 Gakuencho，Sakai，Osaka 599-8531，Japan

A transient flow around an impulsively started sphere with constant speed is simulated by a vortex method, which is combined by a vortex blob method and a vortex sheet method. The panel method proposed by Hess & Smith is used for the potential flow. The vortex blob method is formulated from the differential-integral equation derived from the vorticity equation and the viscous effect is simulated by a random walk. The vortex sheet method is used in the boundary layer on the surface of the sphere. Numerical calculation is performed by using a PC cluster, which is constructed eight personal computers, to know the validity of the PC cluster for saving the computing time of the vortex method. The present paper shows the distribution of vortex blobs, the velocity feild, and shows that the PC cluster is powerful for the vortex method to save the computing time.

1. 緒言

鈍体まわりの非定常特性に関する Sarpkaya [1]の解説に指摘されているように、鈍体まわりの流れが工学分野で広く応用されているにもかかわらず、剥離のメカニズムとそれに続く後流の構造などが未だ明確ではなく、多くの研究がなされている。特に、非定常流れの剥離についての解明が重要な課題である。

球まわりの流れは三次元境界層の剥離や後流の構造を解明するための典型的な問題であり、多くの実験、数値解析研究が報告されている。Achenbach [2] [3]は球の直径と一様流に基づくレイノルズ数 R_e が $5\times10^4 \le R_e \le 6\times10^6$ の場合について実験し、境界層の層流から乱流剥離への過程を明らかにし、さらに後流の渦構造を明らかにしている。Shirayama & Kuwahara [4]は $R_e = 100, 150, 200$ について差分法により球や回転楕円体まわりの流れを解析し、剥離渦から後流の形成過程と馬蹄形状渦輪の生成過程を明らかにしている。Johnson & Patel [5]は $R_e \le 300$ について数値計算し、可視化実験結果と比較している。この結果、後流の渦構造では可視化実験によって示されたヘアピン構造が周期的に流出することを明らかにし、さらに、外部流れとの干渉により逆向きのヘアピン渦も現れること等を明らかにしている。

このように後流の渦構造を解明するためには、渦自身をラグランジュ的に取り上げる渦法は有用と想定される。この観点から、Ojima & Kamemoto [6]は急発進する球と回転楕円体まわりの流れを渦法によって数値解析し、渦法によってもヘアピン渦構造の存在を示した。

渦法は既に Leonard [7]や Sarpkaya [8]、亀本 [9]等により解説され、その有用性は明らかにされている。また、Cottet & Koumoutsakos [10]は渦法の基礎となる数理的な側面と数値アルゴリズムとの関係やその応用に至るまで幅広く纏め、専門書として発表している。これらに述べられているように、渦法は数理的に確立された手法であるが、この手法を実際の流れの問題に応用し、新しい知見を得ることが今後の重要な課題である。

亀本 [9]等により解説されているように、二次元流れ問題に渦法を利用した研究がこれまでに多くなされ、大きな成果をあげて来た。一方、三次元流れへの適用は、Ghoniem et al. 等に代表される渦輪の三次元挙動の研究 [11]、Sigga [12]等に代表される渦要素の変形と崩壊、Inoue [13]等による混合層や境界層の三次元構造、Izawa et al. [14]等に代表される噴流の乱流構造に関する研究等があり、さらに鈍体まわりの流れへの適用が試みられている（例えば、Bernard [15]）。

本報で取り上げる急発進する球まわりの過渡的な流れの渦法による解析は、Nakanishi & Kamemoto [16]、太田、亀本 [17]、Ojima & Kamemoto [6]等により既になされ、渦法が有用であることが明らかにされている。これらの一連の研究では、Vortex blob 法と渦核拡散法が併用されている。また、球表面からの渦生成には、Ojima et al. は Kamemoto 提案の渦層拡散速度の概念を利用している。しかしながら、三次元鈍体まわりの流れを渦法で数値解析する際、高性能化したとはいえ、パーソナルコンピュータでも数値結果を得るまでに計算時間は相当多く必要である。

