

高 Re 数自由せん断乱流中のコヒーレント微細渦

Coherent Fine Scale Eddies in High Reynolds Number Turbulent Free Shear Flows

店橋 護, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: mtanahas@mes.titech.ac.jp
 岩瀬 識, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: siwase@mes.titech.ac.jp
 宮内敏雄, 東工大, 〒152-8552 目黒区大岡山 2-12-1, E-mail: tmiyauch@mes.titech.ac.jp
 Mamoru TANAHASHI, Shiki IWASE and Toshio MIYAUCHI
 Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering, Tokyo Institute of Technology
 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8552, JAPAN.

To clarify the Reynolds number dependence of coherent fine scale eddies in turbulent mixing layers, direct numerical simulations of temporally developing turbulent mixing layers up to $Re_{\omega,0} = 2800$ are conducted. The most expected diameter and maximum mean azimuthal velocity of coherent fine scale eddies are about 8 times Kolmogorov micro scale and 1.2 times of Kolmogorov velocity for all $Re_{\omega,0}$, which coincide well with those of coherent fine scale eddies in homogeneous isotropic turbulence. With the increase of $Re_{\omega,0}$, the maximum second invariant at the center of the coherent fine scale eddies becomes large, which implies that the fine scale eddies with the large second invariant cause the intermittency of turbulence.

1. 結論

著者らは以前の研究⁽¹⁾において、一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦を抽出し、それらの統計的性質を検討した。その結果、比較的低いレイノルズ数の一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の最頻直径は、コルモゴロフ速度の約 8 倍、最頻最大周方向速度は二乗平均変動速度 (u_{rms}) の約 0.5 倍であることを明らかにした。これらのコヒーレント微細渦は一様等方性乱流のみならず、乱流混合層⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾、channel 乱流⁽⁵⁾、MHD 乱流⁽⁶⁾にも存在しており、同様のスケールリング則が成り立っている。乱流の微細構造は、乱流中のエネルギー散逸率及びその間欠性と密接に関連していると共に乱流場の非等方化とも関係している。しかし、これまでのコヒーレント微細渦に関して得られた知見は比較的低いレイノルズ数の場合について得られた結果であり、コヒーレント微細渦特性をより詳細に明らかにするには、乱流の特性長さが明確に分離する高レイノルズ数乱流のコヒーレント微細渦について検討する必要がある。

著者らはテイラー・マイクロスケール (λ) と二乗平均変動速度(u_{rms})に基づくレイノルズ数が約 220 までの高レイノルズ数一様等方性乱流の直接数値計算を行い、それらの結果から微細渦を抽出し、高レイノルズ数乱流における微細渦の統計的性質について検討を行った⁽⁷⁾。その結果、微細渦の最頻直径はコルモゴロフ・スケールの約 8 倍で不変であるが、最大周方向速度はコルモゴロフ速度($u_k = v/\eta$)を用いてスケールされることを明らかにした。

一方、これまでの乱流混合層に関する知見もやはり比較的低いレイノルズ数の DNS から得られた結果であり、高レイノルズ数乱流混合層のコヒーレント微細渦の統計的性質についても検討する必要がある。そこで、本研究では高レイノルズ数の時間発展乱流混合層の DNS を行い、乱流混合層におけるコヒーレント微細渦の統計的性質及びレイノルズ数依存性を明らかにすることを目的としている。

2. 時間発展乱流混合層の直接数値計算

次のような Navier-Stokes 方程式及び連続の式を基礎方程式として、時間発展乱流混合層の直接数値計算を行った。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \omega \times \mathbf{u} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

ここで、

$$P = p + \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 \quad (2)$$

である。各物理量は代表速度として主流速度差 ΔU 、代表長さとして次のように定義されるせん断層の初期渦度厚さ $\delta_{\omega,0}$ を用いて無次元化されている。

$$\delta_{\omega,0} = \frac{\Delta U}{(\partial U / \partial y)_{\max}} \quad (3)$$

