VOF 法を用いたプール内の気泡振動解析

Numerical Simulation of Bubble Oscillations in a Water Pool using Volume of Fluid Method

寺坂晴夫, 東北大流体研, 〒980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail:Terasaka@ifs.tohoku.ac.jp 清水泉介, 東北大流体研, 〒980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1, E-mail:Shimizu@ifs.tohoku.ac.jp Haruo TERASAKA, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., 2-1-1 Katahira, Sendai 980-8577, Japan Sensuke SHIMIZU, Institute of Fluid Science, Tohoku Univ., 2-1-1 Katahira, Sendai 980-8577, Japan

A numerical study for bubble oscillation is carried out by using the volume of fluid (VOF) method. The bubble oscillation is occur when high pressure gas is injected into a water pool through a submerged pipe. The gas in the pipe is compressed during the water clearing, very early stage of gas injection, and decompressed after the clearing. This causes the bubble formed in the pool to oscillate. To apply the VOF method, the gas dynamics is modeled based on the ideal gas energy equation. The pressure histories of the gas, bottom of the pool and downstream of orifice settled upper part of the pipe are compared with the MIT experimental data. The good agreement is obtained from the study.

1.はじめに

配管を通じて高圧ガスを水中に吹き込む場合、ガスが配 管内に存在する水を排除する間に圧縮され、ついで水中で過 膨張するために、気泡が成長していく間に圧縮と収縮を繰り 返すいわゆる気泡振動現象が発生する。ガス流量が多くまた ガス圧力が高い場合、条件によってはかなり高いピーク圧力 が生じ、容器の構造健全性に影響を及ぼすこともある。この 圧力変化の支配因子には、高圧ガス圧力、ガス流量、ガス物 性値(特に比熱比),配管径、配管内のガス容積、配管内の 初期圧力、放出深さ(もしくは液位)、オリフィス抵抗など が考えられる。米国 MIT では、これらに対して4つの無次 元パラメータを抽出し、実験データの整理を試みている[1]。

一方、気泡振動現象による圧力変化や構造健全性の評価 を理論的に行うことは難しく、これまでは実験に頼る事が多 かった。しかし、最近では計算機性能の飛躍的向上により、 様々な現象を数値シミュレーションによって比較的精度よ く調べることが可能になってきた。

本研究では、気泡振動現象に対して自由液面流れの代表 的な計算手法である VOF(Volume Of Fluid)法の適用性を調べ るために、MIT 実験の解析を実施し、圧力変動値等の比較を 行った。

2. MIT プールスウェル実験の概要

気泡振動の圧力変化について、Anderson らは支配的因子 を容器内気相部の初期圧力、ガス密度、重力加速度、容器内 径、ガス比熱比、ガス流入流量、ガス温度として、次元解析 により次の4つの無次元数を抽出した。

$$\pi_{1} = \gamma$$

$$\pi_{2} = \frac{P_{W}}{\rho g D}$$

$$\pi_{3} = \frac{P_{H}}{P_{W}}$$

$$\pi_{4} = C_{m} \sqrt{\frac{RT_{H}}{g D}}$$

ここで、 ρ 、 γ 、R はそれぞれ気泡のガス密度、比熱比、ガ ス定数、 P_W は密閉容器気相部の初期圧力(配管内の初期圧 力も同じと仮定)、 P_H および T_H は高圧ガスの初期圧力およ び温度(ガス放出時も一定と仮定) Dは密閉容器内径、 C_m は次式で与えられる質量流量係数である。

$$C_m = \frac{G}{\rho_H \sqrt{\frac{2(P_H - P)}{\rho_H}}} \tag{1}$$

なお、ここで G は高圧ガスの質量流束、 ρ_H は高圧ガスの密度、P は気泡の圧力である。

これら 4 つの無次元数に加え、時間スケールを

$$t = t \sqrt{\frac{-P_{W}}{D}} = f\left(\pi_{1}, \pi_{2}, \pi_{3}, \pi_{4}, t^{*}\right)$$
 (2)

という関係で表されるものと考え、これを実験的に確かめようと試みている。

図1に彼らの実験装置の概略図を示す。

 P_W



Fig. 1 MIT experimental system[1]

高圧タンク(Drywell)には圧力 P_H 、エンタルピ hのガスが 蓄積されており、弁を開くことによりガスを配管 (Downcomer)を通じて密閉容器(Wetwell)に入れられた水の中 に注入し、この時の容器底面の圧力(図中 P1,P2) 容器天井 部(P3)および配管内(P4)の圧力変化を測定する。配管の 途中にはオリフィスが設けられており、これの抵抗を変える ことにより質量流量係数*C_m*を調整することができる。また、 その他の無次元パラメータを調整するために、容器内径*D* は4種類、ガスは3種類、液体は2種類使用している。

