

# 格子ボルツマン法による高レイノルズ数円柱周り流れの解析

## Numerical Analysis of the Flow around a Cylinder at High Reynolds Number using the Lattice Boltzmann Method

今村 太郎, 東大院, 〒113-8656 文京区本郷 7-3-1, E-mail: imamura@sonic.t.u-tokyo.ac.jp  
 鈴木宏二郎, 東大新領域, 〒113-0033 文京区本郷 7-3-1, E-mail: suzuki@sonic.t.u-tokyo.ac.jp  
 中村 孝, 航技研, 〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: nakamura@nal.go.jp  
 吉田 正廣, 航技研, 〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: yoshida@nal.go.jp  
 福田 正大, 航技研, 〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1, E-mail: fukuda@nal.go.jp

Taro Imamura, Univ. of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656  
 Kojiro Suzuki, Univ. of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033  
 Takashi Nakamura, NAL, 7-44-1 Jindai-ji Higaishimati, Chofu-si, Tokyo 182-8522  
 Masahiro Yoshida, NAL, Jindai-ji Higaishimati, Chofu-si, Tokyo 182-8522  
 Masahiro Fukuda, NAL, Jindai-ji Higaishimati, Chofu-si, Tokyo 182-8522

In this paper, the flow around a cylinder at high Reynolds number is solved using the Lattice Boltzmann method. The two-dimensional 9-velocity lattice Boltzmann method, which is extended to generalized coordinates, is used. It is well known from experiments that, when the Reynolds number is approximately  $10^5$  to  $10^6$ , the drag coefficient suddenly decreases. This is known as the "Drag Crisis". The drag crisis is numerically simulated without using turbulent model. The effects of the CFL condition, and the wall boundary conditions are discussed in detail.

### 1. はじめに

近年, 格子ボルツマン法 (LBM: Lattice Boltzmann Method) は新しい流体解析手法として注目を集めている<sup>(1)</sup>. LBM は流体をミクロな物理現象である気体分子の並進と衝突とでモデル化し, 支配方程式がたてられている. 格子ガスオートマトンの特徴を引き継いでいるため, 周囲のセルの状態のみで次のステップにおける自分のセルの状態が決定される. また, Boltzmann 方程式からの導出も可能であり, 差分法による Navier-Stokes 解析とは異なった特性を持つ可能性を有している.

本来 LBM は直交等間隔格子など限られた等方的な格子形状でのみ計算が可能であった. しかし実用的な問題に取り組む場合にはこの制約を取り払うため, 一般座標系を用いる手法が有効である<sup>(2)</sup>.

本研究の目的は, LBM を一般座標系に拡張し, レイノルズ数が  $10$  から  $10^6$  の円柱周り流れの解析を行うことである. 高いレイノルズ数 ( $10^5 \sim 10^6$ ) において, 乱流モデルを使用せず 2 次元円柱周り流れの解析を行い, 壁面境界条件による解の特性について検討する.

### 2. 格子ボルツマン法 (LBM)

LBM とは, ボルツマン方程式の速度空間を有限個の速度ベクトルで離散化し, 計算効率を大幅に向上したものと解釈できる. 速度空間を離散化する方法は多数提案されているが, 本研究では 2 次元で一般的に採用されている 2 次元 9 速度モデル<sup>(3)</sup>を用いる.

#### 2.1 支配方程式

2 次元 9 速度モデルでは, 速度空間を離散化するための速度ベクトル  $\mathbf{c}_i$  (ただし  $i=0 \cdots 8$ ) は,  $c(0,0)$ ,  $c(\pm 1,0)$ ,  $c(0, \pm 1)$ ,  $c(\pm 1, \pm 1)$  の 9 つである.  $c$  は粒子の移流速度の大きさを表し, 情報の伝播速度, すなわち音速を決める量である. 物理空間は速度ベクトルに対応するよう, 等間隔正方形格子

に分割する (Fig. 1 左参照). 時刻  $t$ , 格子点  $\mathbf{x}$  において, 速度ベクトル  $\mathbf{c}_i$  に対応する粒子の分布関数を  $f_i(\mathbf{x}, t)$  とする. 分布関数  $f_i(\mathbf{x}, t)$  の時間発展を次式に基づき計算する.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

これが, LBM の支配方程式である.  $\Delta t$  が時間刻み,  $\tau$  は緩和時間,  $f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)$  は平衡分布関数である. 平衡分布関数は, 次式で与えられる.

