

渦法における渦要素導入法に関する研究

A Deterministic Method of Introduction of Vortex Element in Vortex Method

竹崎大輔, 名大院, 名古屋市千種区不老町1, E-mail: h004119m@mbox.media.nagoya-u.ac.jp

長谷川豊, 名大院, 名古屋市千種区不老町1, E-mail: hasegawa@mech.nagoya-u.ac.jp

今村 博, 横国大院, 横浜市保土ヶ谷区常盤台79-5, E-mail: ima@post.me.ynu.ac.jp

菊山功嗣, 名大院, 名古屋市千種区不老町1, E-mail: kikuyama@mech.nagoya-u.ac.jp

Daisuke TAKEZAKI Graduate School of Nagoya University, Furocho, Chikusa-ku, Nagoya

Yutaka HASEGAWA Graduate School of Nagoya University, Furocho, Chikusa-ku, Nagoya

Hiroshi IMAMURA Graduate School of Yokohama National University, Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama

Kouji KIKUYAMA Graduate School of Nagoya University, Furocho, Chikusa-ku, Nagoya

Vortex method has been developed as an engineering tool for simulations of viscous incompressible flow. However, some improvements especially for the way of introduction of vortex element created on the wall are required for accurate simulation. In this paper, a method for introducing vortices on the body surface is proposed from analogy of physical basis. The method is applied to flows around a two dimensional cylinder impulsively started and the results are discussed.

1. はじめに

渦法は流れの物理に基づいた簡潔なアルゴリズムから成り立ち, 流れ場の格子生成を必要としない, 渦度の集中した領域に応じて追跡可能であるラグランジュ的性質等の特徴を持ち, 近年三次元非定常流れ解析法として工学的応用も進められている⁽¹⁾.

渦法による流れ解析においては, すべりなし境界条件と粘性効果に対する処理が重要となる. 物体周り流れに渦法を適用する場合の渦生成モデルにおいては, すべりなし境界条件を満足するように離散渦要素は物体表面において生成され, 物体表面に垂直なある距離に粘性拡散させる方法が従来から多く用いられている.

物体表面からの粘性拡散の方法としては, random-walk 法⁽²⁾, 境界層排除厚さの位置に循環を分布させる方法⁽³⁾, Rayleigh の排除厚さに置く方法⁽⁴⁾, 平板境界層で用いられる前縁からの距離に対応した排除厚さを基にした方法⁽⁵⁾および粘性拡散速度を用いた方法⁽⁶⁾等が挙げられる.

流れ場中に放出される各渦要素は異なる渦強さを持ち, 各強さに対応した位置に粘性拡散されるはずである. このため解析精度を向上するには, 各渦強さ, 物体の形状およびレイノルズ数の違いを考慮した渦要素導入法を用いる必要がある.

本研究では, 境界層速度分布のアナロジーから, 渦要素導入位置として境界層内の直線速度分布を仮定した高さを時間進行と共に計算する方法を提案し, 二次元の突然出発する円柱周りの流れに適用しその結果を報告する.

2. 数値計算法および計算条件

流れを非粘性非圧縮流れ場とし, 連続の式とNS式の回転を取り得られる渦度方程式に基づき, 渦度に関する積分方程式を一般にパネル法により解くのが渦法である⁽¹⁾. ここでは二次元流を扱う.

2.1 渦要素導入モデル 物体表面を N 枚のパネルに分割し, パネル上に渦要素を分布させる. 境界条件を満足する点を各パネル中心点(選点)に置き, 選点における法線方向速度0の境界条件(突き抜けなし条件)を適用する. また, Kelvinの定理を用いることにより各パネルの渦の強さを決定する.

境界条件として流れの突き抜けなし条件のみを適用した場合, すべり速度 u_s が物体表面に生じる. 本研究では各時刻に生成される渦要素は, 図1に示すように直線速度分布が及

ぶ高さ δ_s にまで粘性拡散するものと仮定する. 境界層内の壁面近傍における直線速度分布が仮定できる範囲(粘性底層厚さに相当)では,

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \approx -\frac{du}{dy} = \text{const} = \omega_{\text{wall}} \quad (1)$$

が成り立つ. ここで ω_{wall} は壁面における渦度である. 直線速度分布が及ぶ高さを δ_s , その高さにおける速度を u_s とすると, 次式が成り立つ.

$$|u_s| = \left| \int_0^{\delta_s} \frac{du}{dy} dy \right| = \left| \int_0^{\delta_s} (-\omega_{\text{wall}}) dy \right| = |\omega_{\text{wall}} \delta_s| \quad (2)$$