ここで、 U は平均速度分布である。初期平均速度分布としては、次式で表されるハイパボリック・タンジェント型の速度分布を与えた。

$$U(y) = 0.5 \tanh(2y) \quad (4)$$

この平均速度分布に、次のような三次元ランダムじょう乱を重ね合わせたものを初期条件とした⁽⁸⁾。

$$\mathbf{u} = \nabla \times [I(y) \mathbf{B}] \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{B} は $k_i < 21$ に対して白色ノイズを持つベクトル・ポテンシャルである。 $I(y)$ は平面乱流混合層の実験結果に基づく変動強度分布であり、次のように与えた

$$I(y) = \varepsilon \exp(-0.55y^2) \quad (6)$$

また、次式で定義される変動強度が、 $y = 0$ において 1.7% となるよう ε を定めた。

$$I(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\langle u'^2 + v'^2 + w'^2 \rangle}{3}} \quad (7)$$

計算領域は線形安定性理論から導かれる最も不安定なじょう乱の波長を Λ として、流れ方向に 4Λ 、流れと垂直方向に 6Λ 、スパン方向に $8/3\Lambda$ とした。流れ方向とスパン方向にはフーリエ・スペクトル法を、流れと垂直な方向には sin-cos 展開に基づくスペクトル法を用いて離散化を行った。ここ

Table 1 DNS database of temporally developing turbulent mixing layers.

$Re_{\omega,0}$	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	Re_λ
500	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$	$216 \times 325 \times 144$	74.8
700		$288 \times 433 \times 192$	96.5
900		$324 \times 487 \times 216$	97.6
1100		$360 \times 541 \times 240$	99.7
1300		$384 \times 577 \times 256$	137.5
1500		$432 \times 649 \times 288$	147.2
1900		$480 \times 721 \times 320$	163.9
2800		$648 \times 973 \times 432$	189.8

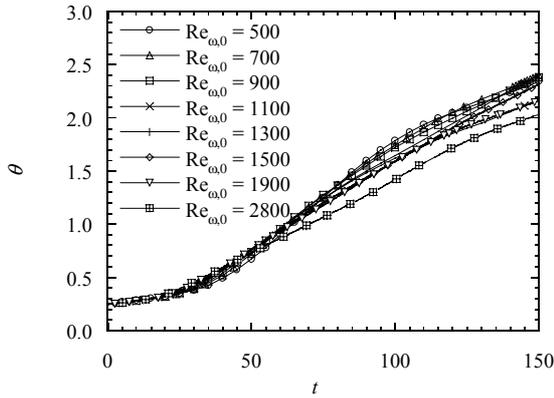


Fig. 1 Developments of momentum thickness.

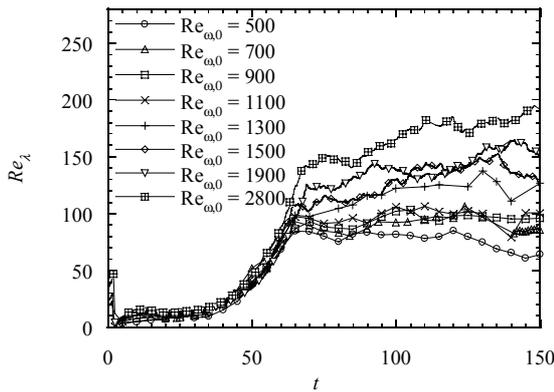


Fig. 2 Developments of Reynolds number based on the Taylor microscale and velocity fluctuation at center of the shear layers.

で、垂直方向の計算領域は、free-slip 境界条件を課すことにより生じる鏡像渦が混合層内の渦の発達に影響を与えないように考慮して選択した。また、スパン方向の領域は線形安定性理論から導かれる $2/3$ 不安定性に基づいて設定した。時間積分は低記憶容量型三次精度 Runge-Kutta 法を用い、非線形項から生じる aliasing 誤差は、 $3/2$ 則あるいは phase shift 法を用いて完全に除去した。表 1 に本研究で用いた DNS データの計算条件を示す。計算は ΔU と $\delta_{\omega,0}$ に基づくレイノルズ数が 2800 までについて、初期条件から大規模構造が roll-up し、2 回目の合体が終了する時刻まで行った。最も大規模な $Re_{\omega,0} = 2800$ の計算では、約 2 億 7 千万点の格子点数と 95.1GB の主記憶を必要とした。

