衝撃波と固体粒子層との干渉に関する数値シミュレーション

Numerical Simulation of Interaction between Shock Wave and Solid Particle Layer

○ 土井 克則, 名大院, 〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, Email: doi@aero4.nuae.nagoya-u.ac.jp
Men'shov Igor, 名大工, Email: menshov@aero4.nuae.nagoya-u.ac.jp
中村 佳朗, 名大工, Email: nakamura@aero4.nuae.nagoya-u.ac.jp
Katsunori DOI, Graduate School of Eng.,Nagoya Univ., Furo-cho,Chikusa-ku,Nagoya,464-8603,JAPAN
Igor S.MEN'SHOV, Dept. of Aerospace Eng.,Nagoya Univ.
Yoshiaki NAKAMURA, Dept. of Aerospace Eng.,Nagoya Univ.

When solid particles are laid on the wall in front of a shock wave propagating in a horizontal tube, it is known that the particles are lifted and dispersed into the flow by the shock. In this study, we treat this problem, where the mechanism of this phenomenon is examined by a numerical simulation using the two-fluid model. As a result, although it is confirmed that the particles are surely raised, the degree of rising is lower compared with experimental data.

1. 諸言

本研究の対象とする問題の概要図を図 1 に示す.

水平な管内を伝播する衝撃波の前方に，微小な固体粒子群が層状に置かれているとき，衝撃波が通過した後に粒子は上方へ舞い上がり分散する．このように舞い上がった粒子群は, 粒子雲と呼ばれる. Gerrard の実験[1]によると, この粒子雲の大きさ及び形状は, 粒子層の厚さや衝撃波の伝播速度には依存しない. また, 衝撃波通過から粒子雲形成までには遅れが存在し, その遅れは, 粒子の直径や密度, 粒子層の厚さや充填率, 衝撃波の伝播速度によって変化する.

この粒子が上昇する要因としては，境界層流れの速度勾配による Saffman 力や, 粒子の回転による Magnus 力, 粒子の壁面との衝突などが考えられるが，そのどれによるものであるかは明確にされていない．また，この現象を固気混相流として捉えた時，1) 衝撃波通過時に粒子周りの流れ場が大きく変化すること (非定常)，2) 衝撃波背後では流体と粒子の速度差や温度差が大きいこと (非平衡)，3) 粒子が層状に分布していること (高濃度) の３つの重要な問題が存在する．

本研究ではこの現象について，粒子が上昇する要因を数値解析によって明らかにする．数値解析では，粒子が上昇する要因として Saffman 力を考える．また粒子の分散に関しては，分散圧力という形でのモデリングを導入する．

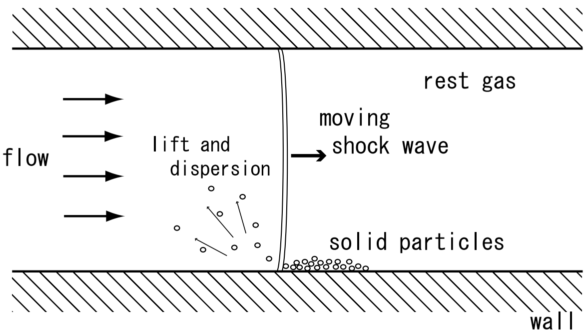

Fig. 1: Interaction between shock wave and solid particle layer

2. 計算モデル

2.1 支配方程式

本研究では, 粒子群を連続体とみなした２流体モデルを用いる. モデル化に際して, 各相について次のように仮定する.

- 気相
  - 粘性を有する圧縮性流体とする.
  - 理想気体とし, その状態方程式に従う.
- 粒子相
  - 相としての粘性は持たない.
  - 各粒子は剛体球とし, 密度及び比熱は一定である.
  - 各粒子の回転は考慮しない.

以上のことを考慮した, 各相の質量, 運動量,(内部) エネルギーについての方程式を以下に示す[2].