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \rho \left[ 1 + 3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2} (\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right] \quad (2)$$

ここで  $\rho$  は密度,  $\mathbf{u}$  は速度である.  $w_i$  は重み関数であり粒子が持っている速さに応じて決まる定数である. 速度ベクトルが  $(0,0)$  の時には  $w_0 = 4/9$ ,  $(\pm 1, 0)$ ,  $(0, \pm 1)$  の時には  $w_i = 1/9$ ,  $(\pm 1, \pm 1)$  の時には  $w_i = 1/36$  である. (2) 式の平衡分布関数は, マクロに見た速度  $|\mathbf{u}|$  が粒子の移流速度  $c$  に比べて十分に小さいとし, Maxwell 分布を Taylor 展開することで求められる.  $|\mathbf{u}| \ll c$  であることから, (1) 式は非圧縮流の計算に相当する.

(1) 式の右辺がボルツマン方程式における BGK 衝突演算に相当する. (1) 式の左辺は, 並進演算である. 位置  $\mathbf{x}$  で分子間衝突した分布関数が,  $\Delta t$  秒後には離散化した速度ベクトルに対応した隣接の格子点  $\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t$  に到達することを意味している. この関係から格子間隔  $dx$  は  $c \cdot \Delta t$  でなければならない.

(1) 式において注目すべきは, 微分演算が一つも含まれず, 離散化された形で記述される点である. また, 完全陽解法であるため並列計算に適している.

マクロな物理量の導出は, ボルツマン方程式の時と同様に, 速度空間での積分により求められることができる.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i \cdot \mathbf{c}_i \quad p = \frac{\rho}{3} \quad (3)$$

動粘性係数 と緩和時間は次式で関係付けられている .

$$\nu = \frac{1}{6}(2\tau - 1) \cdot c^2 \cdot \Delta t \quad (4)$$

物理的に粘性係数は正でなければならないため , 緩和時間は  $\tau > 1/2$  でなければならない .

本研究では , レイノルズ数をパラメータとした支配方程式の無次元化を行った . 円柱直径  $D$  を代表長さ , 一様流速を  $U_0$  とした時

$$\text{Re} = \frac{U_0 D}{\nu} = \frac{U_0 D}{\frac{1}{6}(2\tau - 1) \cdot c^2 \cdot \Delta t} \quad (5)$$

となる . レイノルズ数を高くするためには ,  $\tau$  を  $1/2$  に近づけなければならないが ,  $\tau$  が  $1/2$  付近になると壁近傍で数値的な不安定から速度が overshoot し , 非物理的な解が求まる . 従って , 高レイノルズ数で計算するには時間刻みを小さくする必要がある . 具体的な時間刻み幅の決定方法については , 3.2 節の計算格子作成手法でまとめて議論する .

## 2.2 一般座標系における LBM

一般座標系において 9 つの粒子速度ベクトルの先端と格子点は一般に一致しない ( Fig. 1 右参照 ). そのため , 一般座標系で LBM の定式化をそのまま行うことはできない .

X.He and G.Doolen<sup>(4)</sup>らは , LBM を一般座標系に拡張する手法を提案している . (1)式に基づく衝突演算と並進演算の後 , 補間曲面を張り , 格子点上の値をもとめることから , Interpolation Supplemented LBM (以下 ISLBM) と呼ばれる . しかしそれは物理空間と計算空間が解析関数で結び付けられている時にしか使用できない .

本研究では , (1)式の左辺を微分方程式の形で記述し ,

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\Delta t \cdot \tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (6)$$

一般座標系へ座標変換 ( $x_\alpha \rightarrow \xi_\alpha$ ) を適用する .

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \tilde{\mathbf{c}}_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial \xi_\alpha} = -\frac{1}{\Delta t \cdot \tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (7)$$

ただし ,

$$\tilde{\mathbf{c}}_{i\alpha} = \mathbf{c}_i \cdot \left( \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

である . 流体の等方性を維持するため ,  $\mathbf{c}_i$  の速度ベクトルの組み合わせは等間隔直交格子のそれと同じでなければならない ( Fig. 1 右参照 ).  $\Delta t$  が十分に小さい時には , 移流速度が一定でなくとも時間 1 次精度で波動方程式の解は

$$f(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f(\mathbf{x} - \mathbf{c}_i \Delta t, t) \quad (9)$$