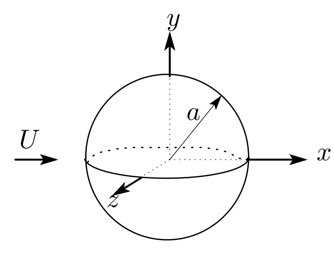

Fig. 1: 物理面と座標系

数値計算時間の節減には、最近注目されている PC クラスタの渦法への利用が考えられる。本研究では、PC クラスタを構築し、急発進する球まわりの流れをこのクラスタを利用し、渦法によって数値解析した結果を報告する。また、PC クラスタが渦法にも有用なハードウェアであることを明らかにする。ここで用いた渦法は Hess & Smith 法によるパネル法と Vortex blob 法と Vortex sheet 法をベースにしたものである。

2. 基礎方程式

非圧縮性流体中を球が一定速度 U で急発進する流れについて取り扱う。球の半径を a とし、速度は U で、長さは a で無次元化する。図 1 は物理面と座標系を示す。原点を球中心 O に固定する相対座標系で、移動速度は $-x$ 軸方向であるので、相対座標系から見ると一様流 U が x 軸の正の方向に流れる。流れを支配する基礎方程式はナビエ・ストークスの運動方程式と連続の式である。これらの式から渦度輸送方程式が導出される。

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega}\cdot \mathrm{grad})\vec{u} + \frac{1}{R_e}\nabla^2\vec{\omega}. \quad (1)$$

ここで、レイノルズ数 $R_e = Ud/\nu$ で、d は球の直径 ($d = 2a$)、ν は動粘度である。この式は連続の式

$$\mathrm{div}\vec{u} = 0, \quad (2)$$

を利用すると次のように書きかえられる。

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \vec{\omega}\cdot\vec{D} + \frac{1}{R_e}\nabla^2\vec{\omega}. \tag{3}$$

ただし、$\vec{D}=\frac{1}{2}(\nabla\vec{u}+\nabla^T\vec{u})$ である。これらの式から、木田、中嶋 [18]は次の積分表示を導出している。

$$\begin{aligned}
&\omega_i(\vec{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty}\omega_j(\vec{a},0)a_j^i(\vec{a},t)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}-\int_0^t\vec{u}_a(\vec{a},s)ds,\beta(t))da\\
&+\int_0^t ds\int_{-\infty}^{\infty} f_j(\vec{X}',s)a_j^i(\vec{a},t-s)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}-\int_0^t\vec{u}_a(\vec{a},s)ds-\vec{X}',\beta(t-s))\\
&\times dadX'.
\end{aligned} \tag{4}$$

$\vec{u}_a$ は任意の速度場で、a_j^i は次式で定義される。

$$\frac{\partial}{\partial t}a_j^i(\vec{x},t)=\varepsilon_{ik}(\vec{x},t)a_j^k(\vec{x},t). \tag{5}$$

ただし、ϵ_{ij} はひずみ速度 $\vec{D}$ の ij 成分である。また、g は次式で定義される。

$$g(\vec{x},\sigma)=\left(\frac{\sigma}{\pi}\right)^{3/2}\exp(-\sigma|\vec{x}|^2). \tag{6}$$

また、$\beta(t)=R_e/(4t)$ である。f_j は次の微・積分方程式を満足する。

$$\begin{aligned}
&f_j(x-a,t)a_j^i(a,0)=\nabla\cdot\Big[\omega_{oj}(a)\\
&\times g\Big(x-a-\int_0^t u_a ds,\beta(t)\Big)\\
&\times\Big(u_a(a,t)-u(x,t)\Big)a_j^i(a,t)\\
&+\int_0^t ds\int_{-\infty}^{\infty} g\left(x-a-\int_s^t u_a ds,\beta(t-s)\right)\\
&\times\Big(u_a(a,t)-u(x,t)\Big)f_j(X',s)a_j^i(a,t-s)dX'\Big]\\
&+\omega_{oj}(a)g\left(x-a-\int_0^t u_a ds,\beta(t)\right)\\
&\times\Big(\varepsilon_{ik}(x,t)-\varepsilon_{ik}(a,t)\Big)a_j^k(a,t)\\
&+\int_0^t ds\int_{-\infty}^{\infty} g\left(x-a-\int_s^t u_a ds-X',\beta(t-s)\right)\\
&\times\Big(\varepsilon_{ik}(x,t)-\varepsilon_{ik}(a,t-s)\Big)a_j^k(a,t-s)\\
&\times f_j(X',s)dX'.
\end{aligned} \tag{7}$$