- 質量

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} + div(m_f \vec{v}_f) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial t} + div(m_p \vec{v}_p) = 0 \tag{2}$$

- 運動量

$$m_f \frac{D_f \vec{v}_f}{Dt} = -\alpha_f \vec{\nabla} p_f - \pi_i \vec{\nabla} \alpha_f + div\mathbf{T} + m_f \vec{g} - \vec{F}_i \tag{3}$$

$$m_p \frac{D_p \vec{v}_p}{Dt} = -\alpha_p \vec{\nabla} p_f - \pi_i \vec{\nabla} \alpha_p + m_p \vec{g} + \vec{F}_i \tag{4}$$

- エネルギー

$$m_f \frac{D_f e_f}{Dt} = \frac{\alpha_f p_f}{\rho_f} \frac{D_f \rho_f}{Dt} + \pi_i \frac{D_f \alpha_f}{Dt} + \vec{F}_i \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_p) - E_i \tag{5}$$

$$m_p \frac{D_p e_p}{Dt} = \pi_i \frac{D_p \alpha_p}{Dt} + E_i \tag{6}$$

ここで, 添字 f, p はそれぞれ気相, 粒子相を表す. α は体積比率であり,

$$\alpha_f + \alpha_p = 1 \tag{7}$$

を満たす. また,m は実質密度

$$m = \alpha \rho \tag{8}$$

Copyright © 2000 by JSCFD

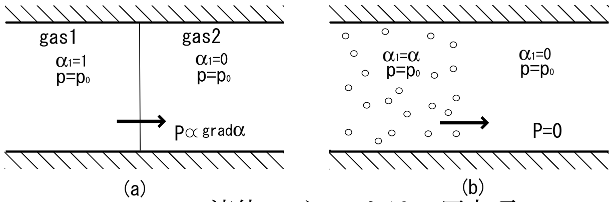

Fig. 2: 二流体モデルにおける圧力項

を表す. さらに, 微分演算子 D/Dt は,

$$\frac{D_f}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}_f\cdot\vec{\nabla} \qquad \frac{D_p}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}_p\cdot\vec{\nabla} \tag{9}$$

である.

このモデルでは, ニ相間の相互作用を分散圧力 π_i, 流体力 $\vec{F}_i$, 熱伝達量 E_i の三つで表し, これにより二相間の運動量, エネルギーの授受がなされる. このため, 各相の運動量, エネルギーの式は非保存型であるが, 各相の式の和は, 重力を除いて保存型になるように, つまり系全体としては保存系になるように, 考慮している.

2.2 相互作用のモデル化

上述のように, 本研究のモデルでは, 二相間の相互作用を, 分散圧力 π_i, 流体力 $\vec{F}_i$, 熱伝達量 E_i の三つで表す.

流体力 $\vec{F}_i$ は, 各々の粒子 (剛体球) に対して一様に, 基本流体力 $\vec{F}_o$ が働くと仮定したときの, 全体として作用する力を表す. すなわち,

$$\vec{F}_i=\frac{6}{\pi d^3}\alpha_p\vec{F}_o \tag{10}$$

となる.

本研究では, 基本流体力 $\vec{F}_o$ として, 定常力である抗力 $\vec{F}_D$ と Saffman 力 $\vec{F}_S$ のみを考える. すなわち,

$$\vec{F}_o=\vec{F}_D+\vec{F}_S \tag{11}$$

$$\vec{F}_D=\frac{1}{2}C_D\rho_f\left(\frac{\pi}{4}d^2\right)|\vec{v}_f-\vec{v}_p|(\vec{v}_f-\vec{v}_p) \tag{12}$$

$$\vec{F}_S=C_S\rho_f\left(\frac{d}{2}\right)^2|\vec{v}_f-\vec{v}_p|\sqrt{\nu\frac{\partial}{\partial n}[\vec{v}_f-\vec{v}_p]_s}\,\vec{n} \tag{13}$$

ここで,s,n はそれぞれ, 相対速度 $(\vec{v}_f-\vec{v}_p)$ の方向, それに垂直な方向の成分を表す. また $\vec{n}$ は,n 方向の単位ベクトルを表す.