と記述される . (7)式を衝突演算と並進演算に分離し , 並進演算に対し (9)式を適用すると ,

$$f_i^*(\xi, t) = f_i(\xi, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\xi, t) - f_i^{eq}(\xi, t)] \quad : \text{衝突(10-a)}$$

$$f_i(\xi, t + \Delta t) = f_i^*(\xi - \tilde{\mathbf{c}}_i \Delta t, t) \quad : \text{並進(10-b)}$$

となる . (10-b)式の右辺は格子点上の値から補間することで求める . 本計算法では数値粘性の影響を小さくするため , 二次の風上補間関数で内挿した . 補間関数は

$$f_i(\xi_1, \xi_2, t + \Delta t) = \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^2 a_j b_k f_i^*(\xi_1 - j \cdot jd, \xi_2 - k \cdot kd, t) \quad (11)$$

ただし  $jd = \text{sign}(1, \tilde{c}_{i,1})$   $kd = \text{sign}(1, \tilde{c}_{i,2})$

となる . 計算空間の格子幅を  $d\xi_\alpha = 1$  とすると , 補間関数の係数は

$$\begin{aligned} a_0 &= 0.5(U-1)(U-2) & b_0 &= 0.5(V-1)(V-2) \\ a_1 &= -U(U-2) & b_1 &= -V(V-2) \\ a_2 &= 0.5U(U-1) & b_2 &= 0.5V(V-1) \end{aligned} \quad (12)$$

となる .  $U, V$  は計算空間における各粒子の 1 ステップあたりの移流距離を表し ,

$$U = |\tilde{c}_{i,1} \cdot \Delta t|, \quad V = |\tilde{c}_{i,2} \cdot \Delta t| \quad (13)$$

である .

なお , 壁面から 1 点だけ離れた点では , 風上側に 2 点取れないケースが存在するため , その場合においては , 1 次の風上補間関数を使用した .

時間刻みは , 最小格子幅  $dx_{\min}$  と粒子の移流速度 (対角成分  $\sqrt{2} \cdot c$ ) に対し CFL 条件を課し決定する . 本計算では

$$\Delta t = \frac{dx_{\min}}{\sqrt{2} \cdot c} \cdot CFL \quad (0 < CFL \leq 1) \quad (14)$$

とした .

以上のようにメトリックを利用することで , 解析関数を用いて作成した格子でのみ計算可能な ISLBM より適用範囲が広がり , これまで CFD で開発された格子生成手法で得られた任意の格子形状での計算が可能になる . また , 本手法の 3 次元への適用も同様に行うことができる .

## 3. 計算条件

### 3.1 境界条件および初期条件

壁境界条件には , Bounce Back 境界条件を採用した . Bounce Back 境界条件では , 壁面内部に向かう速度成分を持つ粒子は , 壁に衝突すると速度方向を  $180^\circ$  変える . 全ての速度成分について同様の処理を行うと , 壁面上での運動量が 0 になる . これは差分法における non-slip 境界条件に相当する .

しかしながら , Bounce Back 境界条件での , 粒子の運動は粒子がやってきた方向へ戻っていくことを示しており , ミクロに見た時に観測される現実の粒子運動とは異なる . また壁表面の傾きを直接考慮できない .

そこで , 本研究では , Bounce Back 境界条件との比較のため , Chapman-Enskog 展開から得られるクヌーゼン数 1 次のオーダーまでの非平衡量を含んだ境界条件<sup>(5)</sup>も採用する . マクロな物理量およびその空間勾配から , 1 次の非平衡量を含んだ分布関数は

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x}, t) &= f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) + f_i^{(1)}(\mathbf{x}, t) \\ &= f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \cdot \left\{ 1 - \Delta t \tau \left( \frac{3U_\alpha U_\beta}{c^2} - \delta_{\alpha\beta} \right) \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

で与えられる . ただし ,  $U_\alpha = c_{i\alpha} - u_\alpha$  である . 平衡分布関数を求めるにあたり , 密度は壁面から流体側に 1 点入った点から 0 次外挿し , 速度は壁面上の速度を陽的に与える . この境界条件は , 1) 物理的な根拠が明確 , 2) 壁面の勾配を表現できる , といった点で Bounce Back 境界条件より優れており ,