ここで、$\vec{u}_a\approx\vec{u}$ となるようにすれば、この式から、$t\ll 1$ では f_j は高次オーダとなる。このことから、時間ステップを小さくすると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
&\omega_i(\vec{x},t+\Delta t)\approx\int_{-\infty}^{\infty}\omega_i(\vec{a},t)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}-\vec{u}(\vec{a},t)\Delta t,\beta(\Delta t))da\\
&+\Delta t\int_{-\infty}^{\infty}\omega_j(\vec{a},t)\epsilon_{ij}(\vec{a},t)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}-\vec{u}(\vec{a},t)\Delta t,\beta(\Delta t))da.
\end{aligned} \tag{8}$$

上式から次の関係式が導出できる。

$$\begin{aligned}
&\omega_i(\vec{x}+\Delta t\vec{u}(\vec{x},t),t+\Delta t)\approx\int_{-\infty}^{\infty}\omega_i(\vec{a},t)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}+(\vec{u}(\vec{x},t)-\vec{u}(\vec{a},t))\Delta t,\beta(\Delta t))da\\
&+\Delta t\int_{-\infty}^{\infty}\omega_j(\vec{a},t)\epsilon_{ij}(\vec{a},t)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}+(\vec{u}(\vec{x},t)-\vec{u}(\vec{a},t))\Delta t,\beta(\Delta t))da.
\end{aligned} \tag{9}$$

ここで、記号を簡単にするため、時間ステップを上付きの添え字で表現する。このとき、上式は更に次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\omega_i^{n+1}(\vec{x})\approx\int_{-\infty}^{\infty}(\omega_i^n(\vec{a})-\omega_i^n(\vec{x}))\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}+(\vec{u}^n(\vec{x})-\vec{u}^n(\vec{a}))\Delta t,\beta(\Delta t))da+\omega_i^n(\vec{x})\\
&+\Delta t\int_{-\infty}^{\infty}\left(\omega_j^n(\vec{a})\epsilon_{ij}^n(\vec{a})-\omega_j^n(\vec{x})\epsilon_{ij}^n(\vec{x})\right)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}+(\vec{u}^n(\vec{x})-\vec{u}^n(\vec{a}))\Delta t,\beta(\Delta t))da\\
&+\omega_j^n(\vec{x})\epsilon_{ij}^n(\vec{x})\Delta t.
\end{aligned} \tag{10}$$

3. 離散化

3.1 Vortex blob

本報では式 (10) を離散化した Vortex blob 法を用いる。まず、渦度場が次式で離散化出来とする。

$$\omega_j(\vec{x})\approx\sum_{k=1}\Gamma_j^k g(\vec{x}-\vec{x}_k,\sigma). \tag{11}$$

ここで、$1/\sigma^{1/2}$ はカットオフ半径である。このとき、Γ_j^k は次のように近似できる。

$$\Gamma_j^k\approx\omega_j(\vec{x}_k)\Delta v_k. \tag{12}$$

ただし、Δv_k は点 $\vec{x}_k$ まわりの微小体積である。

ここで、式 (10) を離散化する。その際、積分に台形公式を用いると、次のような関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
&\omega_i^{n+1}(\vec{x})\approx\sum_{k=1}(\omega_i^n(\vec{a}_k)-\omega_i^n(\vec{x}))\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}_k,\beta(\Delta t))\Delta v_k+\omega_i^n(\vec{x})\\
&+\Delta t\sum_{k=1}\left(\omega_j^n(\vec{a}_k)\epsilon_{ij}^n(\vec{a}_k)-\omega_j^n(\vec{x})\epsilon_{ij}^n(\vec{x})\right)\\
&\times g(\vec{x}-\vec{a}_k,\beta(\Delta t))\Delta v_k\\
&+\omega_j^n(\vec{x})\epsilon_{ij}^n(\vec{x})\Delta t.
\end{aligned} \tag{13}$$

