

# 磁場入口区間の液体金属電磁流体流れに関する3次元数値解析 Numerical Analysis on Liquid-Metal Magnetohydrodynamic Flow in Inlet Region of Magnetic Field

熊丸 博滋, 姫路工大, 〒671-2201 兵庫県姫路市書写 2167, E-mail: kumamaru@mech.eng.himeji-tech.ac.jp  
Hiroshige Kumamaru, Himeji Institute of Technology, 2167 Shosha, Himeji-Shi, Hyogo-Ken, 671-2201

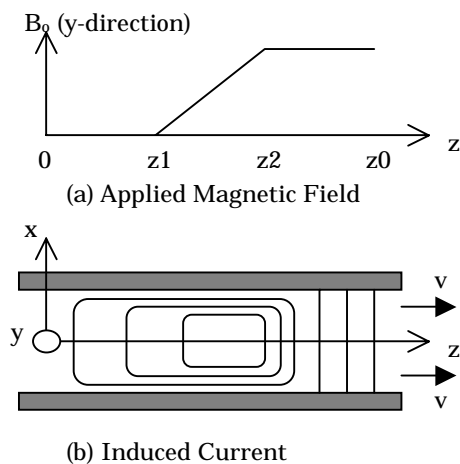
Three-dimensional numerical calculation has been performed on liquid-metal magnetohydrodynamic (MHD) flow through a rectangular channel in the inlet region of the magnetic field, including a region upstream the magnetic field. The continuity equation, the momentum equations and the induced equations were solved by the finite difference method. Along the flow direction, the pressure decreases slightly as normal non-MHD flow, increases once, thereafter decreases sharply and finally decreases gradually as fully-developed MHD flow. The sharp decrease in the pressure in the inlet region is due to increase in the induced current in this region. The flow velocity profile also changes gradually from a typical distribution of a laminar flow with a peak of ~2 in the region upstream the magnetic field to a profile of an MHD flow with a peak of ~1.2 in the fully-developed region.

## 1. 序言

核融合炉ブランケットの液体金属による冷却への応用、エネルギー変換システムへの液体金属磁性流体の応用などを対象として、矩形流路内液体金属電磁流体流れの磁場入口区間に関する数値解析を実施した。

図1に示すように、 $z=0\sim z_1$ では0で、 $z=z_1\sim z_2$ では直線的に増加し、 $z=z_2\sim z_0$ では一定値の外部印加磁場  $B_0$  が  $y$  軸方向 (b)では紙面垂直手前方向)に印加されている。磁場内発達区間では、印加磁場と液体金属流れの相互作用により生じる誘導電流は、流体内では主に  $x$  軸負方向に流れ、壁内または壁の極近傍の流速0の薄い流体層内を流れて戻る電流ループ ( $x$ - $y$  平面内)を形成する。発生した誘導電流と印加磁場の相互作用により生じるローレンツ力は、流れと逆向き ( $z$  軸負方向)に作用し、圧力損失を磁場のない流れより大きくする。

一方、磁場入口部付近では、印加磁場と液体金属流れの相互作用により生じる誘導電流は、同じように流体内では主に  $x$  軸マイナス方向に流れる。しかし、誘導電流は磁場が印加されていない上流部を流れて戻る電流ループ ( $x$ - $z$  平面内)を形成することができる。上流部の比抵抗は、壁または壁の極近傍の薄い流体層内の比抵抗に比べてかなり小さいため、磁場入口部には大きい誘導電流が流れることとなる。従って、発生した誘導電流と印加磁場の相互作用により生じるローレンツ力も相当に大きくなり、圧力損失もかなり大きくなることが考えられる<sup>(1)</sup>。



(b) Induced Current

Fig. 1 Inlet region of magnetic field

このような磁場入口部における流れを計算するには、戻りの誘導電流が流れる磁場の印加されていない上流部も含めた、3次元の電磁流体流れの数値解析を行うことが不可欠である。

## 2. 数値解析

基礎式として、以下の連続の式、運動方程式および誘導方程式を使用した。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}_0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) + \frac{1}{\sigma \mu} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3)$$

ここで、 $t$ : 時間、 $\mathbf{v}=(u, v, w)$ : 速度、 $p$ : 圧力、 $\mathbf{B}=(A, B, C)$ : 誘導磁場(誘導電流により発生)  $\mathbf{B}_0=(0, B_0, 0)$ : 印加磁場、 $\rho$ : 密度、 $\eta$ : 粘度、 $\mu$ : 透磁率および  $\sigma$ : 導電率である。

