

一様等方性乱流中のコヒーレント微細構造の統計的性質

Statistical Properties of Coherent Fine Scale Eddies in Homogeneous Isotropic Turbulence

店橋 護, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : mtanahas@mes.titech.ac.jp
 菊地 伸一郎, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : skikuchi@mes.titech.ac.jp
 岩瀬 識, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : siwase@mes.titech.ac.jp
 柳川 透, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : tyanyagaw@brn.dis.titech.ac.jp
 宮内 敏雄, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail : tmiyauch@mes.titech.ac.jp
 Mamoru TANAHASHI, Shinichiro KIKUCHI, Shiki IWASE, Toru YANAGAWA and Toshio MIYAUCHI
 Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology,
 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552, Japan

To investigate statistical properties of coherent fine scale eddies in homogeneous isotropic turbulence, direct numerical simulations are conducted for different Reynolds numbers. The diameter and the maximum azimuthal velocity of coherent fine scale eddies can be scaled by Kolmogorov scale and Kolmogorov velocity. The most expected diameter and the maximum azimuthal velocity are about 8 times of Kolmogorov scale and 1.2 times of Kolmogorov velocity for all Reynolds number cases. High energy dissipation rate is observed around coherent fine scale eddies and that reaches up to over 40 times of the mean dissipation rate of whole turbulent field. Furthermore, coherent fine scale eddies with smaller diameter generate higher dissipation rate around them. This indicate that intermittency of energy dissipation rate has close relation to corehent fine scale eddies.

1. 結論

乱流中には Kolmogorov scale 程度の大きさの微細な渦管が存在し, 乱流エネルギーの散逸及びその間欠性と密接に関連している. 著者らは直接数値計算 (DNS) による微細構造に関する研究⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾ において, 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦を抽出し, それらの統計的性質を検討した. その結果, 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の最頻直径は Kolmogorov scale (η) の約 8 倍であり, 最頻周方向速度は二乗平均変動速度 (u_{rms}) の約 0.5 倍であることを明らかにした. このようなコヒーレント微細渦は一様等方性乱流のみならず, 乱流混合層⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾, channel 乱流⁽⁷⁾⁽⁸⁾, MHD 乱流⁽⁹⁾ 等にも存在しており, 乱流場やレイノルズ数が異なる場合でも管状の微細構造は普遍的な特性を有することが明らかにされている. しかし, これらは比較的低レイノルズ数の DNS 結果から得られた知見であり, コヒーレント微細渦のレイノルズ数依存性とその統計的性質を明らかにするには, より高いレイノルズ数の DNS を行う必要がある.

そこで, 本研究では高レイノルズ数の一様等方性乱流の DNS を行い, 以前の研究と同様の手法⁽¹⁾ を用いてコヒーレント微細渦を抽出し, その統計的性質を明らかにすることを目的としている.

2. 一様等方性乱流の直接数値計算

本研究では Taylor micro scale (λ) に基づくレイノルズ数 (Re_λ) が 64.9 から 220.7 までの 5 種類の減衰する非圧縮性一様等方性乱流の DNS を行った. 表 1 に本研究で用いた各 DNS データのレイノルズ数, 計算領域及び格子点数を示す. 最も大規模な DNS では約 2 億 6 千万点の格子点を用いた.

図 1 は一様等方性乱流の各 DNS データの三次元エネルギー・スペクトルを示している. ここで, 波数 k とエネルギー

$E(k)$ はそれぞれの DNS データのエネルギー散逸率 (ϵ) と粘性係数 (ν) を用いて正規化されている. このような正規化を施すことにより, エネルギー・スペクトルの形状はレイノルズ数に依存せず, スペクトルは慣性小領域から粘性域にわたって良く一致することが知られている. 本研究で行った DNS 結果においてもこの特性が再現されている. また, 高レイノルズ数の場合, 一桁以上にわたって慣性小領域が現れていることが分かる.