この両辺に $\vec{x}=\vec{x}_j$ 近傍について積分し、台形公式を更に利用すると、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned}
&\Gamma_i^{(n+1)j}-\Gamma_i^{(n)j}\approx\sum_{k=1}\left(\Gamma_i^{(n)k}\Delta v_i-\Gamma_i^{(n)j}\Delta v_k\right)\\
&\times g(\vec{x}_j-\vec{a}_k,\beta(\Delta t))+\Delta t\sum_{k=1}\\
&\times\left(\Gamma_m^{(n)k}\varepsilon_{im}^{(n)}(\vec{a}_k)\Delta v_i-\Gamma_m^{(n)j}\varepsilon_{im}^{(n)}(\vec{x}_j)\Delta v_k\right)\\
&\times g(\vec{x}_j-\vec{a}_k,\beta(\Delta t))+\Delta t\Gamma_m^{(n)j}\varepsilon_{im}^{(n)}(\vec{x}_j).
\end{aligned} \tag{14}$$

ここでは、$\beta(\Delta t)=\sigma/\left(1+\frac{4\Delta t\sigma}{R_e}\right)$ とした。

速度場はビオ・サバールの式から求められる。

$$\vec{u} \ = \ \int \vec{K}(x-y) \times \vec{\omega}(y) dy + \vec{u_p}. \qquad (15)$$

ここで、$\vec{u}_p$ はポテンシャルを持つ速度場である。この式 (15) に式 (11) を代入すると、右辺第１項が求められる。中嶋・木田 [19]によれば、

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \sum_{k=1} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^2} \times \Big[\sigma \exp(-\sigma^2 |\vec{x}-\vec{x}_k|^2) - \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_k|} \mathrm{Erf}(\sigma |\vec{x}-\vec{x}_k|) \Big] \times \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix}. \qquad (16)$$

ここで、$\mathrm{Erf}(x) = \int_0^x \exp(-x^2) dx$ であり、U_i は次のように定義している。

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_2 - x_{k2})\Gamma_3^k - (x_3 - x_{k3})\Gamma_2^k \\ (x_3 - x_{k3})\Gamma_1^k - (x_1 - x_{k1})\Gamma_3^k \\ (x_1 - x_{k1})\Gamma_2^k - (x_2 - x_{k2})\Gamma_1^k \end{pmatrix}. \qquad (17)$$

また、この結果を利用すると、ひずみ速度は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \sum_{k=1} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^2} \times \Big[-\Big(\frac{3\sigma}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^3} + \frac{2\sigma^3}{|\vec{x}-\vec{x}_k|} \Big) \exp(-\sigma^2 |\vec{x}-\vec{x}_k|^2) + \frac{3}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^4} \mathrm{Erf}(\sigma |\vec{x}-\vec{x}_k|) \Big] \times \begin{pmatrix} (x_1 - x_{k1})U_1 \\ (x_2 - x_{k2})U_2 \\ (x_3 - x_{k3})U_3 \end{pmatrix}, \qquad (18)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi^{3/2}} \sum_{k=1} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^2} \times \Big[-\Big(\frac{3\sigma}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^3} + \frac{2\sigma^3}{|\vec{x}-\vec{x}_k|} \Big) \exp(-\sigma^2 |\vec{x}-\vec{x}_k|^2) + \frac{3}{|\vec{x}-\vec{x}_k|^4} \mathrm{Erf}(\sigma |\vec{x}-\vec{x}_k|) \Big] \times \begin{pmatrix} (x_2 - x_{k2})U_1 + (x_1 - x_{k1})U_2 \\ (x_3 - x_{k3})U_1 + (x_1 - x_{k1})U_3 \\ (x_3 - x_{k3})U_2 + (x_2 - x_{k2})U_3 \end{pmatrix}. \qquad (19)$$

3.2 Vortex sheet

球表面近くの流れは境界層を形成していると考えられる。そこで、計算容量を減らすため、球表面近くでは渦度場を Vortex sheet としてモデル化する。図 2 に示すように、このシートは厚みが極薄く δ とし、その表面積 ΔS も小さいとする。従って、シートは球面の接面に平行である。このとき、Γ の定義から、

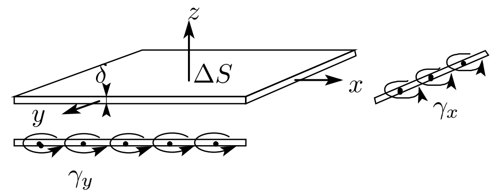

Fig. 2: 渦シート

$$\vec{\Gamma} = \vec{\omega}\Delta v \approx \vec{\omega}\Delta S \delta. \qquad (20)$$