3. 時間発展乱流混合層の統計的性質

図 1 は次のように定義される混合層の運動量厚さの時間変化を示している。

$$\theta = \frac{1}{\Delta U^2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} (U_1 - \bar{u}(y))(\bar{u}(y) - U_2) dy \quad (7)$$

ここで、 U_1 は高速側平均速度、 U_2 は低速側平均速度を示しており、 $\Delta U = U_1 - U_2$ である。運動量厚さは、無次元時刻 $t = 30$ 以降で線形に増加しており、レイノルズ数が高いほど成長率は低くなる傾向にある。 $Re_{\omega,0} = 2800$ の最終時刻における運動量厚さと主流速度差に基づくレイノルズ数 Re_θ は約 5951 である。図 2 はせん断層中心におけるテイラー・マイクロスケールと二乗平均変動速度に基づくレイノルズ数 Re_λ の時間変化の様子を示している。 $t = 30$ から大規模構造の一回目の合体が終了する $t = 60$ までの期間で Re_λ は急激に増加する。 $Re_{\omega,0}$ が高い場合ほど、 $t = 60$ において高い Re_λ に到達し、その後は緩やかに変化する。この急激な Re_λ の増加

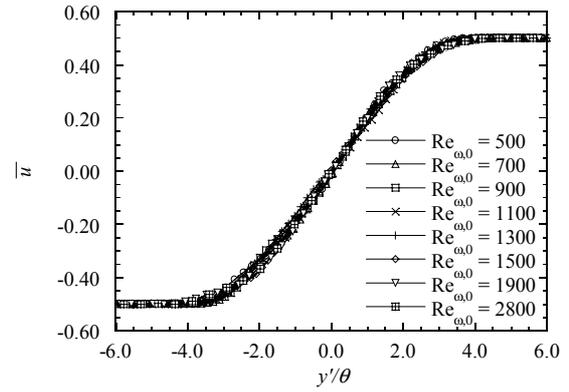


Fig. 3 Distributions of mean streamwise velocity ($t = 130$).

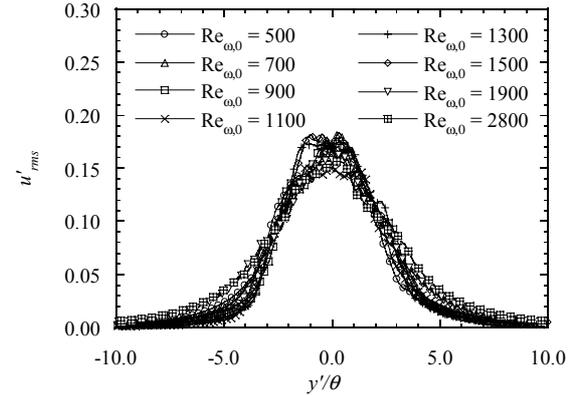


Fig. 4 Distributions of streamwise velocity fluctuation ($t = 130$).

が混合層の乱流遷移に対応する。表 1 には微細渦の解析を行った時刻における各 DNS データの Re_λ も併せて示した。本研究で最も高い Re_λ は約 189.8 である。

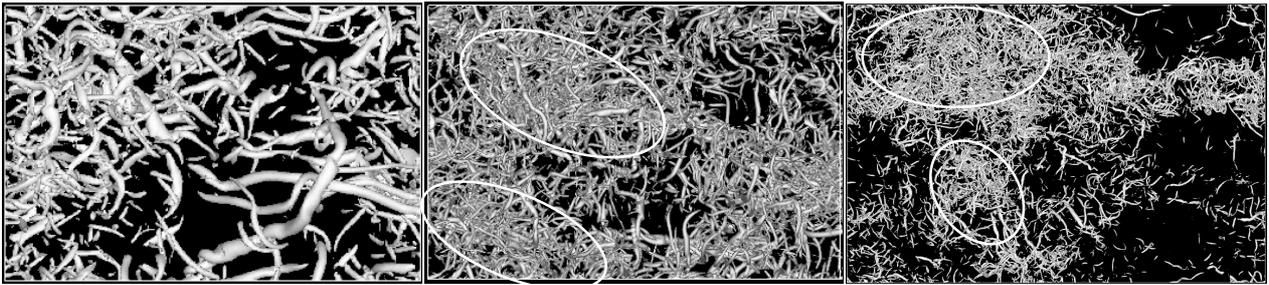
混合層では十分発達した乱流状態で自己相似的な振る舞いを示すことが知られている。図 3 及び 4 は時刻 $t = 130$ における流れ方向の平均速度及び二乗平均変動速度分布を示している。ここで、横軸は各 DNS データの運動量厚さで正規化されている。図 3 に示した平均流速分布はレイノルズ数が異なる場合でも非常によく一致していることがわかる。乱流強度分布についてもレイノルズ数が異なってもほぼ一致しており、時刻 $t = 130$ において混合層が既に自己相似域、すなわち乱流場が発達した段階にあることがわかる。

