

高迎角軸対称物体まわりの三次元流れの数値解析

Simulation of Incompressible 3-D Flow over Paraboloidal-nose Body at High Incidence

- 西川 進栄 (千葉大工学部, 千葉市稲毛区弥生 1-33, E-mail: nisikawa@meneth.tm.chiba-u.ac.jp)
清水 隆 (千葉大院)
三神 史彦 (千葉大工)

Nobuhide Nishikawa (Chiba University)
Takashi Shimizu (Graduate School of Sci. and Tech. Chiba Univ.)
Fumihiko Mikami (Chiba University)

Three dimensional separated flow over axisymmetric paraboloid is numerically studied. The flow over paraboloidal-nose cylinder at high incidence up to 50 deg is considered for the Reynolds number lower than 11600 with Dual time stepping technique. The present authors have modified a INS3D code with a pseudo-compressibility method and the results are compared with the experiment.

1. はじめに

航空機やロケットなどの基本的に円形に近い断面を有する細長物体は、大迎角であると物体に特異な流れの現象が生じ、非対称な力が働く⁽¹⁾ことがある。しかしながら、その詳細はいまだ明らかになっておらず、この流れの構造の解明は工学的重要な課題となっている。また、このように複雑な流れの詳細を知るには実験では難しく、数値解析^{(2),(3),(4),(5)}が有効な手段になると思われる。そこで、本研究ではレイノルズ数が数千以上の、一様流中に置かれた迎角を持つ軸対称放物体まわりの三次元流れの数値解析を行い、流れ場の詳細な構造および迎角の変化による流れの変化の様子をしらべることを目的とする。

2. 基礎方程式および数値解析法

2.1 基礎方程式 基礎方程式として、連続の式、非定常非圧縮 Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta V \quad (2)$$

ここで、 $V = (u, v, w)$ は速度ベクトル、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数である。上式を曲線座標系の保存系表示にすると以下ようになる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

ここで、各要素は以下ようになる。

$$Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} U \\ Uu + \xi_x p \\ Uv + \xi_y p \\ Uw + \xi_z p \end{bmatrix}$$

$$F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} V \\ Vu + \eta_x p \\ Vv + \eta_y p \\ Vw + \eta_z p \end{bmatrix} \quad G = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} W \\ Wu + \zeta_x p \\ Wv + \zeta_y p \\ Ww + \zeta_z p \end{bmatrix}$$

$$E_v, F_v, G_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ g^{n1} u_\xi + g^{n2} u_\eta + g^{n3} u_\zeta \\ g^{n1} v_\xi + g^{n2} v_\eta + g^{n3} v_\zeta \\ g^{n1} w_\xi + g^{n2} w_\eta + g^{n3} w_\zeta \end{bmatrix}$$

($n = 1, 2, 3$)

また、ここでの U, V, W は変数変換後の反変成分である。
2.2 擬似圧縮性 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を数値的に解く場合、圧力の決め方が重要になる。これは圧縮性の場合では、すべての未知変数が時間発展形になっており、条件を与えれば順次解が求まっていくが、非圧縮性の場合、速度は時間発展形になっているが、圧力は時間発展形になっていないためである。そこで本研究では、擬似的な圧縮性⁽²⁾を導入して、すべての未知変数を時間発展的に求める。具体的には、連続の式に擬似圧縮項を以下のように付加する。

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot V = 0 \quad (4)$$

ここで β は擬似圧縮率である。本研究では非定常解を求めるため、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式に式 4 から求めた擬似圧縮項を含む項を擬似時間微分項として以下のように付加する。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \zeta} + \frac{\partial H}{\partial \tau} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\partial H / \partial \tau$ は擬似時間微分項で、 $H = \frac{1}{J}(p, u, v, w)$ である。

2.3 Beam and Warming 法 計算スキームは Beam and Warming 法⁽⁶⁾を使用する。これは多次元 Navier-Stokes 方程式に対する有力な方法として広く用いられてきた。特徴は、運動方程式の左辺を因子分解することにより計算を容易にする交互方向解法 (ADI 法) にある。