熱伝達量 E_i は, 熱伝達による流体から各粒子への熱の移動を表したもので,

$$E_i=\frac{6}{d}\alpha_p h_t(T_f-T_p) \tag{14}$$

と表される.

以上の二つは, いずれも流体と単一粒子の間の相互作用を表している. したがって, この二つでは, 粒子が多数存在することによる相互作用の変化は考慮されていない. これを補正するのが分散圧力 π_i である. ただし, この分散圧力は流体力に比べて効果が小さいものと仮定している.

なお, 式 (12),(13)(14) における係数 C_D,C_S,h_t は, レイノルズ数の関数として, 実験から得られた結果を用いる.

2.3 分散圧力の決定

ここでは, 二流体モデルにおける圧力項を考える. まず, 図 2(a) のように, 異なる二種類の理想気体が存在する混相の場を考える. この場合, 相 1 の気体は相 2 の方に分散する. この二相の境界上で相 1 に対する力の釣合いを考えると, 圧力項 $\vec{P}$ は次式で表される.

$$\vec{P}=-\vec{\nabla}p_1=-\vec{\nabla}(\alpha_1 p)=-\alpha_1\vec{\nabla}p-p\vec{\nabla}\alpha_1 \tag{15}$$

ここで, p_1 は相 1 の分圧を表す. 上式を見ると, 右辺第一項が圧力勾配による影響, 第二項が濃度勾配による影響を表していることが分かる. すなわち, この第二項が分散を表している.

次に, 図 2(b) のように, 一方に粒子が存在する混相の場を考える. この場合, 濃度勾配によって粒子が分散することはない. すなわち, 圧力項 $\vec{P}$ は,

$$\vec{P}=-\alpha_1\vec{\nabla}p \tag{16}$$

と表され, 濃度勾配による影響は存在しない.

一般の分散現象は, このどちらでもなく, 両者の間をとった大きさになる. また, この大きさは,α や p だけでなく, 流体や粒子の種々の物理量や状態量にも依存するはずである. そこで, それらの関数である分散圧力 π_i を用いて, 圧力項 $\vec{P}$ を

$$\vec{P}=-\alpha\vec{\nabla}p-\pi_i\vec{\nabla}\alpha \tag{17}$$

と表す.

分散圧力 π_i は, 様々な因子によって値が左右されるが, この複雑な現象に対するモデルを, 力学から直接的に決定することは難しい. そこで, 本研究では, この値を簡単な固有値問題より決定する.

今, 一次元の場合を考える. このとき, 前述の支配方程式 (1)〜(6) は, 状態量ベクトル $\vec{z}$ を用いて, 次のように表される.

$$\frac{\partial\vec{z}}{\partial t}+\mathbf{A}(\vec{z})\cdot\frac{\partial\vec{z}}{\partial x}=\vec{f}(\vec{z}) \tag{18}$$

ここで,$\mathbf{A}(\vec{z})$, $\vec{f}(\vec{z})$ は, それぞれベクトル $\vec{z}$ を変数とする行列, およびベクトルである.

また, 行列 $\mathbf{A}$ の固有値を λ とするとき, その固有方程式は次のように求められる.

$$(\lambda-v_f)(\lambda-v_p)\left[\left\{\gamma_f(\lambda-v_f)^2-\frac{\alpha_f^*}{\rho_f}\right\}\left\{(\lambda-v_p)^2-\frac{\pi_i}{\rho_p}\right\}\right.$$
$$\left.-\frac{\alpha_p}{\rho_p}\left\{(\lambda-v_f)^2-\frac{\pi_i}{\rho_f}\right\}\right]=0 \tag{19}$$

ここで,

$$\gamma_f=\frac{\alpha_f^*}{\rho_f a_f^2} \qquad \alpha_f^*=\frac{\alpha_f}{1+\beta_f} \qquad \beta_f=\frac{\pi_i}{\rho_f^2}\frac{\partial\rho_f}{\partial h_f} \tag{20}$$

である.

