<噴霧ミルククラウン現象の Lagrangian シミュレーション> <Simulation Model of Milk Crown Phenomenon in Liquid Atomization>

内藤 健,山形大学工学部,米沢市城南4-3-16,k-naito@dip.yz.yamagata-u.ac.jp 森田善恒,山形大学工学部,米沢市城南4-3-16,am97129@dipfr.dip.yz.yamagata-u.ac.jp Ken NAITOH, YAMAGATA UNIVERSITY, 4-3-16 JYOUNAN, YONEZAWA-SHI Yoshitsune MORITA, YAMAGATA UNIVERSITY, 4-3-16 JYOUNAN, YONEZAWA-SHI

(2)

<Abstract> The MILK CROWN phenomenon is widely observed. For example, the fuel atomization in engines and the painting using sprays can be regarded as a kind of it. But in general, the phenomenon is complex because of its strong nonlinearity. Thus this fact has hindered the modeling for a long time (especially 3-dimentional modeling). The present Lagrangian model simulates the deforming and oscillating motion of a parent droplet from wall-impingement to breakup, and predicts the diameter of child droplets, the mass rate of liquid remaining on the wall, the mass rate of child droplets, and the number of child droplets.

1.はじめに

ミルククラウン現象はわれわれの身近に広く存在する現 象である。例えばエンジンにおける燃料液滴の噴霧微粒化現 象やスプレーによる塗装は一種のミルククラウン現象と考 えることができる。しかし一般にこの現象はその強い非線形 性のために複雑であり、その3次元シミュレーションや噴霧 特性予測はこれまであまりなされてこなかった。

この研究では液滴の壁面衝突現象を Lagrange 式記述でモ デル化し、液滴の変形、振動運動を非線形常微分方程式によ って表した。また液滴の分裂後直径や壁面残留率、分裂率、 分裂個数は衝突前後の質量保存則ならびにエネルギー保存 則から得られた。今回はこの壁面衝突モデルの特徴ならびに それによる計算結果について報告する。

2.液滴壁面衝突モデル

2.1. 運動方程式

液滴が壁面に衝突する時の変形や振動の様子を表す運動 方程式ならびに初期条件は次のようになる⁽¹⁾。

$$m \ddot{X} = -C_{c} \rho_{L} r_{d}^{2} (\dot{X})^{2} - mC_{k} \frac{\sigma}{\rho_{L} r_{d}^{3}} X$$
 (1)

$$X_{t=0} = 0$$
 , $\dot{X}_{t=0} = U_0$

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho_{L}r_{d}^{3}$$
(3)

ここで m:液滴の分裂前質量[kg]、X:液滴の球形からの変形 量[m]、 _[:密度[kg/m³]、 r_d :液滴の分裂前半径[m]、 : 表面張力[N/m]、 U_0 :液滴の初期速度[m/s]、Cc、 C_k :定数で ある。

式(1)において右辺第一項は対流項を表し、第二項は表面張力項を表す。また Cc、C_kはこれらの影響を調節する定数であり、理論と実験結果より決めることができる⁽²⁾。今回の計算では Cc = 0.15、C_k = 2.0 としている。

2.2.液滴の変形

式(1)、(2)より液滴はXが0m/sとなるとき最大変形と なる。この最大変形量は次の方程式を解くことによって解析 的に与えられる。

$$\overline{X} - \frac{1}{2A} \left\{ \left(\frac{2A^2}{B} U_0^2 - 1 \right) e \times p \left(-2A \overline{X} \right) + 1 \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\hbar c \hbar c U$$

$$A = C_{c} \frac{\rho_{L} r_{d}^{2}}{m}, \quad B = C_{k} \frac{\sigma}{\rho_{L} r_{d}^{3}}$$
(5)

ここで X :液滴の最大変形量[m]である。

このとき液滴は円盤状の形をしていると仮定され、この変 形前後の質量保存則は Fig.1 に示すように次のようになる。

$$\frac{4}{3}\pi\rho_{L}r_{d}^{3} = \pi\rho_{L}\left(r_{d} + \frac{\left|\overline{X}\right|}{2}\right)^{2}d_{disc}$$
(6)

ここでd_{disc}:円盤厚さ[m]である。



Fig.1 Mass conservation law between the parent droplet and the deformed droplet (disc)

2.3.液滴の分裂後直径

液滴は最大変形となる時にさらに小さな液滴と壁面に残 留する液膜とに分裂すると仮定される。このとき分裂直前の 液滴(円盤形状)と分裂後の液滴との間の質量保存則ならび にエネルギー保存則は Fig.2 に示すようにそれぞれ次のよ うになる。

$$\pi p_{L} r_{b}^{2} d_{disc} = \frac{4}{3} \pi p_{L} r_{2}^{3}$$
 (7)

$$\tau \sigma r_b^2 = 4 \pi \sigma r_2^2 \tag{8}$$

ここで r_b : 分裂直前の液滴(円盤形状)の半径[m]、 r_2 : 液滴 の分裂後半径[m]である。またこの分裂には円盤の片方の面 の表面エネルギーが関与していると仮定している。

式(7)、(8)より r_2 は次のように表される。

$$r_2 = 3 d_{disc}$$
(9)

よって式(6)、(9)より液滴の分裂後直径は最大変形量の 関数として次のようになる。

$$d_{2} = \frac{3 2 r_{d}^{3}}{4 r_{d}^{2} + 4 r_{d} |\overline{X}| + |\overline{X}|^{2}}$$
(10)