更に 3) 3次元への拡張も容易, などの長所を持ち合わせている。また, 計算時間についても Bounce Back 境界条件より 1.2 倍程度かかるだけにとどまることを確認した。以下ではこの境界条件を C-E 境界条件と呼ぶ。

遠方場における外部境界条件には, 無反射境界条件に相当する方法を採用した。Fig. 2 のように計算領域から出て行く粒子に対しては, 計算領域内部と同様の計算を行い, 計算領域に入ってくる粒子は, 初期条件で固定する。

初期条件としては, ポテンシャル流れを与えた。

### 3.2 計算格子

本研究では, レイノルズ数に応じて, 以下の計算格子を用いた。円柱の直径を 1 とし, 外部境界は円柱直径の 10 倍の位置に設定した。格子は O 型で半径方向 61 点, 円周方向 61 点である。外部境界は通常非圧縮計算と比べると近いと思われるが, 無反射境界条件の採用により, 外部境界から生じる非物理的な波を計算に影響がない程度に抑えられる。

Grid 1: レイノルズ数が  $10^4$  以下のケースでは, 境界層を十分に捕らえるため, 最小格子幅を

$$dx_{\min} = 0.1/\sqrt{Re} \quad (16)$$

とし, 格子を生成した。(14)式で定義される CFL は 0.71 とした。Fig.3 にレイノルズ数が 10 の場合の計算格子を示す。

Grid 2: レイノルズ数が  $10^4$  から  $10^6$  までの高レイノルズ数領域では, Bounce Back および C-E 境界条件のいずれを用いても, Grid 1 では壁面近傍でマクロな速度が加速してしまう非物理的な解が求まる問題に直面した。これは時間刻みを 1 桁以上小さくすれば回避出来るが, 非定常振動を再現するには非常に長い計算時間を要する。そこで最小格子幅を Grid 1 の 10 倍とし, 格子を生成した。格子点数や, 外部境界の位置は Grid 1 のそれと同じである。この格子では, 境界層を正確に捉えることは出来ないが, 定性的に流れ場全体を捉えることはできる。また, 円柱のような鈍頭物体の抵抗係数の推算もある程度は可能である。また時間刻みを Grid 1 で決定される最小格子幅と一致させるため, CFL=0.071 とした。

## 4. 計算結果

### 4.1 低レイノルズ数における検証

低レイノルズ数での円柱周り流れについては, 過去にも格子ボルツマン法を用いて, 計算が行われている。レイノルズ数が 10, 20, 40 の場合について, 過去の計算結果と比較し, 本計算コードの検証を行う。

Re		B.B	C-E	ISLBM	FDM
10	Cd	2.96	2.92	3.17	2.8 ~ 3.0
	Cp	1.49	1.50	1.39	1.4 ~ 1.5
20	Cd	2.22	2.20	2.15	2.0 ~ 2.2
	Cp	1.36	1.36	1.23	1.2 ~ 1.3
40	Cd	1.76	1.75	1.50	1.5
	Cp	1.29	1.28	1.13	1.1 ~ 1.2

Table 1: Drag coefficients and Pressure coefficients calculated by various methods.

Table 1 はレイノルズ数と抵抗係数, よどみ点圧力係数の関係をあらわしたものである。B.B. は Bounce Back 境界条件, C-E は C-E 境界条件, ISLBM は X.He and G.Doolen<sup>(4)</sup>らの計算結果, そして FDM は差分法による過去の数値計算結果<sup>(6-8)</sup>をまとめたものである。

本計算では過去の計算例との比較から, 定量的に一致した結果が得られている。ISLBM では格子点数を  $121 \times 181$  点, 外部境界を円柱直径の 100 倍程度のところにとっている。本計算結果 (B.B. および C-E) では, それよりも少ない格子点数で計算領域が狭いにも関わらず, レイノルズ数が 40 の時以外は同じが得られている。レイノルズ数が 40 の場合については格子点を半径方向に倍程度増やせば同様の結果を得ることを確認した。

Fig.4 は流れ場の様子である。左図が Bounce Back 境界条件によるもの, 右図が C-E 境界条件によるものである。いずれの境界条件を用いた場合でも, 円柱後方に形成される双子渦が再現できている。双子渦の長さについても過去の計算結果と一致している。