4. 高レイノルズ数時間発展乱流混合層中のコヒーレント微細渦

本節では、乱流混合層が十分発達した時刻の DNS 結果から微細構造を抽出し、その統計的性質を検討する。解析は $Re_{\omega,0} = 500, 700, 900, 1300, 1900$ 及び 2800 のケースについて行った。ここで十分発達した時刻とは、乱流混合層の統計量が自己相似的な分布を示し、かつ二回目の大規模構造の合体が終了した後の時刻である。図 3 と図 4 から $t = 130$ において混合層は既に自己相似域にある。二回目の大規模構造の合体が終了する時刻は、流れ方向のエネルギー・スペクトルの第二低調波成分がピークを示す時刻から判断した。そのため、各 DNS データによって解析時刻が異なっており、 $Re_{\omega,0} = 1300$ までの DNS データは時刻 $t = 130$ において、 $Re_{\omega,0} = 1900$ の DNS データでは $t = 140$ 、そして $Re_{\omega,0} = 2800$ の DNS データでは時刻 $t = 160$ において解析を行っている。

図 5 は $Re_{\omega,0} = 500, 1300$ 及び 2800 の場合について、十分発達した時刻における次のように定義される速度勾配テンソ

Top View



Side View



$Re_{\alpha,0} = 500$

$Re_{\alpha,0} = 1300$

$Re_{\alpha,0} = 2800$

Fig. 5 Contour surfaces of second invariant of velocity gradient tensor in fully developed turbulent mixing layers ($Q^* = 0.03$).

ルの第二不変量 Q^* の等値面を示している .

$$Q = \frac{1}{2}(W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (8)$$

ここで, W_{ij} と S_{ij} は速度勾配テンソルの非対称成分と対称成分である .

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

速度勾配テンソルの第二不変量は各 DNS データのせん断層中心におけるコルモゴロフ・スケール(η)と二乗平均変動速度を用いて正規化されている . このような正規化を行うことにより, 最も高い剛体回転率を有する微細渦の第二不変量は $Q^* = O(1)$ となる . 一般に, 特定の物理量の等値面を用いて可視化を行った場合, その結果は用いたしきい値に依存する . 本研究では, 最も剛体回転率が高い微細渦の第二不変量が $Q^* = O(1)$ となることを考慮し, Q^* の等値面を用いて微細渦の空間分布を検討した . 図 5 から第二不変量の等値面で可視化された渦管の径はレイノルズ数の増加と共に小さくなるのがわかる . ただし, 後に示すように, 微細構造の最頻直径はコルモゴロフ・スケールを用いて正規化した場合, レイノルズ数に依存しない . 図中の Side View に白丸で示したように, 混合層の大規模構造は多数の微細な渦構造によって構成され, レイノルズ数の増加と共に大規模構造内の渦管の数が増大していることがわかる . また Top View においても白丸で示したように, 高レイノルズ数の場合, 大規模構造内の渦構造の空間分布は, 比較的大きなスケールの粗密を形成していることがわかる

図 6 は以前と同様な手法⁽¹⁾を用いて抽出を行ったコヒーレント微細渦の直径の確率密度関数を示している . ここで直径はコルモゴロフ・スケールを用いて無次元化されている . 過去の研究結果と同様に, 十分発達した時間発展乱流混合層中の微細構造の最頻直径はコルモゴロフ・スケールの約 8 倍となり, レイノルズ数に依存しない . このことは高レイ