ここで d₂:液滴の分裂後直径[m]である。

1



Fig.2 Mass and energy conservation laws between the deformed droplet (disc) and the child droplet

2.4.液滴の壁面残留率、分裂率、分裂個数

先ほど液滴は最大変形となる時にさらに小さな液滴と壁 面に残留する液膜とに分裂すると述べたが、この分裂前後の 質量保存則ならびにエネルギー保存則は Fig. 3 に示すよう にそれぞれ次のようになる。

$$\frac{4}{3}\pi p_{\perp} r_{d}^{3} = \frac{4}{3}\pi p_{\perp} r_{1}^{3} + n \left(\frac{4}{3}\pi p_{\perp} r_{2}^{3}\right)$$
(11)
$$4\pi \sigma r_{d}^{2} + (1 - C_{dis})\frac{1}{2}m U_{0}^{2}$$

=
$$4 \pi \sigma r_1^2 + n \left(4 \pi \sigma r_2^2 \right)$$
 (12)

ここで r₁: 分裂後壁面に残留する液滴(液膜)の半径[m]、n: 分裂個数[-]、C_{dis}: 分裂前液滴の運動エネルギー散逸率[-] である。ただしこの C_{dis}には分裂後の液滴の運動エネルギー も含まれている。今回の計算では C_{dis} = 0.92としている。 式(11)、(12)より次の3次方程式が得られる。

$$X X^{3} - \frac{r_{2}}{r_{d}} X X^{2} + \frac{r_{2}}{r_{d}} \left\{ 1 + \frac{1}{6 \sigma} \rho_{L} r_{d} U_{0}^{2} (1 - C_{dis}) \right\} - 1 = 0$$
(13)

ただし

$$X X = \frac{r_1}{r_d}$$
(14)

よって液滴の壁面残留率と分裂率は式(13)を解くことで 得られる。

また液滴の分裂個数は式(11)より次のようになる。



Fig.3 Mass and energy conservation laws between the initial condition before impingement and the situation after breakup

3.計算結果

3.1.実験結果との比較

Table.1に液滴の分裂後直径に関して論文⁽¹⁾に記載されている実験結果と本計算モデルによる予測との比較を示す。 これによると本計算モデルは実験結果とよく一致していることが分かる。

3.2.分裂前直径、初期速度変化 次に液滴の分裂前直径 d_aを10[µm]から1500[µm]

Table.1 Comparison the predicted value with the experimental in terms of the child droplet diameter

d _d [µm]	$U_0[m/s]$	predicted[µm]	experimental[µm]
100	40	2.2	0.0~10
160	6.0	24	29
300	2.3	110	120





に、また初期速度U₀を1[m/s]から50[m/s]に変化させた 時の計算結果を示す。

Fig.4には液滴の分裂後直径を、またFig.5には壁面残留 率を、さらにFig.6には分裂後直径を分裂前直径で割ること で無次元化した図を、そしてFig.7には分裂個数をそれぞれ 等高線図によって示す。ただしここでは液滴として n-heptaneを想定している。

まず Fig.4 によると液滴は分裂前直径が小さく、また初期 速度が大きいほど微粒化が進んでいる。一方 Fig.5 によると 壁面残留率は分裂前直径が小さければ0%以上の領域が大 きくなっている。以上のことより液滴の微粒化と壁面への付 着は、分裂前直径の変化に対して相反する変化を示すことが 分かる。また液滴が同程度の大きさに微粒化しても液滴の分 裂前直径や初期速度によっては壁面残留率が高い場合や低 い場合が存在するので、要求される微粒化の程度や壁面残留 率に対して液滴の分裂前直径や初期速度の最適化を図るこ とができる。

さらに Fig.5 をみると液滴の分裂前直径が約400[µm] 以下、初期速度が約5[m]以下の部分に壁面残留率が0[%] となる領域が存在している。これは液滴の低 Weber 数におけ る bouncing 現象のために液滴が壁面に全く付着しないとい うことを示している。

次に Fig. 6、Fig. 7を見ると、液滴の微粒化の程度が大き くなる分裂前直径や初期速度の範囲と液滴の分裂個数が増 加する範囲がほぼ一致していることが分かる。

4.おわりに

今回は液滴の壁面衝突現象を Lagrange 式記述でモデル化 した計算モデルの特徴ならびにそれによる計算結果につい て報告した。本計算モデルは液滴の壁面衝突時の運動方程式 (1)に液滴の最大変形量を与える解析解、式(2)が存在す るので式(1)を直接解く必要がなく、そのため計算時間は短 くて済む。しかしこうした現象は液滴の性質だけではなく壁 面の性状、具体的には表面粗さや壁面温度なども関係してく る複雑な現象である。そこで今後はこうした壁面性状による 影響を考慮し、本計算モデルを改良していく予定である。

参考文献

(1)Naitoh, K., Takagi, Y., Kokita, H., and Kuwahara, K., "Numerical Prediction of Fuel Secondary Atomization Behavior in SI Engine based on the Oval-Parabola Trajectories(OPT) Model" SAEpaper 940526,1994, pp. 5-7.

(2)Naitoh, K., "Cyto-fluid Dynamic Theory" Japan J. of Indust. and Applied Mathematics, Vol.18, No.1,(2001) (印刷中)