流速の境界条件としては、入口 ( $z=0$ ) で流速固定の流入境界条件、出口 ( $z=z_0$ ) で圧力固定の流出境界条件、壁面では流速0の壁面境界条件を与えた。また、誘導磁場の境界条件としては、入口 ( $z=0$ ) では誘導磁場0、出口 ( $z=z_0$ ) では  $z$  方向勾配0、壁面では誘導磁場0 (絶縁壁)の境界条件とした。ただし、数値解析では対称性を考慮して  $x, y$  については  $x > 0, y > 0$  の領域のみを対象とした。なお、対称面における誘導磁場の境界条件には注意が必要であり、全領域を対象とした計算により確認して対称条件を与えた。すなわち、 $y=0$  においては ( $x$  軸に関しては)  $A, C$  は符号反転で対称、 $B$  は同符号で対称となることに注意が必要である。

以下の無次元数により基礎方程式を無次元化した後に、数値解析を実施した。

$$t^* = \frac{t}{a/w}, \quad x^* = \frac{x}{a}, \quad y^* = \frac{y}{a}, \quad z^* = \frac{z}{a}$$

$$u^* = \frac{u}{w}, \quad v^* = \frac{v}{w}, \quad w^* = \frac{w}{w}, \quad p^* = \frac{p}{\rho w^2}$$

$$A^* = \frac{A}{w\mu\sqrt{\sigma\eta}}, \quad B^* = \frac{B}{w\mu\sqrt{\sigma\eta}}, \quad C^* = \frac{C}{w\mu\sqrt{\sigma\eta}}$$

$$\beta = \frac{b}{a}, \quad Re = \frac{\rho w a}{\eta}, \quad Ha = B_0 a \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}, \quad R_m = \frac{w a}{v_m}$$

ここで、 $a, b$  は矩形流路の  $x$  方向および  $y$  方向の半幅、 $\bar{w}$  は  $z$  方向の平均流速、 $\nu$  は動粘度、 $\nu_m = 1/\sigma\mu$  は磁気粘度である。また、 $\beta$  は流路断面の縦横比、 $Re$  はレイノルズ数、 $Ha$  はハルトマン数、 $R_m$  は磁気レイノルズ数である。

数値解析は、離散化を有限差分法により行い、計算手順を MAC 法に従い実施した。 $x, y, z$  軸方向に  $20 \times 20 \times 20$  分割し、 $y$  軸の壁近くをより短い間隔とした計算格子を用いた。

### 3. 解析結果

以下では無次元変数の上付き添字を省いて表示する。典型的な実験条件を模擬し、 $\beta=1, z_1=10, z_2=20, z_0=30, Ha=100, Re=1000, R_m=0.001$  として計算を行った。

流れ方向の圧力変化 ( $x=0, y=0$  すなわち  $z$  軸上の圧力の変化) を、図 2 に示す。圧力は流れ方向に、 $z=0\sim 10$  では磁場のない通常流体流れと同じく緩やかに減少し、 $z=10\sim 12.5$  において一旦増加した後、 $z=12.5\sim 22.5$  において急激に低下し、 $z>22.5$  においては磁場内発達部の一定減少を示す。 $z=10\sim 12.5$  における圧力上昇は、後述のように流速分布の変化によるものと考えられる。 $z=12.5\sim 22.5$  における圧力の急激な減少は、前述した磁場入口部における誘導電流の増加による。

$z$  方向の流速  $w$  の  $y$  軸上分布および  $x$  軸上分布を、図 3 および図 4 にそれぞれ示す。流速  $w$  は、 $z=0\sim 10$  で磁場なしの通常流体流れの分布であり、 $z=10\sim 20$  で徐々に変化し、 $z=20\sim 30$  で典型的な発達した電磁流体流れの分布を示す。発達部においては、磁場方向の  $y$  軸上の分布は、大部分で平坦で壁の極近傍で急激に減少する M 型分布となる。磁場と垂直方向の  $x$  軸上の分布は、より滑らかな分布となる。

図 5 に  $x$  方向誘導電流  $j_x$  の  $x$  軸方向分布を示す。 $j_x$  の値が負の値である場合、ローレンツ力が流れを妨げる向きに働くこと (圧力損失が生じる)、 $j_x$  の値が正の値である場合、ローレンツ力が流れを加速する向きに働くこと (圧力回復がある) を意味する。 $z=0$  においては  $j_x$  は当然 0 である。 $z=8$  において  $j_x$  は正の最大値となるが、印加磁場は 0 であるためローレンツ力は作用しない。