低レイノルズ数での流れ場について検証ができたので, 高レイノルズ数流れの解析を次節にて行う。

### 4.2 高レイノルズ数での解析結果

Fig. 5 は Bounce Back 境界条件を用いたときで, レイノルズ数が  $10^5$  における瞬間の等圧線と流線を表したものである。大きな剥離領域が流れの下流側に発生している様子が再現できている。このように淀み点からの角度が 90 度付近で剥離し大きな剥離領域が存在する場合は, 抵抗係数 Cd は 1 付近の値をとる。

Fig.6 は同境界条件でレイノルズ数が  $10^6$  における瞬間の等圧線と流線を表したものである。レイノルズ数が  $10^5$  で円柱後流に発生していた大きな剥離領域が, 再付着に伴い大幅に狭くなっている様子が, 瞬間の等圧線および流線の様子からわかる。このように剥離域が狭くなると抵抗係数は 0.3 程度まで減少する。これらの現象は実験から知られている現象と定性的に一致している。

一方 Fig.7 は C-E 境界条件を用いてレイノルズ数が  $10^6$  における瞬間の等圧線と流線を表したものである。流れ場の様子を見ると円柱後流では, Fig.5 のような大きな剥離領域が存在しており, 抵抗係数の減少は捕らえられない。C-E 境界条件で, 再付着が捉えられなかった原因については, 次節で考察する。

### 4.3 考察

Fig.8 はレイノルズ数が  $10 \sim 10^6$  まで変化したときのレイノルズ数と抵抗係数との関係を表したグラフである。

レイノルズ数が 10 以下の場合, Lamb や Ossen<sup>(9)</sup>らの解析解から予測されるように, レイノルズ数の増加と共に抵抗係数は減少する。レイノルズ数が  $10^3 \sim 2 \times 10^5$  では, 層流境界層の剥離位置が一定で抵抗係数は 1 ~ 1.2 でほぼ一定値となる。ここまでのレイノルズ数では, Bounce Back 境界条件, C-E 境界条件のいずれの場合でも, Wieselsberger の行った実験<sup>(9-10)</sup>と定量的に一致した結果が得られた。

レイノルズ数がそれ以上の領域では, 剥離位置が大幅に下流側へ移動し, 円柱後方の剥離領域が狭くなるため, 圧力抵抗が急激に低下する<sup>(10)</sup> “ Drag Crisis ” が発生する。Bounce Back 境界条件では Drag Crisis の発生するレイノルズ数は実験とほぼ同じであり, 急峻な抵抗係数の変化が再現できている。一方, C-E 境界条件では, Drag Crisis を再現できなかった。

原因としては, 次に挙げられる事柄の影響が考えられる。まず, C-E 境界条件では, 壁面の勾配が計算に含まれているため, Bounce Back 境界条件より, 滑らかな表面形状で計算していることに相当する。そのため, 表面粗さが小さく再付着しにくくなったことが考えられる。今後格子点数を増やし, より厳密な検証を行う予定である。なお “ Drag Crisis ” は

3次元乱流構造から発生するとの議論もあり、2次元計算で再現することが可能かどうかについては議論の余地がある。

### 5. 結論

粒子の衝突と並進とで流体をモデル化した計算手法である格子ボルツマン法を一般座標系へ拡張し、2次元円柱周りの流体解析を行った。メトリックを採用し計算する手法を用いれば、これまでCFDで開発された格子生成手法をLBMに適用できる。その結果、LBMを実問題に適用するにあたって障壁になっていた、計算格子が等方的でなければならない制約を解消でき、高レイノルズ数流れを解くことができるようになる。本手法を円柱周りの流れに適用し、主に高レイノルズ数 ( $10^5 \sim 10^6$ ) における円柱周り流れのシミュレーションを行った。

従来の Navier-Stokes 解析で使用される格子を高レイノルズ数流れの解析にそのまま利用した場合には、壁面近傍で非物理的な解が生じてしまった。そのため高いレイノルズ数においてLBMでは壁面近傍に十分な格子を採ることができなかつた。

粗い格子において Bounce Back 境界条件を用いた場合、高レイノルズ数で抵抗係数が 1.0 付近から 0.3 程度まで急激に減少する様子を再現でき、抵抗係数のレイノルズ数依存性は実験結果から得られる現象(Drag Crisis)と定性的に一致した。一方、C-E 境界条件では、Drag Crisis を捉えることはできなかつた。壁表面の勾配を考慮したため、再付着が発生しにくくなつたことが原因であると考えられる。