式 5 の擬似時間微分に対して台形法を適用すると以下のようになる。

$$H^{n+1} = H^n + \frac{\Delta \tau}{2} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial \tau} \right)^n + \left(\frac{\partial H}{\partial \tau} \right)^{n+1} \right] \quad (6)$$

ここで、 n は擬似時間 Step である。式 6 を H^{n+1} について解くために線形化を行い、Taylor 展開を行う。

$$E^{n+1} = E^n + A^n (H^{n+1} - H^n) \quad A^n = \partial E^n / \partial H^n$$

$$Q^{n+1} = Q^n + D^n (H^{n+1} - H^n) \quad D^n = \partial Q^n / \partial H^n \quad (7)$$

with $B^n = \partial F^n / \partial H^n \quad C^n = \partial G^n / \partial H^n$

式 5 に式 6 を代入し、式 7 を用いると以下ようになる。

$$H^{n+1} + \frac{\Delta \tau}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} E^{*n+1} + \frac{\partial}{\partial \eta} F^{*n+1} + \frac{\partial}{\partial \zeta} G^{*n+1} + \frac{Q^{n+1} - Q^n}{\Delta t} \right]$$

$$= H^n - \frac{\Delta \tau}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} E^{*n} + \frac{\partial}{\partial \eta} F^{*n} + \frac{\partial}{\partial \zeta} G^{*n} + \frac{Q^n - Q^m}{\Delta t} \right] \quad (8)$$

ここで $E^* = E - E_v$ であり F^*, G^* も同様に各方向のフラックス成分である。ここで、 m は物理時間 Step である。また、Chang の方法⁽²⁾より、流出境界の速度、圧力を全域的保存が成立するよう決める。

式8を整理して左辺を $\Delta H^{n+1} = H^{n+1} - H^n$ の形にして、陰的近似因子化法を用いて左辺を以下のように近似し、さらに ADI 法を適用する。

$$L_{\xi} L_{\eta} L_{\zeta} \Delta H^{n+1} = RHS \quad (9)$$

2.4 差分法 空間微分項には二次精度の中心差分を用いる。また、一般に Navier-Stokes 方程式を解く場合、速度及び圧力の一階微分項による解の振動が問題になる。そこで、本研究では最高次四次の数値拡散項を付加して振動を除去した。

2.5 計算格子 計算格子は、Fig.1に示すように、二次元格子を子午角 $\theta = \text{円周方向に回転させること}$ で作成される三次元格子を使用する。格子の主なパラメータは以下のようになる。放物体後端直径(代表長さ): $D = 1$ 、外部境界半径: $r = 15D$ 、法線方向(ξ 方向)格子数: $j_{max} = 70 \text{ or } 116$ 、長手方向(η 方向)格子数: $l_{max} = 70$ 、円周方向(ζ 方向)格子数: $k_{max} = 72$ 、 $j_{max} = 70$ の場合、法線方向最小格子幅: $0.0010541D$ となり境界層には10本の格子線を入れた。

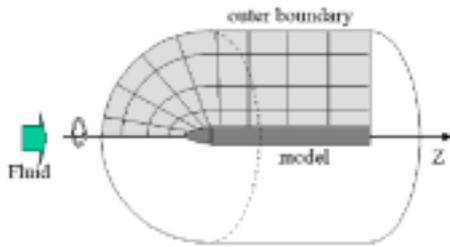


Fig. 1. Generate three dimensional grid

2.6 境界条件 境界条件は以下のようにした。

- (1) 物体表面条件
速度は粘着条件を与える。 $(u, v, w) = 0$ とする。圧力は、一格子外側の値を0次外挿($\partial p / \partial \xi = 0$)する。
- (2) 流入境界
速度は迎角0の一様流条件を与え $(u, v, w) = (0, 0, 1)$ とする。圧力も一様流を与え $p = 1$ とする。
- (3) 流出境界
速度、圧力ともに一格子外側の値を0次外挿する。
- (4) 物体前縁境界及び円周方向境界
物体前縁対称線の隣接格子は、対称線をまたいで重ね合わせる。また、円周方向は周期条件を与える。