図 2 は速度の縦方向微分の flatness factor とレイノルズ数の関係を示している. 本研究で用いる DNS データの速度の縦方向微分の flatness factor は, レイノルズ数の増加と共に増加している. また, 本研究の DNS 結果が以前に報告されている DNS 結果とも良く一致していることが分かる.

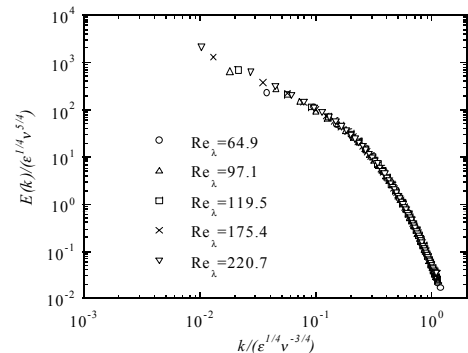


Fig. 1 Three dimensional energy spectrum.

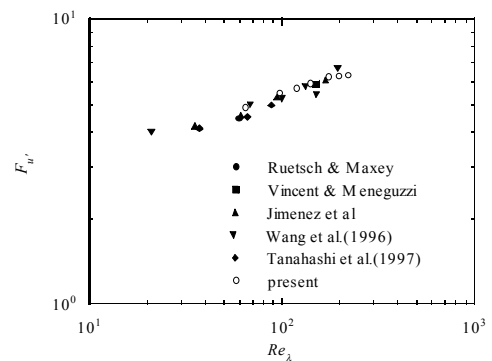


Fig. 2 Flatness factor of longitudinal velocity derivatives.

Table 1 DNS database of homogeneous isotropic turbulence.

ID	Re_λ	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	Total grid point
HIT1	64.9	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$	$128 \times 128 \times 128$	2,097,152
HIT2	97.1	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$	$256 \times 256 \times 256$	16,777,216
HIT3	119.5	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$	$324 \times 324 \times 324$	34,012,224
HIT4	175.4	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$	$512 \times 512 \times 512$	134,217,728
HIT5	220.7	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$	$640 \times 640 \times 640$	262,144,000

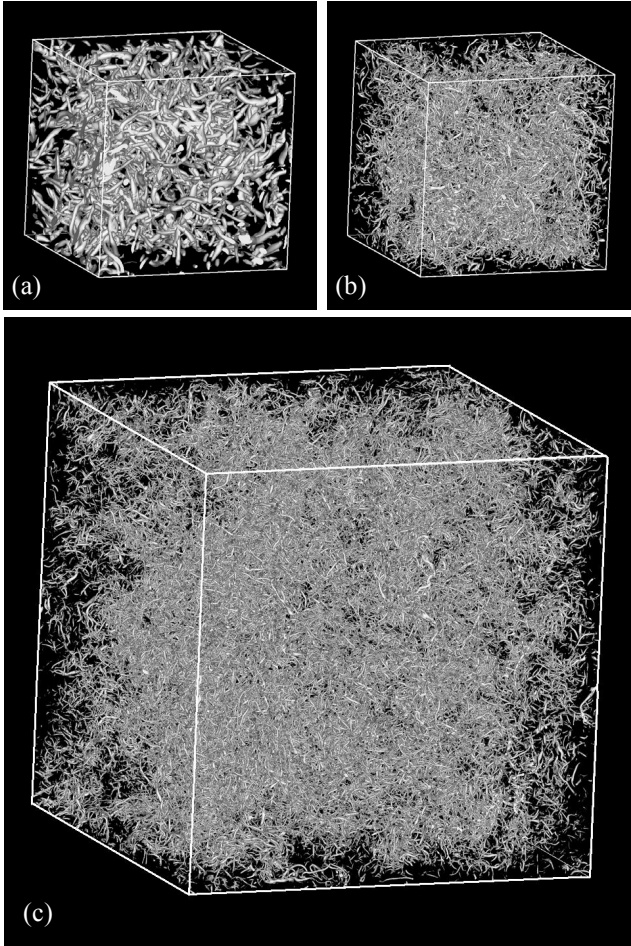


Fig. 3 Contour surfaces of second invariant of velocity gradient tensor in homogeneous isotropic turbulence ($Q^*=0.03$). (a): $Re_\lambda = 64.9$, (b): $Re_\lambda = 119.5$, (c): $Re_\lambda = 220.7$