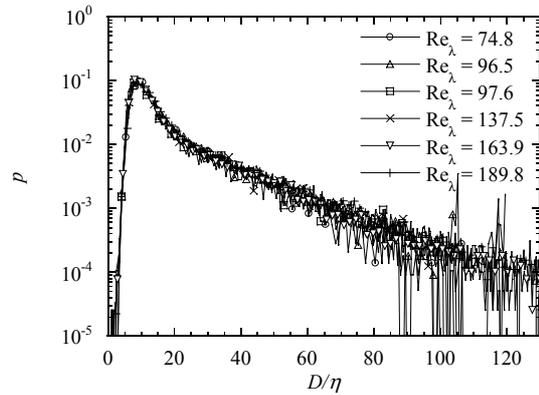


Fig. 6 Probability density functions of the diameter of coherent fine scale eddies in fully developed turbulent mixing layers.

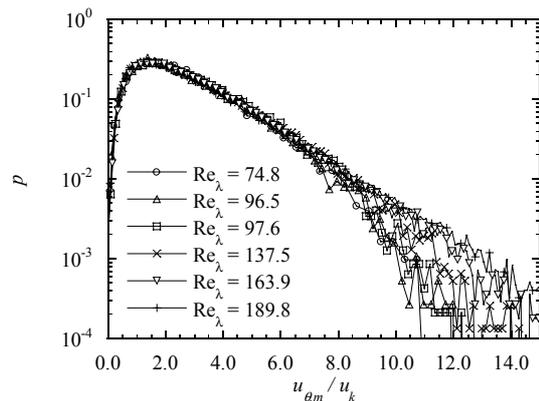


Fig. 7 Probability density functions of the maximum mean azimuthal velocity of coherent fine scale eddies in fully developed turbulent mixing layers.

ノルズ数の一様等方性乱流中の微細構造の特性とも一致する .

図 7 は最大周方向速度の確率密度関数を示しており, 最大周方向速度は各 DNS データのコルモゴロフ速度(u_k)で正規化されている . u_k を用いて無次元化された最大周方向速

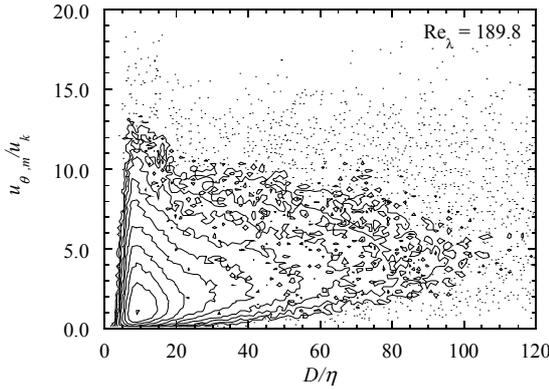


Fig. 8 Joint probability density function of the diameter and the maximum mean azimuthal velocity of coherent fine scale eddies in fully developed turbulent mixing layer.

度の確率密度関数は一様等方性乱流の場合と同様にコルモゴロフ速度の約 1.2 倍でピークを示しており、以前の低レイノルズ数の結果とは異なり最大周方向速度は u_k によりスケールリングされることが分かる。これは二乗平均変動速度とコルモゴロフ速度の間に $u_k/u_{rms} = 15^{1/4} Re_\lambda^{(-1/2)}$ の関係があり、以前の研究のような低レイノルズ数の場合 $0.5u_{rms}$ と $1.2u_k$ が近い値をとるためである。

図 8 は最も高いレイノルズ数における微細渦の直径と最大周方向速度の結合確率密度関数を示している。ここで隣り合う等値線の確率は 2 倍異なっている。結合確率密度関数は、直径がコルモゴロフ・スケールの約 8 倍、最大周方向速度がコルモゴロフ速度の約 1.1 倍程となる微細渦の存在確率が最も高いことを示している。直径がコルモゴロフ・スケールの約 8~20 倍の範囲で最大周方向速度の分散が最も大きく、最大でコルモゴロフ速度の約 19 倍にまで達している。この Re_λ における $19u_k$ は $2.6u_{rms}$ となり、最大で二乗平均変動速度の約 5.2 倍の速度差を有する微細渦が乱流混合層中にも存在している。このようなコルモゴロフ・スケールの約 8~9 倍の直径を有する微細渦の最大周方向速度もレイノルズ数の増加と共に大きくなっている。同時にコルモゴロフ・スケールの数十倍から百倍の直径を有する微細渦の存在確率も高くなる。このような大きな直径を有する微細渦は、 $5u_k$ 、すなわち u_{rms} の最大周方向速度を有するようになる。このような高 Re 数の乱流混合層中の微細渦の特性は一様等方性乱流中のそれと非常に良く一致している。