上述したように、球表面近くでは流れは球面にほぼ沿っている。従って、渦度ベクトルの向きは球面にほぼ平行である。そこでこのシート面上の循環分布を $\vec{\gamma}(\equiv(\gamma_x, \gamma_y))$ とすると、

$$\vec{\gamma} \approx \vec{\omega}\delta. \qquad (21)$$

従って、式 (20) から

$$\vec{\Gamma} \approx \vec{\gamma}\Delta S. \qquad (22)$$

本報ではこのシート状となる領域を h ($\approx O(1/R_e^{1/2})$) として計算し、このシート領域から外部に流出すると Vortex blob としている。

3.3 パネル法

式 (15) のポテンシャル流れを求めるのにパネル法を用いる。パネル法として Hess & Smith [20]法を用いた。パネル構成は、図 3 に示すような球の表面を $y-z$ 平面を赤道面として経度方向、緯度方向それぞれを 16 分割した平面パネルを構成した。

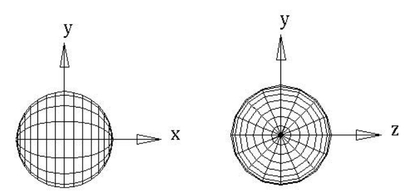

Fig. 3: 球表面の分割

パネル法を構成する場合、二次元流れでは物体まわりに循環を持たせ、流れ場全体の循環が零となるようにその循環を決定する必要がある。三次元流れでも同様のことが必要であるかは議論のあるところである。木田、倉田 [21]は低レイノルズ数流れの解析から、球の場合には循環を持たせる必要はなく、物体表面に吹き出し分布だけで良いことを明らかにしている。そこで、本報の計算では通常の Hess & Smith 法を用いた。

3.4 渦の生成

球表面から生成する Vortex sheet は粘性によって流体中に拡散していく。この発生する Vortex sheet の強さが計算精度に関係すると思われるので、初期の発生する渦シートの循環強さに上限を設定し、その強さより大きい循環が生じるときは、その最大許容循環強さの複数枚のシートを発生させる。いま、パネル上のシート領域内にあるシートの循環強さを $\vec{\gamma}_j$ とする。このシートにより誘起される表面上の滑り速度は $\sum_j \vec{\gamma}_j$ である。従って、表面で誘起される循環 $\vec{\gamma}$ は $\vec{\gamma} = 2(\sum_j \vec{\gamma}_j - \vec{u}_{sp})$ とする。ただし、$\vec{u}_{sp}$ は Vortex blob とパネル法から得られる球表面上の滑り速度である。

本報では、まずPCクラスタの性能を評価することが一つの目的であるので、球表面上に生成するVortex sheetの発生位置はシート領域の外縁とする。シートの循環強さは、そのシートによる球表面の誘起速度によって滑りなしの条件を満たすように決定する。シートはシート領域の外縁にあるので、直ちにVortex blobとなる。いま、渦が生成する前の球表面の滑り速度を$\vec{u}_s$とする。このとき、シートの循環強さ$\vec{\gamma}$は$\vec{\gamma} = -\vec{u}_s$となる。

4. PCクラスタによる並列計算

本研究では計算時間の短縮のためにPCクラスタを用いて並列計算機を構築した。並列計算機のアーキテクチャはBeowulf型である[22]。Beowulf型の並列計算機は1994年にDonald Beckerによって開発されたもので[23]、本研究室では1997年から2CPUのBeowulf型の並列計算機を構築し、三次元渦法の計算を行いながらその拡張を行ってきた。

Beowulf型の並列計算機とは、多くの場合、1台のサーバと複数のノードが協調して1つの計算をおこなうシステムのことを指す。サーバやノードが協調して動きさえすれば、OSやCPUのアーキテクチャを選ばないので、LANで接続されている計算機をノードとして計算に用いることができる。CLASS I BEOWULFとして提案されている分類に属するノードの価格は数万円程度と非常に安価であり、計算量にあわせて柔軟にクラスタの構成を変更できる。

複数のノードが1つの計算を行うためには、1つのノードでの計算結果を他のノードに伝える必要があり、そのためのライブラリーとしては、MPI(Message Passing Interface)の実装の1つであるMPICHを利用した[24]。その他の通信用のものとしてPVM(Paralle Virtual Machine)が知られているが[25]、今回は用いなかった。