勾配区間も含め印加磁場内  $z>10$  では、 $j_x$  は全て負の値を示した。従って、図 2 に見られた  $z=10\sim 12.5$  における圧力の回復は、 $z$  軸正方向にローレンツ力が働いたためではなく、流速分布の変化によるものと考えられる。 $z=11$  において  $j_x$  は負で最大の絶対値を示し、 $z=22.5$  まで絶対値は減少する。 $j_x$  の絶対値と外部印加磁場の積の値に応じ、ローレンツ力が作用し大きな圧力損失が生じる。 $z>22.5$  では  $j_x$  は負のほぼ同じ絶対値となり、一定のローレンツ力が生じ、発達区間内の一定の圧力損失となる。

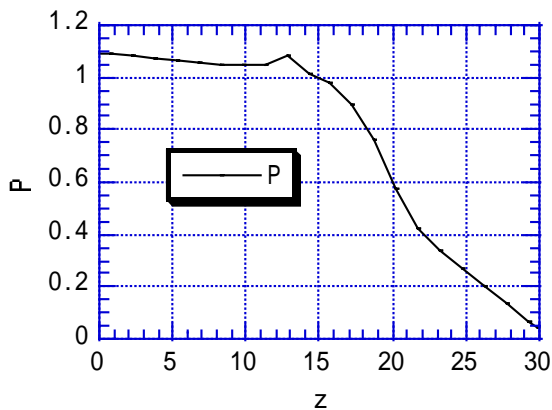


Fig. 2 Pressure change along flow direction

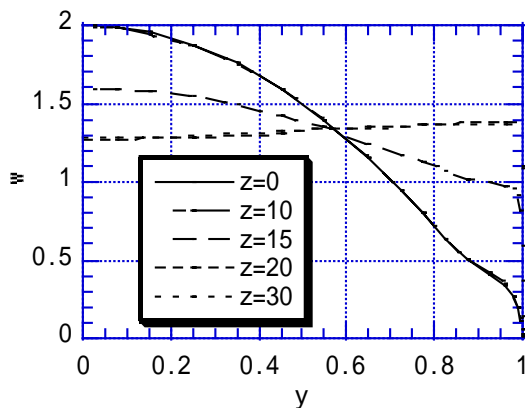


Fig. 3 Velocity ( $w$ ) distribution across  $y$ -axis

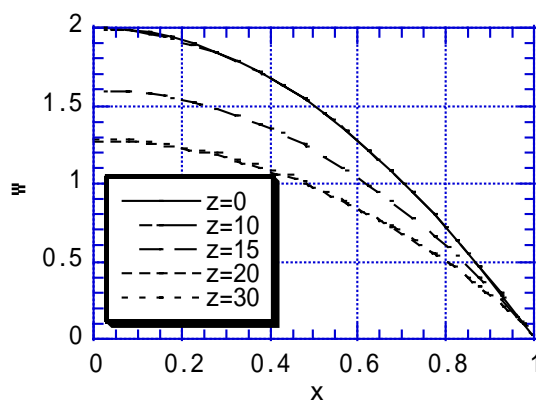


Fig. 4 Velocity ( $w$ ) distribution across  $x$ -axis

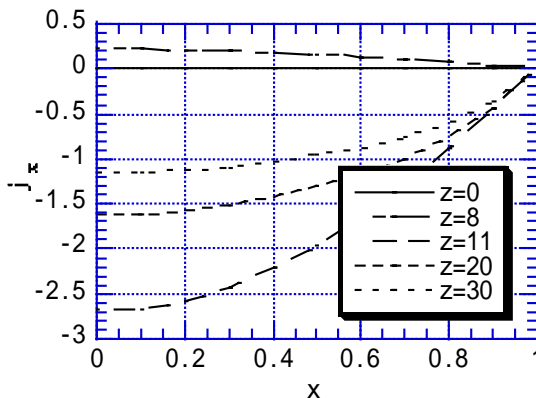


Fig. 5 X-direction electric current ( $j_x$ ) distribution across  $x$ -axis

### 4. 結言

磁場入口部について、矩形流路内液体金属電磁流体流れの 3 次元数値解析を、磁場区間上流の領域も含め実施した。

数値解析の結果、磁場入口部で一旦圧力が上昇し、その後急激に圧力が減少し、磁場内発達部の比較的緩やかな圧力減少に移ることが分った。磁場入口部に大きな圧力損失が生じるのは、誘導電流が磁場入口部より上流に流れるループを形成し、誘導電流が磁場内発達部よりかなり大きくなるためであることが分った。

### 参考文献

- (1) Moreau, R, "Magnetohydrodynamics," Kluwer Academic Publishers, (1990), pp. 158~160.