そもそも2次元計算では Drag Crisis を捕らえられるかどうかについては議論の余地がある。本計算では Bounce Back 境界条件を用いた場合実験と一致したが、この原因についてはより詳細な検討が必要である。格子解像度を変化させ、格子依存性について、より詳細な検討を行う必要があると考えられる。

### 謝辞

本研究は、航空宇宙技術研究所との共同研究“分子論的モデル化による大規模流体シミュレーション法の構築”の元で進められ、本計算は数値風洞(NWT)を用いて行われた。ここに感謝の意を表す。

### 参考文献

- (1) S.Chen and G.D.Doolen, *Annu.Rev.Fluid Mech.* 30:329-364 (1998)
- (2) 今村, 川崎, 鈴木, 中村, 吉田, 福田, 第33回流体力学講演会論文集(2001), pp.249
- (3) 蔦原, 高田, 片岡, “格子気体法・格子ガス法” (コロナ社) (1999)
- (4) X.He and G.Doolen, *J.Comput.Phys.* 134 306-315 (1997)
- (5) P.A. Skordos, *Phys.Rev.E* 48 6, 4823-4842 (1993)
- (6) W.M.Collins and S.C.R.Dennis, *J.Fluid Mech.* 60, 105(1973)
- (7) W.M.Collins and S.C.R.Dennis, *Q.J.Mech.Appl.Math.* 26, 53 (1973)
- (8) F.Nieuwstadt and H.B.Keller, *Compu.&Fluids* 1 59 (1973)
- (9) Wieselsberger, *NACA TN No.84* (1922)
- (10) H.Shlichting “Boundary-Layer Theory 7th Edition” (1978)

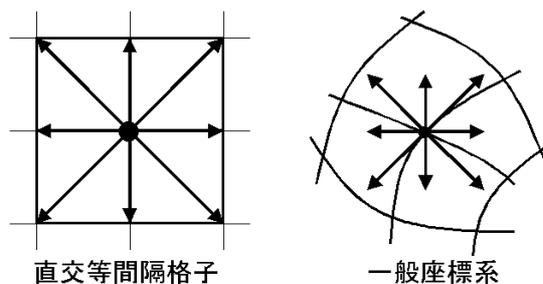


Fig.1 : Calculation grid and velocity component of the particle

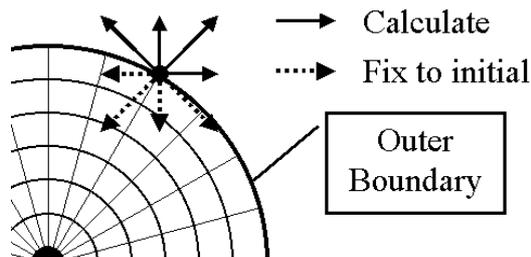


Fig.2 : Outer boundary condition (Non-reflection boundary)

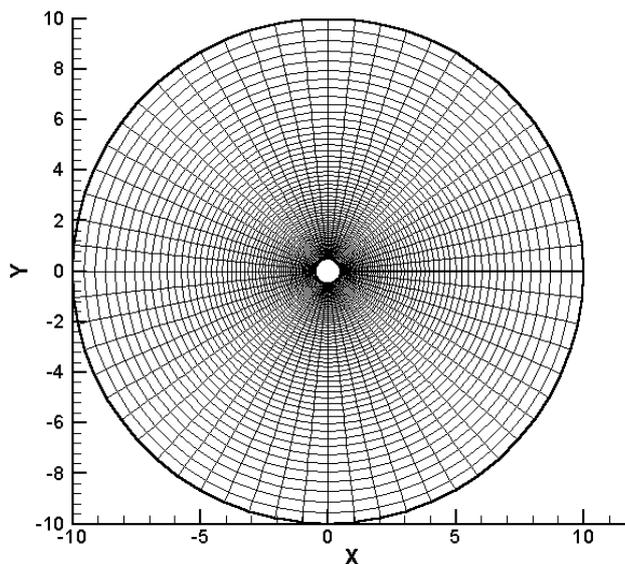


Fig.3 : Sample of the grid at Re=10

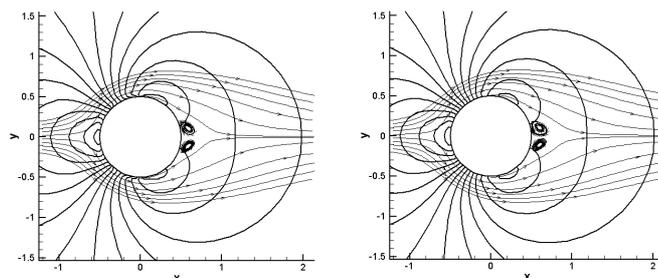


Fig.4 : Pressure contour and instance streamline at Re=10 (Left figure : Bounce Back, Right figure : Chapman-Enskog)