3. 一様等方性乱流におけるコヒーレント微細渦の空間分布
 以前の低レイノルズ数の結果から、 η の 8~9 倍の直径で u_{rms} の約 2~3 倍の最大周方向速度を有する微細渦は最も強い剛体回転を行っていることが明らかにされている⁽¹⁾。レイノルズ数が高い場合も同様であり、剛体回転の強さは渦中心で次のように定義される速度勾配テンソルの第二変量によって特徴付けられる。

$$Q = \frac{1}{2}(W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}), \quad (1)$$

ここで、 S_{ij} と W_{ij} は速度勾配テンソルの対称成分と非対称成分である。

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij}, \quad (2)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

最も強いコヒーレント微細渦の第二不変量は、 η と u_{rms} を用いて無次元化された値で $Q^* = 1.0$ である⁽¹⁾。一般に、特定の物理量の等値面を用いた可視化の結果は用いたしきい値に依存する。本研究では、最も強いコヒーレント微細渦の第二不変量の最大値が $Q^* = 1.0$ であることを考慮して、 Q^* の等値面を用いてコヒーレント微細渦の空間分布を検討する。

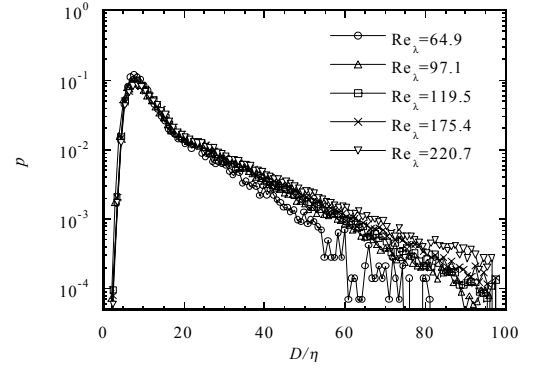


Fig. 4 Probability density functions of diameters of coherent fine scale eddies.

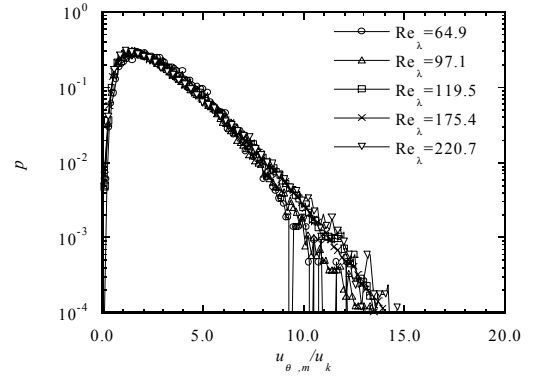


Fig. 5 Probability density functions of the maximum azimuthal velocities of coherent fine scale eddies.

以前の低レイノルズ数の研究結果⁽¹⁰⁾ から、強いコヒーレント微細渦の空間分布はレイノルズ数に依存し、レイノルズ数の増加と共に $Q^* = 1.0$ 程度の強い微細渦の空間分布に非一様性が顕著に現れ、強い微細渦の周囲に比較的弱い微細渦が密集することが明らかにされている。

図 3 に、 $Re_\lambda = 64.9$, $Re_\lambda = 119.5$ 及び $Re_\lambda = 220.7$ の場合について第二不変量の等値面を示した。等値面は $Q^* > 0.03$ の領域を示している。可視化されている領域の一辺長は、次のように定義されるエネルギー・スペクトルに基づく積分長 (l_E) の 6~7 倍である。

$$l_E = \int_0^\infty \frac{E(k)}{k} dk \Big/ \int_0^\infty E(k) dk. \quad (5)$$

レイノルズ数の増加と共に、第二不変量の等値面で表される渦管の直径はより細くなるが、前述のようにこれらの微細構造の最頻直径は η の 8~9 倍である。レイノルズ数が比較的低い場合、第二不変量で可視化された渦構造はほぼ一様に分布しているのに対して、レイノルズ数の増加と共に渦構造の空間分布は、比較的大きなスケールの粗密を形成することが分かる。このような比較的大きなスケールの粗密は、 η , λ 及び l_E のスケール差が大きくなる高レイノルズ数の場合に顕著となる。