このとき, 方程式 (18) が物理的に因果律を満たすためには, この方程式が数学的に Riemann 問題を満足するように, 言い換えれば, 方程式が放物型になるように有効圧力 π_i を決定する必要がある. このためには, 固有方程式 (19) における固有値 λ が全て実数であれば良い.

例えば,$\pi_i=0$ とすると, 固有値 λ は複素数を含む. このことは, 分散圧力を導入しなければ, 正しく物理現象を捉えられないことを意味する.

また,$\pi_i=p_f$ とすると, 固有値 λ は,

$$\lambda=v_f,\ v_p,\ v_f\pm a_f\ v_p\pm\sqrt{\frac{p_f}{\alpha_f\rho_p}} \tag{21}$$

Copyright © 2000 by JSCFD

であり, 全て実数となる.

ここでは, 固有値として, もう一つ (正確には重根として二つ)$\lambda = v_p$ を持つように有効圧力 π_i を決定する. これは, 混相流における特性波の一つであるボイド波の伝播速度が, 粒子相の速度に近い値であると仮定している.

このときの分散圧力 π_i を求めると, 次式が得られる.

$$\pi_i(\alpha_p, M_r, p_f) = \frac{\gamma\alpha_p M_r^2}{(\gamma\alpha_p - 1)M_r^2 + 1} p_f \tag{22}$$

ここで,

$$M_r = \frac{v_f - v_p}{a_f} \tag{23}$$

である. また,γ は気相の比熱比である.

この分散圧力モデルでは, 二相間に速度差が無ければ, 分散圧力は 0 になる. また, 速度差が大きいほど, あるいは粒子の濃度が高いほど, 有効圧力は大きくなるこのような性質から, このモデルは実際の物理現象に即したものであると考えられる.

3. 計算方法

支配方程式 (1)〜(6) は非保存形であるが, 実際には, 圧力項の一部を非粘性流束項から分離することによって保存形に変換し, それを有限体積法によって計算する.

時間積分については, ハイブリッド法を用い, それを LU-SGS 法によって解く. また, 流束の計算は, セル境界の状態量を両側のセル中心から 2 次精度で補間して求める. 特に非粘性流束については,Godunov 法を用いて計算する.

4. 計算条件

流体として空気を想定し, それに応じた物性値を与える. また, 粘性は Sutherland の式に従うものとする. 移動衝撃波のマッハ数は $M_S = 1.2$ とする.

粒子には, 直径 $2[\mu m]$, 密度 $2.36[g/cm^3]$ の石灰の粉を想定する. また, 粒子層の厚さは $2[mm]$, そこでの粒子の体積比率は $\alpha_p = 0.37$ とする. この比率は, 最密配列である菱面体配列の場合の 50

計算領域は横 30cm × 縦 10cm の二次元空間とし, 上下を壁面, 右端を自由境界とした. 左端については,Rankine-Hugoniot の式より求めた衝撃波背後の状態量を与え, この面から衝撃波が伝播するようにした. 衝撃波前方, すなわち計算領域内では, 初期値として標準状態の空気の状態量を与えている.

計算格子については, 横方向は等間隔に 300cells, 縦方向は粒子層付近で最小アスペクト比を 10^{-3} として 100cells, それぞれ配置する.

5. 計算結果

時刻 $t = 0.6[ms]$ における各特性量の分布を図 3 に示す. 粒子層前縁からの粒子の上昇はあるが, 衝撃波背後での粒子の上昇はほとんど見られない.

衝撃波背後での各特性量の分布を図 4 に示す. 上述のように, 粒子の上昇はほとんど見られない. 気体の圧力分布を見ると, 粒子層内で上から下へ押さえつけるように圧力勾配が存在している. これは, 粒子層内で衝撃波の伝播速度が遅くなるためであると考えられる. また, 気体の壁から垂直方向の速度成分を見ると, 粒子層表面では下向きの速度が存在している. これは, 粒子層表面での衝撃波の湾曲によるものであると考えられる. これらの垂直方向の圧力勾配あるいは気体の下向きの速度によって, 結果として, 粒子の Saffman 力による上昇の効果は打ち消されている. また, 粒子の体積比率を見ると, その値は下流側から上流側に向かって大きくなっている. これは, 粒子層内の気体の流れ及び前縁からの粒子層の圧縮によって, 下流側から上流側に向かって粒子が動いていることを意味する.