3. VOF 法による数値解析

(1)計算方法

VOF 法では液体領域のみを通常の非圧縮性流体の流れと して計算し、ガス領域の流れは計算しない。しかし本研究の 場合は、ガス領域の流れが液体領域の流れを誘起するため、 これをモデル化して扱う必要がある。また、MITの実験では、 配管の下部に水が存在し、高圧ガスはこの水を下方に排除す る間に圧縮を受け、これが気泡振動に起因する。そこで、ガ ス領域の圧力変化を圧縮性を考慮して求め、自由液面を介し て相互干渉するようにモデル化する。なお、このガスは理想 ガスとして扱う。

配管内のガスに対するエネルギ式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt}\left(\rho i V_{DW}\right) + P_{DW} \frac{dV_{DW}}{dt} = hGA \tag{3}$$

ここで、iは単位質量あたりの内部エネルギ、 P_{DW} 、 V_{DW} は 配管内ガス(気泡部も含む)の圧力および体積、Aは配管の 断面積である。一方、ガスの状態方程式より、内部エネルギ を $U(=\rho iV)$ とすると

$$PV = (\gamma - 1)U \tag{4}$$

であるから、これを(3)式に代入し PDW について整理すると

$$\frac{dP_{DW}}{dt} = -\frac{\gamma P_{DW}}{V_{DW}}\frac{dV_{DW}}{dt} + (\gamma - I)\frac{hGA}{V_{DW}}$$
(5)

を得る。これを VOF の計算に組み込んで計算する。なお、 ガス領域の体積変化は

$$\frac{1}{V_{DW}}\frac{dV_{DW}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{u} \tag{6}$$

で計算できる。また、容器内部の気相領域はポリトロープ変



Fig. 2 Velocity vectors and liquid configuration

化を仮定した。

以上のモデルを、汎用3次元流体解析コードα-FLOW[2] の自由液面モジュールにユーザサブルーチンの形でに組み 込み、2次元円筒座標系で計算した。この標準メッシュ数は、 r x z = 28x28 とした。

(2)基本ケースの計算結果

基本的なケースとして、上記無次元パラメータが、

 $\pi_1 = 1.4$ 、 $\pi_2 = 4.15$ 、 $\pi_3 = 3.0$ 、 $\pi_4 = 32.1$ の場合の結果を図 2、図 3 に示す。

図2は流速ベクトルと気泡の形状変化を示したものであ る。開放弁作動後約40msで配管内の水が排除され、大きな気 泡が形成されていく様子が計算されている。気泡は容器の形 状に拘束されて、約60ms以降は径方向にはあまり拡がらず 軸方向に縦長に成長していき、容器内の水をピストン状に上 に持ち上げていくことが分かる。



Fig.3 Pressure histories of P1,P3 and P4

次に、図3に示した圧力変化を見てみる。実験では、容器底 部の圧力 (P1)は、約 40ms 時点でピーク (約 27.pkPa)を形 成し、一度小さくバウンドしてから約 91ms でボトム(約 5.52kPa)をつけ、再び上昇している。これに対し、計算値も 同じ時刻にピーク(約 17.5kPa)となり、わずかに早いタイ ミング(約 84ms)でボトム(約 6.0kPa)をつけ、再び上昇 に転じている。このように、ピーク圧力を低く評価してはい るものの、定性的にはかなりよい一致が認められる。容器天 井部の圧力 (P3) は、実験では約 95ms、計算では約 111ms まで単調に上昇し、そこでそれぞれ 19.6kPa および 21,8kPa のピークをつけた後小さく振動する。一方、式(4)で計算され る配管内の圧力(P4)はP1 あるいはP3 よりもかなり早くピ ークに達する(実験では約 ms、計算では約 7ms)。これは、 配管内の下部に存在する水が栓の役目を果たし、上から流入 してくるガスを配管内に封じ込めるためである。この水は配 管内のガスによって押し出されていくため、それに伴い圧力 上昇は停止する。やがて約 40ms で水が配管内から完全に排 除されるとガスは急激に膨張しながら配管内を出て行き、そ こに大きな気泡を形成する。この時、気泡が過膨張するため、 圧力は約 83ms で一旦ボトムをつけた後再び上昇し、振動を し始める。

このように、VOF 法による計算結果は定性的にはかなり 良好な結果を与えることが分かる。

(3) π₄ の影響

パラメータ π_4 は、主に高圧ガスの流入エネルギの影響を 表すものである。一般に π_4 が大きくなるほど P1 等のピーク 圧は高くなる。ここでは、VOF 法による計算結果がこのパ ラメータの影響をどの程度再現できるかを調べた結果を示 す。

図4は、 π_4 をパラメータとして容器底部の圧力 P1 を示 したものである。 π_4 が小さくなるにつれてピークに到達す る時間が少しづつ遅くなり、またピーク圧およびボトム圧も 低くなることが分かる。これを π_4 について整理すると、図 5および図6のようになる。