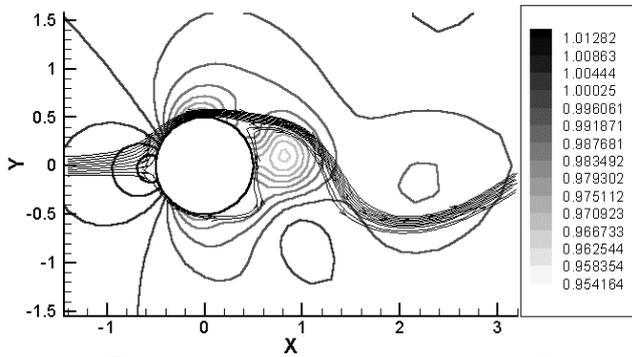


Fig.5 : Pressure contour and instance streamline at  $Re=10^5$  (Bounce Back boundary condition)

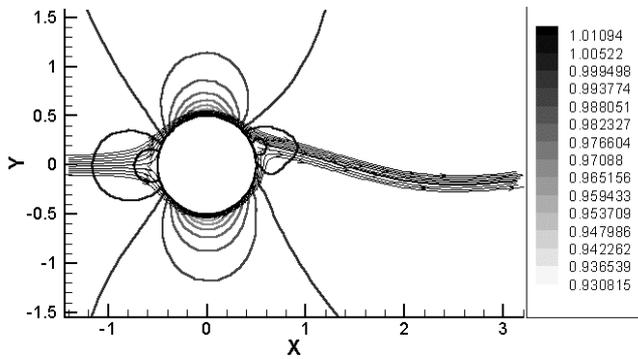


Fig.6 : Pressure contour and instance streamline at  $Re=10^6$  (Bounce back boundary condition)

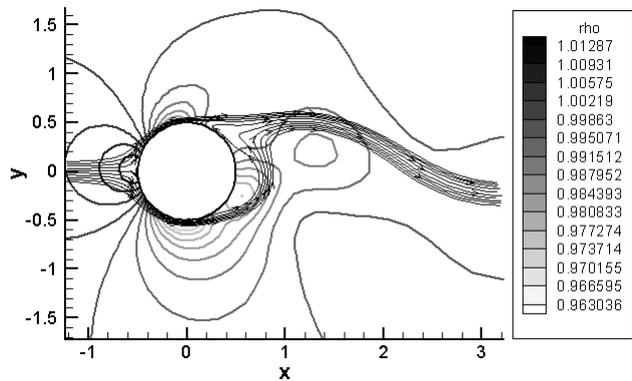


Fig.7 : Pressure contour and instance streamline at  $Re=10^6$  (Chapman-Enskog boundary condition)

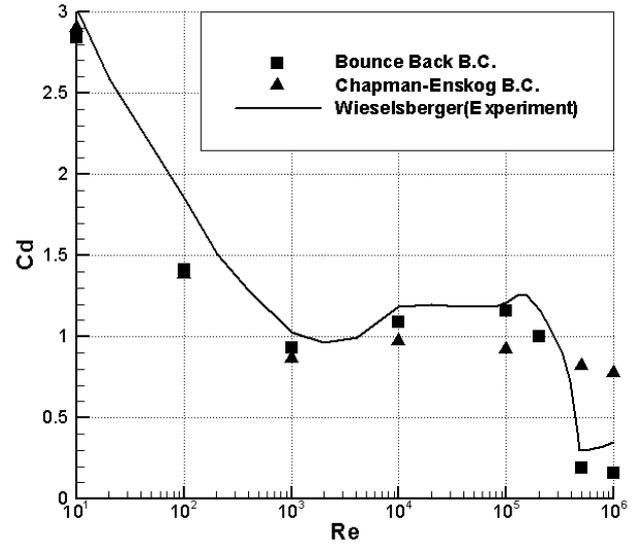


Fig.8 : Relationship between Reynolds number and Drag coefficient