2.7 計算条件 与える迎角は $\alpha = 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ とする。計算するレイノルズ数は本研究室での実験を参考に、放物体後端直径を代表長さとして、 $Re = 7500, \alpha = 40^\circ$ では $Re = 30000, 63000$ とする。また初期条件として、ポテンシャル流れを用いる。迎角ゼロで得られた定常解を初期状態としてゆっくりと迎角を与えていくまた、計算の高速化を行うため、コンパイルオプションを用いて、要素並列化と擬似ベクトル化を行った。さらに擬似ベクトル化などを支援するため、プログラムに変更を加えた。

3. 結果及び考察

まず、Fig.2に $\alpha = 40^\circ$ で、渦が顕著に見られる断面 ($X/L = 0.79$) の物体上部の可視化実験の画像を示す。ここで、 X/L は物体の放物部分の全長 $L = 14\text{cm}$ を代表長さとした値である。つぎに、計算より求めた同じ断面のベクトル線図を Fig.3に示す。物体上部の背後対称線付近に実験と同様に2つの対称な主渦が見られる。また、主渦近傍にわずかながら一次渦の存在が確認できる。しかし、二次渦以降の渦は確認できない。つぎに、この断面の圧力係数分布図を Fig.4に示す。図より、 $\theta = 110^\circ$ 付近で



Fig. 2. Visualization Experiment, $\alpha = 40^\circ$

剥離していると思われる。Fig.5, Fig.6, Fig.7に等圧線の時間変化を示す。迎角が $\alpha = 50^\circ$ になって後、 $t = 5.5$ は主渦は小さく、一次渦もわずかに一次剥離点の背後に見つけられる程度であるがそれぞれ時間経過ともに大きくなっていく。 $t = 9.5$ から一次渦がはっきり見られ初める。また、 $t = 9.5$ から主渦の発生による圧力係数の低下が生じる事が、省略した各時間での Fig.4に相当する図で確認されている。次に $Re=7500$ で迎角がそれぞれ $\alpha = 30, 40^\circ$ での“限界流線ベクトル”を Fig.8, Fig.9に示す。ここでの横軸の-1.84が $X/L=0.0$ (図中: Nose End) が $X/L=1$ に対応している。迎角が大きいと周方向速度の逆転ラインで囲まれる剥離領域でもベクトルが軸方向と大きな交差角を持ち、剥離域前縁が物体先端に近づく。

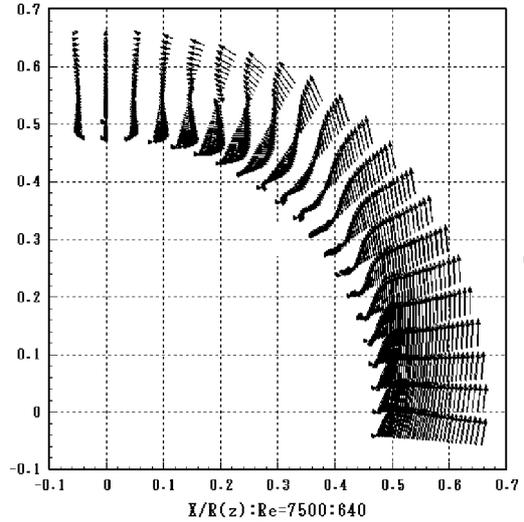


Fig. 3. Velocity field: Crosssection

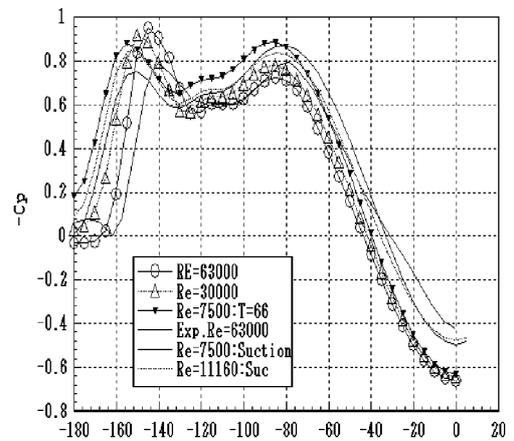


Fig. 4. Pressure coefficient, $Z/L=0.78$

Fig.8, Fig.9より物体後端方向に進むにつれて、剥離

領域が広がっていき、圧力係数の図と対比すると渦の発生による圧力係数の低下が拡大していくことがわかる。またこれらから周方向速度の逆転位置として得られた物体の剥離線を Fig.10 に示し油膜による可視化結果と比較する。物体前方では、頂点近くにあった剥離点が、物体後