4. 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の統計的性質

次に一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の統計的性質を検討するために、各 DNS データから以前の研究と同様の方法⁽¹⁾ を用いて、コヒーレント微細渦を抽出した。

図 4 は抽出されたコヒーレント微細渦の直径の確率密度関数を示している。直径は η を用いて正規化されている。以前の研究⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾ と同様にコヒーレント微細渦の最頻直径は η の

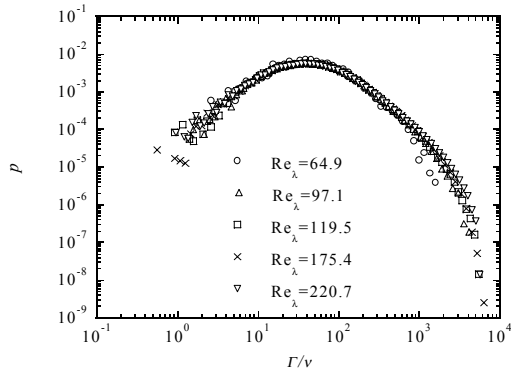


Fig. 6 Probability density functions of circulation of the coherent fine scale eddies.

約 8 倍であり，レイノルズ数にはほとんど依存しない．また， $\eta = 8$ よりも小さな直径を有する微細渦の存在確率は急激に減少している．一方， $\eta = 8$ よりも大きな直径を有する微細渦の存在確率は緩やかに減少しており，乱流場には比較的大きな微細渦も存在していることがわかる．

図 5 はコヒーレント微細渦の最大周方向速度の確率密度関数を示している．最大周方向速度は Kolmogorov 速度 (u_k) を用いて正規化されている．比較的低レイノルズ数の以前の研究⁽¹⁾ では，最大周方向速度の最頻値は二乗平均変動速度 (u_{rms}) の約 0.5 倍であった．図 5 に示した高レイノルズ数の場合の結果では，最大周方向速度は u_k によってスケールングことができ，その最頻値は u_k の約 1.2 倍となる．これは u_k と u_{rms} の間に次のような関係があり，

$$u_k / u_{rms} = 15^{1/4} Re_\lambda^{-1/2}, \quad (6)$$

低レイノルズ数の場合 $0.5 u_{rms} \approx 1.2 u_k$ であるためである．

図 6 は Burgers 渦を仮定し，コヒーレント微細渦の最大周方向速度と直径を用いて算出した循環の確率密度関数を示している．以前の研究⁽¹⁾ からコヒーレント微細渦は Burgers 渦によって非常に良く近似できることが示されている．循環は動粘性係数 (ν) すなわち $u_k \eta$ を用いて正規化されている．レイノルズ数が異なっても循環の確率密度関数は良く一致し，ピークは 35~40 である．また，Burgers 渦を仮定することにより算出した循環の大きさはほぼ 4 桁にわたっており，コヒーレント微細渦は様々な大きさの循環を持つことがわかる．

次に，より詳細にコヒーレント微細渦の統計的性質について検討するために，種々の結合確率密度関数について検討する．図 7 は， $Re_\lambda = 220.7$ の DNS データから抽出されたコヒーレント微細渦の直径と中心における速度勾配テンソルの第二不変量の確率密度関数を示している．隣り合う等値線の確率はそれぞれ 2 倍異なり，直径と第二不変量は η と u_k を用いて正規化されている．結合確率密度関数はコヒーレント微細渦の第二不変量が約 0.01 のときピークを示し，その直径は η の 7~8 倍である． η の 7~8 倍の直径をもつコヒーレント微細渦の中には第二不変量が約 30 にまで達する非常に強い剛体回転を行っているものも存在している．一方，第二不変量が約 0.1 となるコヒーレント微細渦の直径は非常に大きな分散を示し，その直径が η の数 10 倍から 100 倍にまで達する渦が存在している．