図5でもあきらかなように、計算ではピーク圧力をかな り低く評価しているが、定性的な傾向はよく一致している。 この過小評価の理由は不明確であるが、MITのレポートで も指摘されているように、容器支持機構の剛性が低いため共 振していること、液中に小気泡が混入していたことなどもそ の原因と考えられる。

図6はボトム圧の変化を示しているが、こちらは実験デ ータのばらつきの範囲にあり、定量的に見ても良好な一致が 得られているといえる。

(4)水位の影響

MIT のレポートでは、4つの無次元パラメータで現象を よく表現できるとしている。しかし、気泡振動現象の本質的 なメカニズムは、配管内に最初から存在する液体とガスの振 る舞いが支配していると考えられるので、配管内に存在して いた液体とガスの体積、液体の慣性(L/A)、流動抵抗や水位 の影響も考慮しなくてはいけない。そこで、ここでは水位を 変えた場合の圧力変化について調べてみた。この結果を図7 に示す。

図から、水位が高くなるにつれてピークに到達する時間 が長くなり、またピーク圧はほぼ線形的に高くなる傾向が認 められる。これは、水位が高くなるにつれて配管内に占める 液の体積が増加し、それを排出するのに時間を要するように



なるため、その間流入するガス量も増えピーク圧が増加する ものと考えられる。なお、この図において水位を下げたケー スで圧力が急減しているところがあるが、これは気泡域と容 器上部の気相域とが合体し、圧力が正しく計算されなくなっ たことによる。



Fig.7 Submergence effects on P1

4.気泡振動周期の検討

液中に放出されたガスは、膨張収縮を繰り返しながら成 長していくため、その圧力変化は液中を伝播し、容器底部な どの圧力も周期的に変動する。簡単のため、無限媒質中の単 一気泡を考え、その圧力変動周期を求めてみると次のように なる。なお、気泡は球形状とし、まわりの液体は均質で非圧 縮非粘性と仮定する。

1次元運動量保存式と質量保存式は以下のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p}{\partial r}$$
(7)
$$r^2 u = R^2 \frac{dR}{dt}$$
(8)

ここで *R* は気泡の半径である。(8)式を(7)式に代入し、それ を *R* から∞まで積分し整理すると次式を得る。

$$R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho_l}\left(P_R - P_\infty\right) \tag{9}$$

なお、 P_R はr = Rのところの気泡圧力、 P_{∞} は気泡中心における静圧である。

ここで、気泡は微小振動するものとして

$$R = R_0(I + \lambda)$$

とし、(9)式に代入して2次以上の項を省略すると $\frac{d^{2}\lambda}{dt^{2}} + \frac{3\gamma P_{\infty}}{\rho_{l}R_{o}^{2}}\lambda = 0$ (11)

となるから、振動数は

$$f = \frac{I}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3\gamma P_{\infty}}{\rho_l}}$$
(12)

となる。なお、ここでは断熱変化($PV^{\gamma} = const.$)を仮定 した。MIT の実験に対しては、 $P_{\infty} \cong \rho_l gh + P_{DW}(\theta)$ である ので、標準ケースの振動数を計算して見ると、 $f \approx 9.9$ Hz となる。一方、MIT の実験では約 8.9Hz、VOF 法による結果 では約 10.0Hz となっており、比較的近い値となっている。 (12)式によれば、水位が高くなるほど振動数が大きくなるこ とになるが、図7で示した程度の水位変化ではほとんど差が 出ないため、その影響はあまり明確には現れていない。

5.計算メッシュの検討

これまでの検討は、rxz=28x28 という比較的粗いメッシュでの計算で行ってきたが、ここではメッシュ幅の影響を調べるために、さらに細かいメッシュを用いて計算を行ってみた。この結果を図8に示す。

メッシュ数が多くなるほど P1 の第1 ピークの値が高くな っており、またその到達時間もわずかに早くなっているのが 分かる。P3 についても同様で、メッシュ数が多くなるほど ピーク値が高くまたその到達時間もわずかに早くなる傾向 が認められる。いづれも実験結果に近づく方向であり、28x28 メッシュではメッシュ数が不足しており、84x84 メッシュで もまだ十分とはいえないことが分かる。しかし、28x28 メッ シュでも定性的傾向は捕らえており、今回のようなパラメー タサーベイには十分であると思われる。

6.まとめ

自由液面解析に広く用いられている VOF 法を用いて、高 圧ガスを液体中に噴出したときに生じる気泡振動現象の解 析を行った。MIT の実験との比較の結果、比較的小さなメッ シュ数で計算しても、気泡振動の基本的な特徴はよく捕らえ られることが分かった。

参考文献

[1] Anderson, W.G. et al., "Small scale modeling of hydrodynamic forces in pressure suppression systems," NUREG/CR-0003, (1978).

[2] 秋山・高橋監修、「α-FLOW による熱と流れのシミュレー ション」、朝倉書店(1992).



Fig. 8 Mesh size effects on P1 and P3

(10)