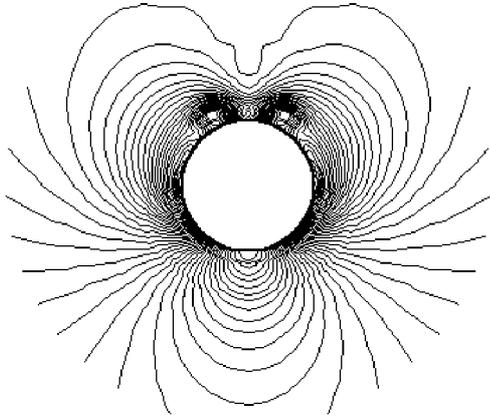


Fig. 5. Isobars:t=5.5

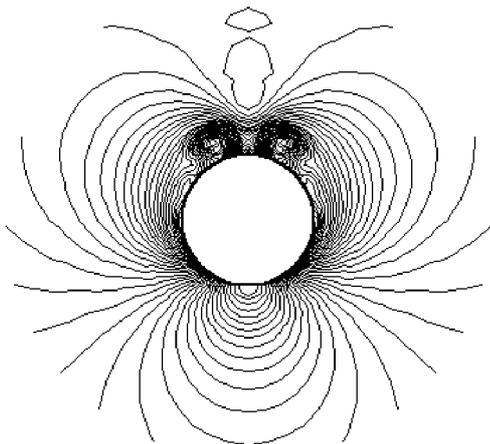


Fig. 6. Isobars:t=9.5

方に向かうにしたがって、物体下部に下がっていく様子が見える。また、 $X/L = 0.35$ 付近から二次剥離線が現れるのがわかる。この値はほぼ実験値と一致している。物体の剥離線について本報告では周方向逆流点を剥離点としているが、限界流線で整理しなおす必要がある。

渦核について Fig.11 で、迎角 $\alpha = 30^\circ$ について過去に本研究室で行った実験⁽⁷⁾の値との比較を行う。渦核の位置を圧力の最も低い部分と仮定しているため、正確に渦核の位置が捉えられていないためである

4. 結言

迎角の変化による渦構造の変化を捉えることはできた。しかし、二次渦などの現象は捉えることができず、新しい乱流モデル⁽⁸⁾などを加える必要がある。

文 献

(1) 賈 明洋, 綿貫忠晴, 久保田弘敏 : 大迎角細長物体まわりの剥離流の可視化, 可視化情報 Vol.14 No.55 37-46,1994.
 (2) S.E.Rogers, D.Kwak, J.L.C.Chang : INS3D-An Incompressible NavierStokes Code in Gneralized

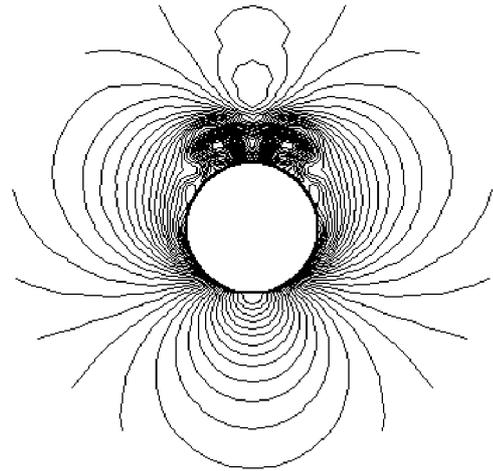


Fig. 7. Isobars:t=15.5

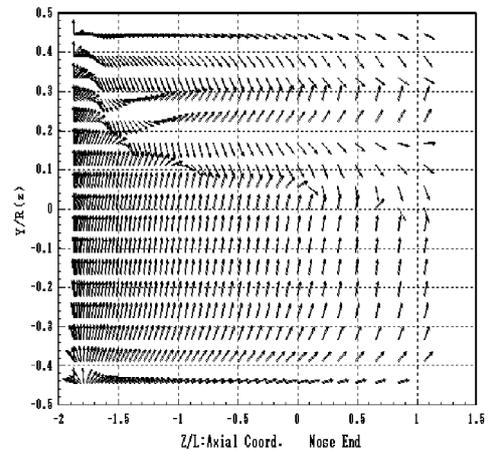


Fig. 8. Limiting Streamline,40deg

Three-Dimensional Coordinates, NASA Technical Memorandum 100012,1987.