図 8 は， $Re_\lambda = 220.7$ の場合についてコヒーレント微細渦の最大周方向速度と第二不変量の関係を示している．図 7 と同様に隣り合う等値線の確率は 2 倍異なり，最大周方向速度と第二不変量は η と u_k を用いて正規化されている．結合確率密度関数はコヒーレント微細渦の第二不変量が約 0.01 のときピークを示し，その最大周方向速度は u_k の約 0.5 倍で

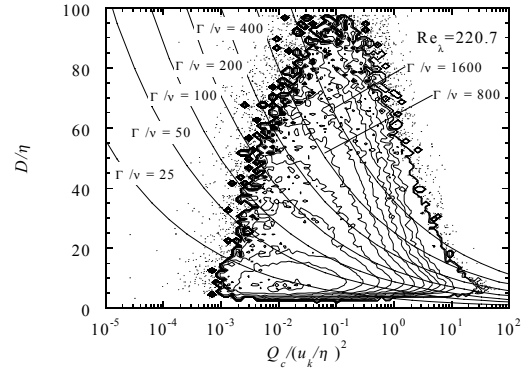


Fig. 7 Joint probability density function of diameter and second invariant at the center of coherent fine scale eddies.

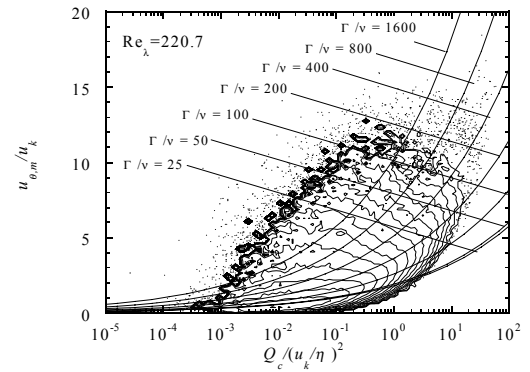


Fig. 8 Joint probability density function of the maximum azimuthal velocities and second invariant at the center of coherent fine scale eddies.

ある．コヒーレント微細渦の最大周方向速度の分散は第二不変量の増加と共に大きくなるが，第二不変量が約 1.0 を超えると分散は小さくなる．最も剛体回転率の高いコヒーレント微細渦は u_k の約 15 倍の最大周方向速度を持つことがわかる．

著者らは以前の研究⁽¹⁾ において，コヒーレント微細渦の速度分布は伸張を受けた Burgers 渦によって良く近似できることを示した．図 7 及び図 8 に示した実線は，Burgers 渦を仮定することにより算出した，渦中心での第二不変量と直径及び最大周方向速度の関係であり，次のようになる．

$$\frac{D}{\eta} = 2A^{1/4} \left\{ \frac{Q_c}{(u_k/\eta)^2} \right\}^{1/4}, \quad (7)$$

$$\frac{u_{\theta,m}}{u_k} = \frac{(\Gamma/\nu)}{2\pi} A^{-1/4} [1 - \exp(-s_m)] \left\{ \frac{Q_c}{(u_k/\eta)^2} \right\}^{1/4}, \quad (8)$$

ここで，

$$A = \left[\frac{1}{4\pi^2} (\Gamma/\nu)^2 - 12 \right] s_m^2, \quad (9)$$

である． s_m は $2s_m + 1 = \exp(s_m)$ を満足する値である．図 7 と図 8 に示した実線は， Γ/ν が 25, 50, 100, 200, 400, 800 及び 1600 の Burgers 渦を示している．一定の循環 Γ/ν を持つ Burgers 渦は中心における第二不変量の増加と共に直径が小さくなり，逆に周方向速度は増加する．図 7 と図 8 より，コヒーレント微細渦の特性は，異なる大きさの循環を持つ Burgers 渦によって近似できることが分かる．