本研究で用いたPCクラスタの主な構成は以下の通りである。

Tab. 1: 各ノードの構成要素

Kernel	Linux-2.2.17
CPU	Celeron-500MHz × 2
Compiler	egcs-1.1.2
Memory	256MBytes
NIC	100Mbps ネットワークカード
Library	MPICH-1.2.1

このシステムのノードの特徴の一つは各ノードがSMP(Symmetric Multi Processer)となっている点である。図4に示す通りthreadとmpiをDual Processorの計算機上で実行した場合、その計算時間に関してはほとんど差はないが、わずかにthreadの方が高速である。thread化すると、1台の計算機には2つのCPUが載っているので、各ノードは動作周波数1GHz相当のCPUを搭載したノードとみなす事ができる。全計算機で計算結果を共有するためには、$\log_2(cpu\text{数})$回の通信回数が最低でも必要であり、2CPUを仮想的に1CPUとして動かすことで通信回数を1回減らすことができる。このことによるメリットは、次の点であろう。

- 既に述べたように、わずかではあるが高速である
- 同じ計算容量を半分の台数のノードで実現できるため、コストパフォーマンスが高い
- 計算機の台数が少ないために、設置面積が少なくて済み、コンセントの数も少なくて済む
- 計算機の台数が少ないために、1つのハブに全ての計算機を接続することができる(複数のハブに接続する場合にはハブとハブとの間のカスケード接続する部分が通信のボトルネックになる可能性があるため)
- mpiでは別々にプログラムが起動するため2つ分のメモリ空間が必要であるのに対し、threadではあくまで1つのプログラムが起動するだけであるので1つ分のメモリ空間だけで良い

その半面デメリットとしては次の点が挙げられる。

- mpiだけを用いてプログラムを並列化した場合、アルゴリズムによっては2つのプログラムが同時に他のノードへの通信を行おうとするために、ネットワーク部分がボトルネックになる可能性がある
- threadとmpiを組み合わせてプログラムを並列化するため、プログラムの流れが見えづらくなる

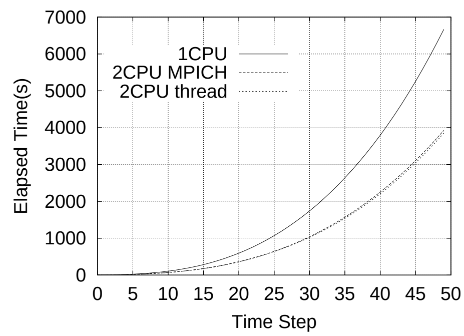

Fig. 4: threadとmpichとの計算時間の比較

このシステムのノードのもう一つの特徴はDiskless構成となっている点である。今回Diskless化した最も重要な理由は、ノードの信頼性を向上させることである。たとえ供給される電圧が低下したとしても、サーバ側を保護しておけば、HDD上のデータが破壊されたり、ハードウェアが故障したりすることはない。また、障害発生時における修復作業においてもノード側には、一切の設定の必要性が無いのでサーバ側のみで対応をすればよい。

Diskless化した各ノードはswap領域を持っていないので、メモリ空間が足りなくなった場合プログラムがSegmentation faultしてしまうが、threadはmpiの2倍のメモリ空間が使用できるので、mpiではできない広いメモリ空間を必要とする計算に利用できる可能性がある。

5. 数値結果

5.1 計算時間

ここでは、PCクラスタの性能を評価する。計算に用いたパラメータは次の通りである。

- レイノルズ数 $R_e = 300$
- 時間ステップ $\Delta t = 0.1$
- カットオフ半径 $1/\sigma^{1/2} = 0.05$
- Vortex sheet 領域 $h = 0.2$

図5は1CPUと8CPUでの計算時間とタイムステップの関係を示したものである。ここで計算時間とは、図6に示すような渦点分布を求めるに要した時間である。8CPUでの結果は、計算モデルや作成するプログラムによって計算に要する時間が異なってくるため、筆者等が作成したプログラムで並列計算した場合の性能を示しているにすぎない。ただ、この図からも分かるように、8CPUで並列計算すると50ステップ目で6倍程度の速度で計算できている。さらに、ここには示していないが300ステップ目では8倍程度の速度で計算することができた。これは、計算時間からみて通信時間がほぼ無視できる程度の比率であるためである。このことからもわかるように三次元渦法による流れ計算は、計算時間に対して通信するデータ量が少ないためにPCクラスタを用いた計算に向いていると考えられる。従って、計算モデルや作成するプログラムの演算の仕方によっては、PCクラスタを用いて渦法の計算を行った場合、少なくとも数倍の計算時間の削減が可能であることが分かる。