粒子層前縁の各状態量の分布を図 5 に示す. この粒子層前縁は, 初期に設定した位置より約 1cm 下流側へ動いている. この部分に存在していた粒子は, 既存の粒子層の上にせり上がると同時に, 下流側へ粒子層を圧縮する. また, その粒子の上方を流体が加速しながら通過している様子が分かる. この結果は設定した粒子が重いためであり, 粒子の密度によってこの前縁部分の様相は大きく異なることが予想される.

6. 流体力の評価

上述の結果では, 粒子の上昇はほとんど見られなかった. この原因の一つとして,Saffman 力が粒子を上昇させるほど大きい力ではないことが考えられる. そこで, 本節では単一粒子に対する Saffman 力の大きさを簡単な数値計算で確認する.

6.1 計算方法

前節で述べた計算方法を用いて, 粒子層を除いた形で, 同様の条件で計算を行う. すなわち, 気相のみでの衝撃波流れの流れ場を求める. この結果を波面座標系に変換し, それを定常的に与える. そして, その前方に 1 つの粒子を置き, その運動を計算する.

粒子は運動方程式

$$\left(\frac{\pi}{6}d^3\right)\rho_p\frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_o \tag{24}$$

に従うものとし, これを陽的に解く.

6.2 計算結果

粒子の運動の軌跡を,Gerrard[1]による粒子雲の測定結果と共に, 図 6 に示す. その形状は異なるものの, 粒子の上昇量そのものは近い値をとる. すなわち,Saffman 力は充分に粒子を上昇させるだけの大きさを持つ.

しかしながら, 衝撃波直後から粒子が上昇するまでの距離, いわゆる遅れは実験結果に比べてかなり大きい. この遅れは, 粒子の持つ大きな慣性によるもの, つまり加速に要する時間を表すが,Saffman 力では短時間で粒子を加速させることができない.

従って, 粒子の上昇量のみであれば Saffman 力で充分に達成されるが, 実験結果のような粒子雲を形成するためには, これ以外のインパルス的な作用が必要であると考えられる.

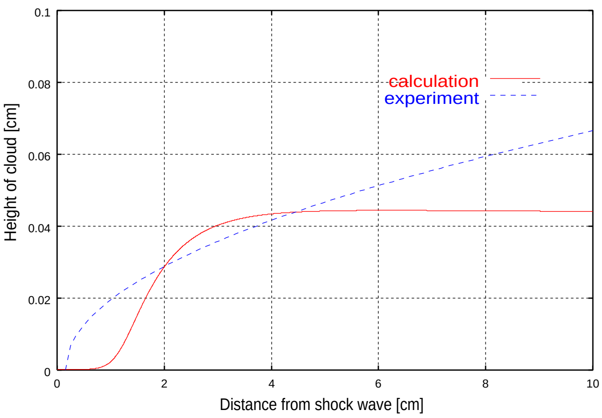

Fig. 6: Particle path

7. 結論

2 流体モデルを用いて計算した結果, 衝撃波背後の粒子の上昇はほとんど見られなかった. また, 単一粒子に対する計算結果では, 粒子の上昇は見られたが, 粒子雲の形状や遅れは大きく異なった.

つまり, この現象を支配する因子として, 今回考慮した Saffman 力以外のものが存在することが分かる. 他の因子として考えられるものとしては, 粒子間および壁面との衝突や, 乱流の影響などが挙げられる. これらを考慮するためには, 分散圧力のような抽象的なモデルではなく, より具体的で明確なモデルが必要である. 今後はこのような影響を考慮したモデルによる解析を行う予定である.

参考文献

1. J.H.Gerrard, “An experimental investigation of the initial stages of the dispersion of dust by shock wave,” Brit.J.Appl.Phys.,vol.14,1963,pp.186-192.