図 10 は $Re_\lambda = 220.7$ の DNS データから抽出されたコヒーレント微細渦の直径と最大周方向速度の結合確率密度関数を示しており，隣り合う等値線の確率はそれぞれ 2 倍異なる．結合確率密度関数は直径が η の約 8 倍，最大周方向速度が

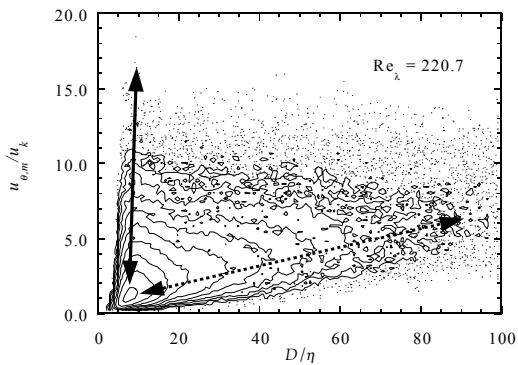


Fig. 9 Joint probability density function of the diameter and the maximum mean azimuthal velocity of coherent fine scale eddies in homogeneous isotropic turbulence.

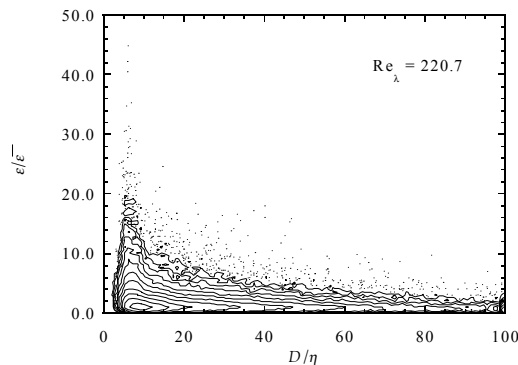


Fig. 10 Joint probability density function of the diameter and maximum mean energy dissipation around coherent fine scale eddies in homogeneous isotropic turbulence.

u_k の約 0.9 倍となる微細渦が最も多く存在していることを示している。微細渦の直径はレイノルズ数にほとんど依存せず、最も存在確率の高い微細渦の直径は η の 7~8 倍である。以前の研究と同様に⁽¹⁾、 η の 7~8 倍の小さな直径を持つ微細渦の最大周方向速度の分散は大きく、 $Re_\lambda=220.7$ の場合には u_k の約 20 倍 ($\approx 3\sim 4 u_{rms}$) にまで達する非常に大きな最大周方向速度を有する微細渦が存在している。レイノルズ数の増加と共に 7~8 η の直径を持つ微細渦の最大周方向速度は増加するが、それと共に η の数 10~100 倍の直径を有する微細渦の存在確率も高くなる。これらの比較的大きな直径を有する微細渦は、直径の増加と共に $6\sim 7 u_k$ 程度 ($\approx u_{rms}$) の最大周方向速度を有するようになる。これらの渦構造はいわゆる大規模スケールの長さ及び速度を持っている。ここで、図中の点線上に現れる渦構造は従来の乱流の概念と一致する。つまり、積分長程度の大きな直径を持つ渦は u_{rms} 程度の大きな回転速度を持ち、直径が小さくなるにつれて小さな回転速度を持つようになる。これに対して、図中の実線上の渦は最小の直径で極めて大きな回転速度を有する渦であり、この領域の渦は乱流の間欠性と密接に関係している。