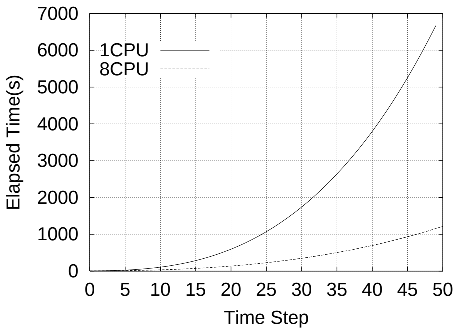

Fig. 5: CPU 数と計算時間

5.2　球周りの流れ

図 6 は時間ステップ 50 における渦点分布を示す。球が急発進した直後は、球表面からの生成渦は表面に沿って流れ、球後端付近に集まる。これらの渦点は時計方向に回転を持つ渦輪であるので、その集まった渦点が時間の経過と共に増加し、剥離点が球の後端から前方へ移動する。この流れを示したのが図 6 である。この時刻での xy、xz 断面の速度ベクトルを図 8、図 9 に示す。この図のように、流れはほぼ軸対称でありヘアピン渦構造は現れていない。更に時間が経過すると、図 7 のようになる。この時刻では、軸対称性は崩れている。図 10、図 11 にこの時刻での xy、xz 断面での速度ベクトルを示す。この図に示したように、対称軸付近の後流は逆流している。このことは傾いた渦輪が生じていることを示していると考えられるが、この図からは明確なヘアピン渦構造を示すことが出来ていない。

Fig. 6: 渦点分布（time step=50）

Fig. 7: 渦点分布（time step=80）

6.　結論

三次元流れに渦法を用いる場合、通常のパーソナルコンピュータでは数値計算時間が膨大となり、場合によっては数ヶ月かかる。そこで、PC クラスタを導入すれば計算時間の大幅な節減に有効であると推定される。そこで、PC クラスタを用いて、三次元流れを渦法によって計算し、このクラスタの有効性を調べた。

ここで取り上げた三次元流れは球が急発進する流れである。本報では、まず渦度方程式から導出される微・積分方程式を基礎とし、その離散化として Vortex blob 法を構成した。また、渦生成には Vortex sheet 法を提案し、ここでは最も単純なモデルの場合についての計算結果を示した。

この結果、渦法には予想通り PC クラスタは有効であり、ステップ数と共に計算時間の節減が大幅になっていくことが分かった。筆者等のプログラムでは 8CPU の場合、1CPU に比べ 300 ステップで約 8 倍の高速化が出来た。