Copyright © 2000 by JSCFD

2. I.S.Men'shov, "Development of a numerical algorithm for multiphase flow calculation by using nested-type locally adaptive grids," KIAM Research Report 73049260,1998.

3. R.Maxey and J.Riley, "Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow," Phy.Fluids 26(4),April 1983,pp.883-889.

4. P.G.Saffman, "The lift on a small sphere in a slow shear flow," J.Fluid Mech.,vol.22,part2,1965,pp.385-400.

5. R.Saurel and R.Abgrall, "A multiphase Godunov's method for compressible multifluid and multiphase flows," J.Computational Physics,vol.159,pp.425-467.

6. I.S.Men'shov and Y.Nakamura, "On implicit Godunov's method with exactly linearized numerical flux," Computers and Fluids,vol.29,part6,2000,pp.595-616.

Copyright © 2000 by JSCFD

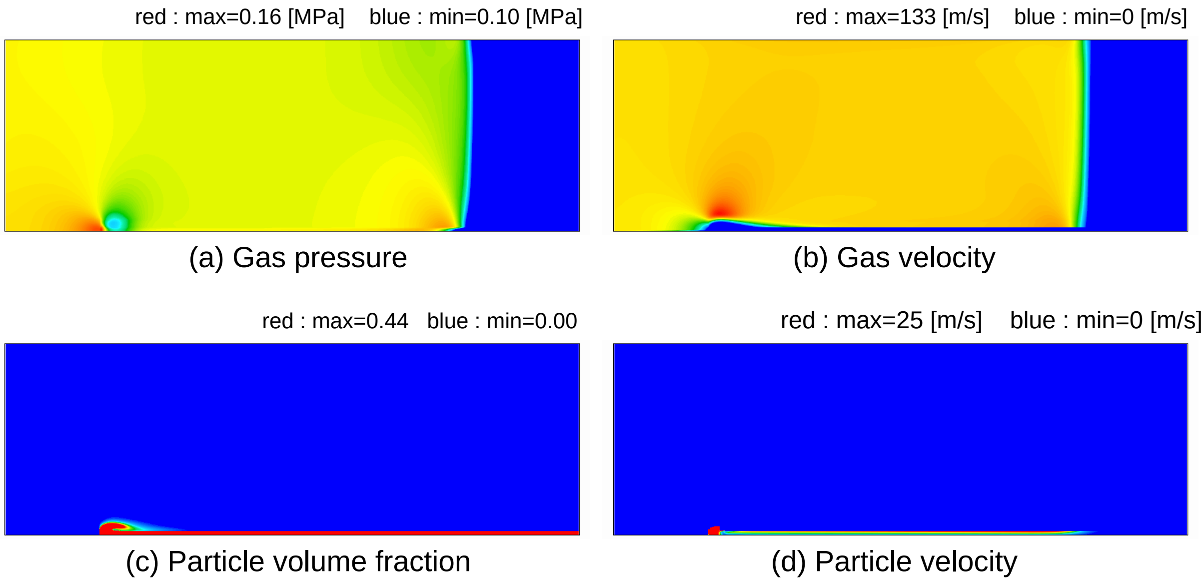

Fig. 3: Distributions of properties

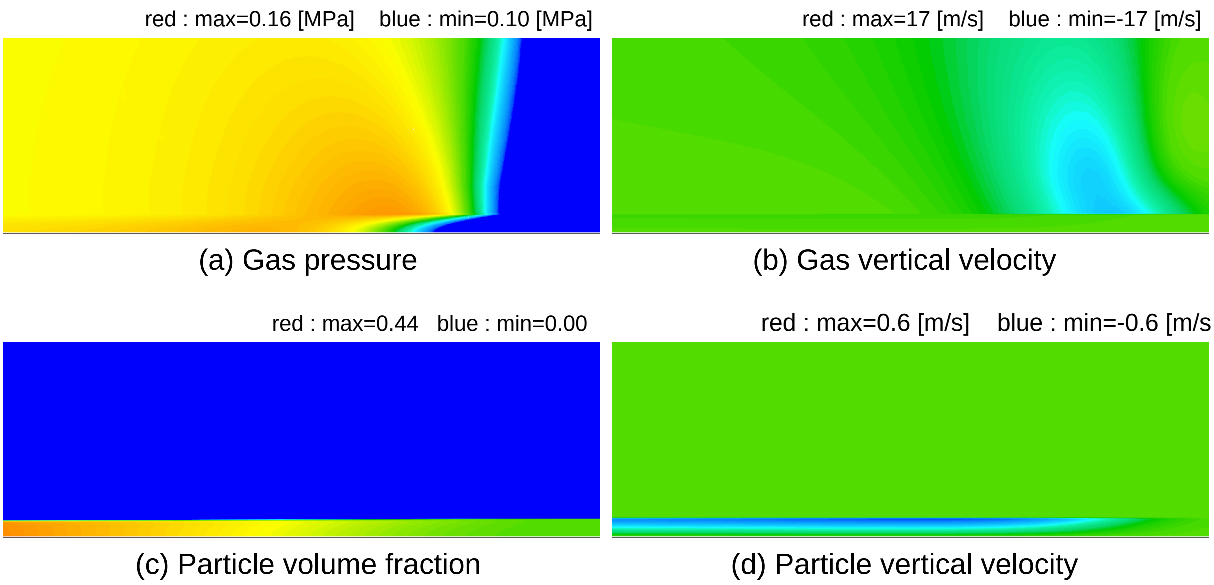

Fig. 4: Distributions of properties just after shock wave

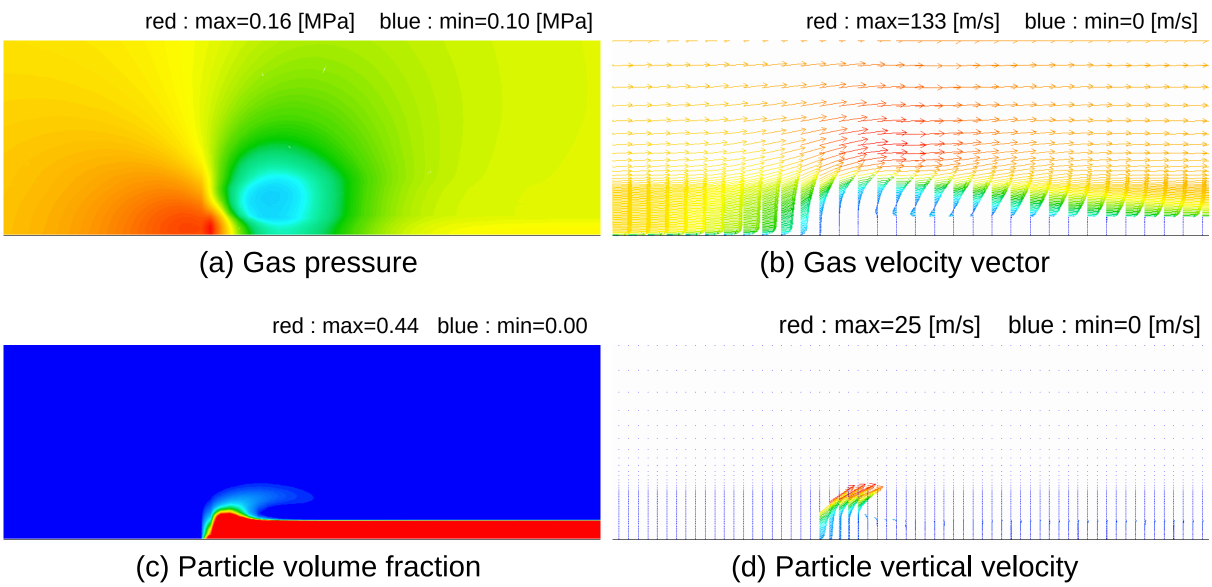

Fig. 5: Distributions of properties near the leading edge of particle layer

Copyright © 2000 by JSCFD