また, 物体表面に沿う微小長さを ds とし δ_s 層内に検査体積を取ると渦要素の強さ d は,

$$d\Gamma = -\gamma ds \quad (3)$$

である. すべり速度 u_s と表面渦強さ γ は等価, すなわち $u_s = \gamma$ と考えられるから, 渦要素導入高さは, 式(2)により,

$$\delta_s = \left| \frac{\gamma}{\omega_{\text{wall}}} \right| \quad (4)$$

と置ける. Yang ら⁽⁶⁾は, 次式で表されるすべり速度と外向き法線方向 n の渦度フラックスとの関係式,

$$\frac{u_s}{dt} = -v \frac{\partial \omega}{\partial n} \quad (5)$$

を用いて, 時間間隔 dt の間に物体表面からの渦要素の移動距離 (x_d, y_d) を絶対座標系におけるすべり速度 (u_{s1}, u_{s2}) から導いている. ここで ν は動粘度である.

$$x_d = u_d dt = \frac{u_{s1}}{\omega}, \quad y_d = v_d dt = -\frac{u_{s2}}{\omega} \quad (6)$$

以上に示したように, 式(4)は式(6)による移動距離と等しく, 同様の形となる. すなわち, 物体表面近くの粘性底層が及ぶ高さ δ_s と渦フラックスとが関連付けられる.

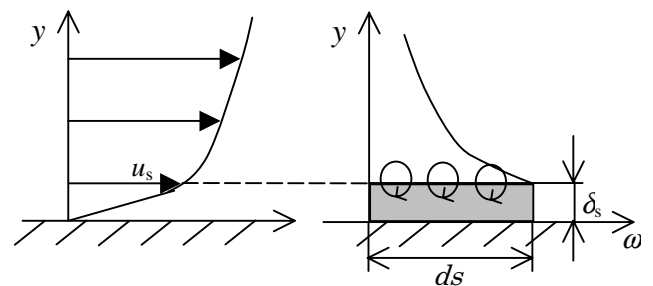


Fig.1 Velocity and vorticity profile near the wall

渦要素導入高さ s は、時間進行の各時刻において表面のすべり速度を計算し、式(4)により求める。式(4)中の壁面渦度 ω_{wall} は次式の Gauss 分布の渦芯をもつ渦塊の重ね合わせにより求める。

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi \varepsilon^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right) \quad (7)$$

ここで、 r は渦芯半径、 r は渦芯からの距離である。本計算では、計算の第一ステップにおいては s を Rayleigh の排除厚さ ($=1.136\sqrt{\nu t}$) とし、第二ステップ以降は式(3)で求められる s に渦要素を導入した。また、渦要素が距離 r の位置に及ぼす誘導速度 u は、循環量 Γ を持つ無限に長い直線渦系の粘性拡散に関する NS 方程式の厳密解である次式で表される。

$$u_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right) \right\} \quad (8)$$

$r = s$ の位置に導入される渦要素の初期渦芯半径 ε_0 は、壁面渦シートを置く前の接線方向速度を u_0 とすると、選点において $u + u_0 = 0$ を満たすように定める。すなわち、式(8)より、

$$\varepsilon_0 = \frac{\delta_s}{\left\{ -\ln\left(1 - \frac{2\pi u_0 \delta_s}{d\Gamma}\right) \right\}} \quad (9)$$

となる。ただし、式(9)が成り立つには、

$$0 < \delta_s < \frac{d\Gamma}{2\pi u_0} \quad (10)$$

の条件が必要である。

流れ場に導入された渦要素は、仮想的に設けた層内(仮想境界層厚さ $h=1/\sqrt{Re}$)では渦要素は物体表面に平行な渦シートとして表し、仮想境界層外の渦要素については渦塊で表した。また、渦芯半径 ε の粘性拡散は次式で与えられる core-spreading 法⁽⁷⁾を用いた。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{a^2 \nu}{2\varepsilon}, \quad \text{ただし、} a=2.242 \quad (11)$$

ここで、 a は無限長の渦系に関する NS 方程式の厳密解より得られる定数である。

渦要素の移動には二次精度の Adamth-Bashforth 法を用いた。表面近くの渦要素が内向きの移流速度を持つ場合は、パネルと平行な速度成分で移動させることにより、渦要素が物体内へ進入することを避けた。

2.2 計算条件 本研究で提案した渦要素導入法を検証するために、急発進する円柱周り流れ解析を行った。パネル枚数は $N=40$ 、時間刻みは $dt=0.05$ 、円柱直径および一様流速度を代表とした場合のレイノルズ数を $Re=1000$ とした。