図 10 は、 $Re_\lambda = 220.7$ の DNS データから抽出されたコヒーレント微細渦の周囲に形成されるエネルギー散逸率の平均分布の最大値と直径の結合確率密度関数を示している。ここで、隣り合う等値線の確率はそれぞれ 2 倍異なり、散逸は乱流場全体の平均散逸率で正規化されている。コヒーレント微細渦の周囲に形成される散逸率と直径の結合確率密度関数は、全空間平均の散逸率でピークを示している。直径が 10 η 以下のコヒーレント微細渦の周囲では、全空間平均の 40 倍以上にも及ぶ大きなエネルギー散逸が生じる場合もある。これらの渦は最小の直径で極めて大きな散逸率を生じる渦

であり、このことはコヒーレント微細渦が散逸率の間欠的な挙動の原因であることを示している。

5. 結論

本研究ではレイノルズ数の異なる一様等方性乱流の DNS 結果を用いて、乱流のコヒーレント微細構造の統計的性質を検討し、次のような結論を得た。

- (1) コヒーレント微細渦はレイノルズ数の増加と共に空間的に局在化するようになり、比較的大きなスケールの粗密を形成する。
- (2) コヒーレント微細渦の最頻直径は、Kolmogorov scale の約 8 倍であり、レイノルズ数にほとんど依存しない。また、コヒーレント微細渦の最大周方向速度は Kolmogorov 速度を用いることによりスケールリングことができ、その最頻値は Kolmogorov 速度の約 1.2 倍である。
- (3) 直径と最大周方向速度の結合確率密度関数は、乱流構造に関する従来の概念と一致する渦構造と微細スケールにおける間欠性と密接に関連する渦構造が存在していることを示している。
- (4) コヒーレント微細渦の周囲では非常に大きなエネルギー散逸が生じており、最大で乱流場全体の平均散逸率の 40 倍以上に達する。また、比較的小きな直径を有するコヒーレント微細渦ほど周囲における散逸が大きく、このことは乱流のエネルギー散逸の間欠性とコヒーレント微細渦の間に関連があることを示している。

謝辞：本研究の一部は科学研究費特定領域研究 (B) により行われたものである。また、DNS を行うにあたり、東京大学情報基盤センターの多大な協力を得た。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- (1) M. Tanahashi, T. Miyauchi, and J. Ikeda, Scaling Law of Coherent Fine Scale Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence. Proc. 11th Symp. Turbulent Shear Flows, 1 (1997), 4-17.
- (2) M. Tanahashi, T. Miyauchi and S. Iwase, Statistics of coherent fine scale structure in homogeneous isotropic turbulence, Bulletin of the American Physical Society, 43, 9 (1998), 1975.
- (3) M. Tanahashi, S. Iwase, J. Ikeda and T. Miyauchi, Coherent Fine Scale Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence, (2001), preparing.
- (4) M. Tanahashi, and T. Miyauchi, Small Scale Eddies in Turbulent Mixing Layer. Proc. 10th Symp. Turbulent flows, 1 (1995), P79.
- (5) M. Tanahashi, T. Miyauchi, and K. Matsuoka, Coherent Fine Scale Structures in Temporally-Developing Turbulent Mixing Layers. Turbulence, Heat and Mass Transfer, Vol. 2 (1997), 461, Delft University Press.
- (6) M. Tanahashi, T. Miyauchi and K. Matsuoka, Statistics of Coherent Fine Scale Structure in Turbulent Mixing Layer. Proc. IUTAM/IUGG Symp. Developments in Geophysical Turbulence, (2000) (Kluwer Academic Publishers) 205.
- (7) 店橋, 宮内, ダス, 小路, チャンネル乱流のコヒーレント微細渦構造, 日本機械学会論文集 (B 編), 65-640, (1999), 3844.
- (8) 店橋・塩川・ダス・宮内, 壁面せん断乱流中の微細構造のスケールリング, ながれ, 18-4, (1999), 256.
- (9) 店橋, 辻本, カリム, 藤村, 宮内, MHD 一様乱流の非等方化機構 (第二報), 日本機械学会論文集 (B 編), 65-640, (1999), 3884.
- (10) 店橋, 岩瀬, ウッディン, 高田, 宮内, 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の空間分布と熱輸送, Thermal Science and Engineering, 8-3 (2000) 29.