(3) K.Suzuki and H.Kubota , Proc. International Symposium on Computational Fluid Dynamics-Nagoya(1989),pp.317-24
 (4) T.Hsieh and K,C,Wang,JFM Vol.324, pp83-pp108, 1996.
 (5) 白山 晋 : レイノルズ数 200 から 300 の球を過ぎる流れの構造, 第 29 回乱流シンポジウム講演論文集, (1997),7.
 (6) R.M.Beam,and R.W.Warming, J.Computational Physics 22.pp87-110 1986 .
 (7) 石出忠輝、西川進栄、三神史彦 : 三次元境界層剥離の可視化と熱線計測, 航空宇宙学会誌 Vol.48 No.562 (2000), pp.377 - 384 または T.Ishide, N.Nishikawa, F.Mikami, 22nd ICAS (Harrogate, UK), pp.293.1-9, 2000.August.
 (8) P.R.Spalart and S.R.Allmaras : A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA-92-0439.

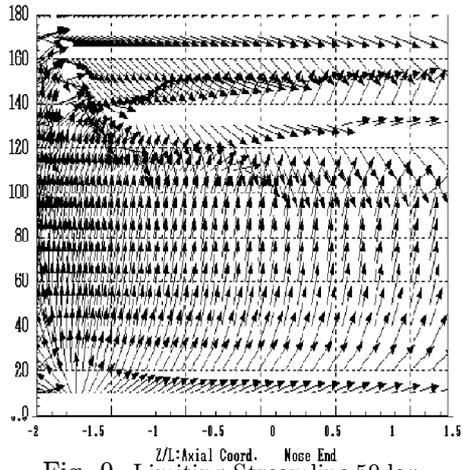


Fig. 9. Limiting Streamline, 50deg

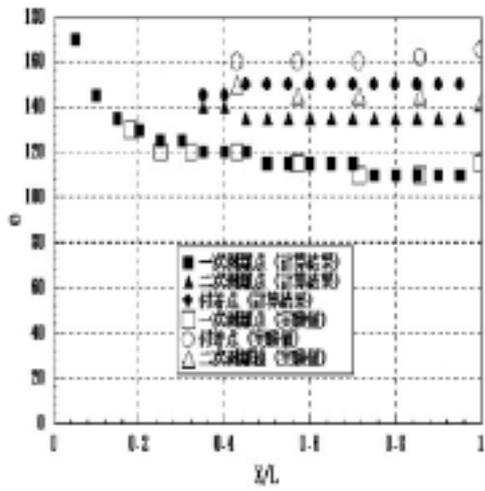


Fig. 10. Separation line

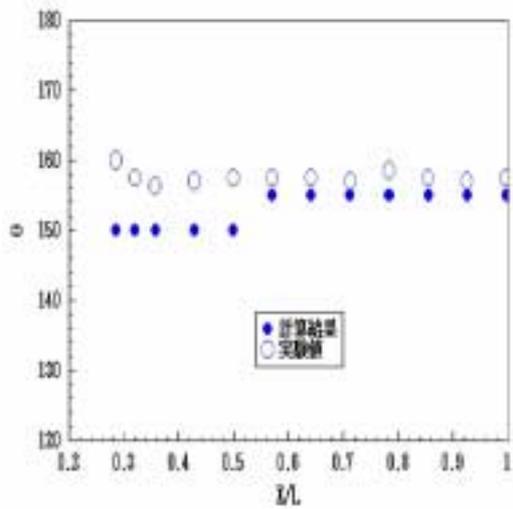


Fig. 11. 渦核の位置 (角度)