3. 結果および考察

図1に無次元時間 $T=2.5$ までの渦要素導入高さ s の周方向分布をより $y^+ = \delta_s \frac{u_\tau}{\nu} = \delta_s \sqrt{\frac{|\omega_{wall}|}{\nu}}$ によって示した。

$=180^\circ$ が前方よどみ点となる。図1の結果より、 s は直線速度分布が仮定できる範囲であることが確かめられる。

図2は選点におけるすべり速度の (a) 渦要素導入前(突き抜けなし条件を満たし壁面に渦がある状態)と (b) 渦要素導入後(壁面の渦を消去した状態)の分布である。渦要素導入前では、選点において s に対応したすべり速度が生じているが、円柱壁面から s の高さに渦要素を導入した後は、円柱の剥離点より前方 ($105^\circ < \theta < 255^\circ$) の範囲ですべり速度はほぼ0となっている。剥離点付近より後方側では、大きなすべりを生じており、これは剥離点付近の導入された渦要素とうち消すべき速度 (u_0) が異符号となっ

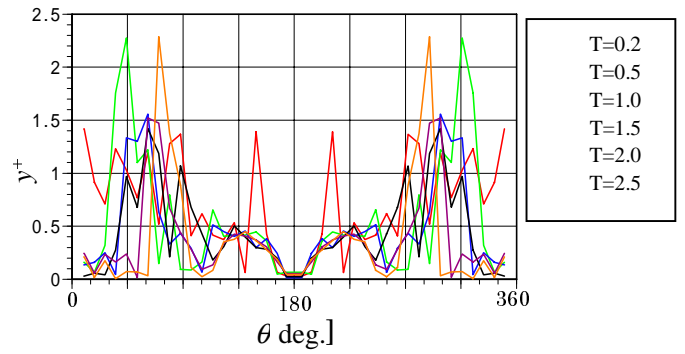
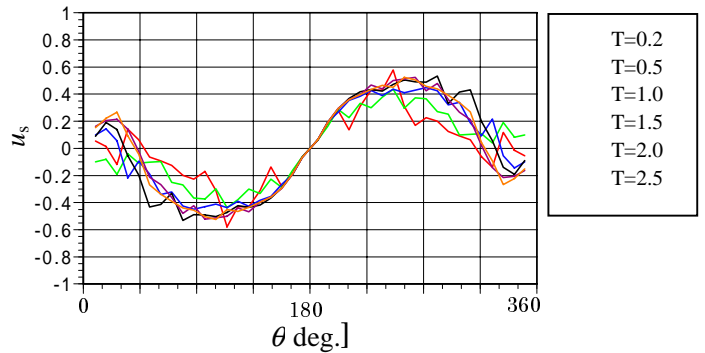
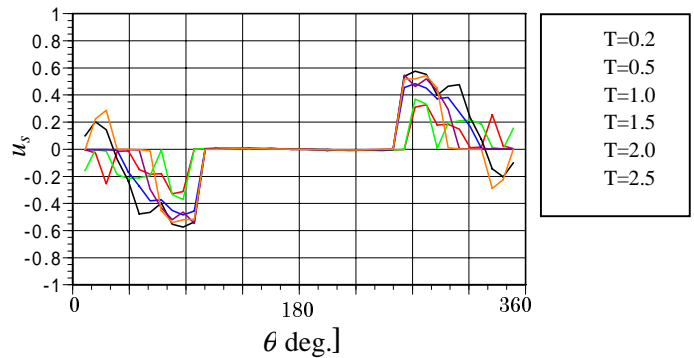


Fig.1 Time variation of y^+



(a) Before introduction of vortex element



(b) After introduction of vortex element at s

Fig. 2 Slip velocity on the surface of the body

ているためである。

4. おわりに

要素導入位置として境界層内の直線速度分布を仮定した高さを時間進行と共に計算する方法を提案した。今後は、境界条件を完全に満足する計算法として、湧き出しと循環を壁面近傍に導入するモデルを検討する。

参考文献

- (1) 亀本, ターボ機械, 27-4, 1999, pp.206-214.
- (2) Chorin, A.J., J.F.M., vol.57, part4, 1973, pp.785-796.
- (3) 高, 亀本, 機論 B, 59-561, 1938, pp. 1632-1639.
- (4) 大上, 赤松, 機論 B, 54-505, 1988, pp. 2283-2290.
- (5) Zhu, B., et.al, Comp. Fluid Dynamics J., 7-3, 1998, pp.313-323.
- (6) Yang, R.J., et.al, Proc. of the 3rd ASME-JSME Joint Fluid Eng. Conf., 1999, FEDSM99-6817.
- (7) 坂田, 他 2 名, 機論 B, 49-440, 1983, pp. 801-808.