しかしながら、本計算結果からは剥離渦のヘアピン渦の存在は予測できたが、その構造などの詳細な検討は出来ていない。今後の課題である。

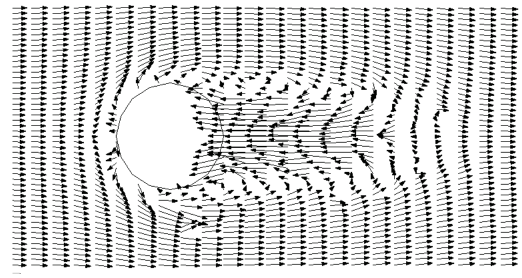

Fig. 8: xy 平面での速度ベクトル（time step=50）

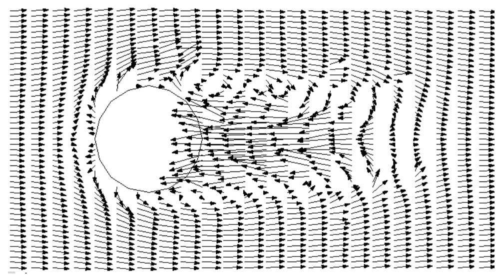

Fig. 9: xz 平面での速度ベクトル（time step=50）

最後に本研究は科学研究費補助金 (No.12650178) を受けて行ったもので、ここに謝意を表する。

参考文献

1. T. Sarpkaya, Brief Reviews of Some Time-Development Flows, Trans. ASME, J. Fluid Engr., 114 (1992), 283-298
2. E. Achenbach, Experiments on the Flow past Spheres at very High Reynolds Numbers, JFM, 54 (1972), 565-575
3. E. Achenbach, Vortex Shedding from Spheres, JFM, 62 (1974), 209-221
4. S. Shirayama & K. Kuwahara, Patterns of Three-dimensional Boundary Layer Separation, AIAA 87-0461 (1987)
5. T.A. Johnson & V.C. Patel, Flow past a Sphere up to a Reynolds Number of 300, JFM, 378 (1999), 19-70
6. A. Ojima & K. Kamemoto, Numerical Simulation of Unsteady Flows around Three Dimensional Bluff Bodies by an Advanced Vortex Method, *Vortex Methods*, World Scientific (2000) 36-43
7. A. Leonard, Vortex Methods for Flow Simulation, J. Comput. Phys. 37 (1980), 289-335
8. T. Sarpkaya, Computational Methods with Vortices, Trans. ASME J.Fluids Eng., 11 (1989), 15-52
9. 亀本, 乱流モデルとしての渦法の発展性（前編、渦法の基礎を考える）、数値流体力学 2-1 （1993), pp.20-29, 乱流モデルとしての渦法の発展性（後編、渦法で流れをとらえる）、数値流体力学 2-1 （1994), pp.28-39.
10. G-H. Cottet & P. Koumoutsakos, Vortex Methods: Theory and Practice, Cambridge Univ. Press (2000)

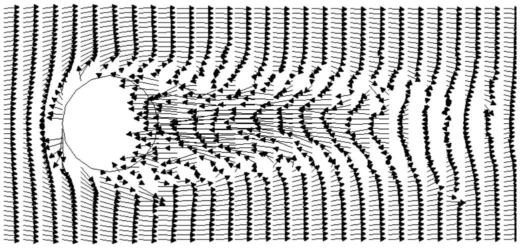

Fig. 10: xy 平面での速度ベクトル（time step=80）

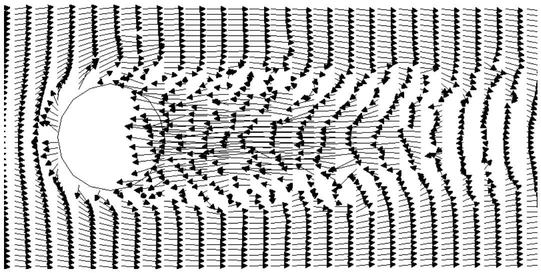

Fig. 11: xz 平面での速度ベクトル（time step=80）

11. A.F. Ghoniem, H.M. Aly & O.M. Knio, Three-Dimensional Vortex Simulation with Application to Axisymmetric Shear Layer, AIAA-87-0379 (1987)
12. E.D. Siggia, Collapse and Amplification of a Vortex Filament, Phys. Fluids 28 (1985), 794-805
13. O. Inoue, Vortex Simulation of Three-Dimensional Mixing Layer, AIAA-87-1311 (1987)
14. S. Izawa, H. Ishikawa & M. Kiya, et al., Dynamics of Coherent Structure in a Forced Round Jet, *Vortex Methods*, World Scientific (1999) 92-99
15. P.S. Bernard, Turbulent Flow Modeling Using a Fast, Parallel, Vortex Tube and Sheet Method, ESAIN: Proc., 7 (1999), 45-55
16. Y. Nakanishi & K. Kamemoto, An Examination of a Vortex Method for Predicting Unsteady Separated Flowa around Three-Dimensional Bodies, 境界要素法研究会第 31 回例会研究発表資料
17. 太田、亀本、三次元渦法による球まわりの流れの数値解析、第 12 回数値流体力学シンポジウム (1998), 371-372
18. 木田、中嶋、渦法に適した微・積分方程式の導出について、日本機械学会講演論文集 (III)、No.98-3 (1998), 97-98
19. 中嶋、木田、三次元流れの渦法とその離散化について、日本機械学会論文集、B、61-592 (1995), 4257-4262
20. Hess & Smith, Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies, Pergamon Press, New York, 1-138(1966)
21. 木田、倉田、日本機械学会論文集、B (掲載予定)
22. 湯淺、安村、中田編、はじめての並列プログラミング、共立出版、(1998)
23. The Beowulf Project: http://www.beowulf.org/
24. mpich の Web サイト: http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/mpich/
25. pvm の Web サイト: http://www.epm.ornl.gov/pvm/pvm_home.html