図 9 は微細渦中心における第二不変量の確率密度関数を示している。ここで、微細渦中心における第二不変量は各 DNS データのコルモゴロフ速度とコルモゴロフ・スケールで無次元化されている。確率密度関数のピークはレイノルズ数に依らず、 $Q_c/(u_k/\eta)^2 \approx 0.01$ 付近でピークを示していることがわかる。また、レイノルズ数の増加と共に微細渦中心における第二不変量の分散は大きくなり、 $Re_\lambda = 189.8$ の場合、微細渦中心における第二不変量の最大値と最小値は約 10^7 倍程度異なっている。大きな剛体回転率を有する微細渦は、最大周方向速度が大きな微細渦に対応している⁽¹⁾。このことは、乱流場において平均的に存在する微細渦の剛体回転率と、非常に大きな速度差を生みだしている微細渦の剛体回転率の差がレイノルズ数の増加と共に大きくなることを示している。また、これら最も大きな第二不変量を有する微細渦の存在確率は非常に小さいことがわかる。このことはレイノルズ数の増加と共に乱流場がより間欠的なことと直接関係しているものと考えられる。

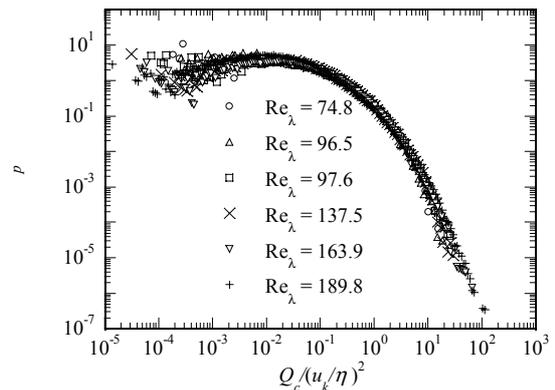


Fig. 9 Probability density functions of the second invariant at the center of the coherent fine scale eddies.

5. 結論

本研究ではレイノルズ数の異なる時間発展乱流混合層の直接数値計算を行い、それらの結果からコヒーレント微細渦のレイノルズ数依存性を検討し、次のような結論を得た。

1. 乱流混合層の大規模構造は多数の微細渦から構成され、レイノルズ数の増加と共にその数は増加する。また、レイノルズ数の増加と共に大規模構造内の微細渦の分布に粗密が形成されるようになる。
2. 十分発達した乱流混合層中のコヒーレント微細渦の最頻直径はコルモゴロフ・スケールの約 8 倍であり、レイノルズ数にほとんど依存しない。また、コヒーレント微細渦の最大周方向速度はコルモゴロフ速度によりスケールリング可能であり、最頻最大周方向速度はコルモゴロフ速度の約 1.2 倍である。これらの結果は高レイノルズ数の一様等方性乱流中の微細渦と良く一致する。
3. コヒーレント微細渦中心における第二不変量の分散はレイノルズ数の増加と共に大きくなる。このことは平均的な微細渦の剛体回転率と大きな速度差を生みだしている微細渦の剛体回転率との差が、レイノルズ数の増加と共に大きくなることを示している。

謝辞：本研究の一部は科学研究費特定領域研究(B)により行われたものである。また、DNS を行うにあたり、東京大学情報基盤センターの多大な協力を得た。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1. Tanahashi, M., Miyauchi, T. and Ikeda, J., Scalling Law of Coherent Fine Scale Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence. *11th Symp. on Turbulent Shear Flows*, (1997), 4-12.
2. Tanahashi, M. and Miyauchi, T., Small Scale Eddies in Turbulent Mixing Layer. *Proc. 10th Symp. on Turbulent flows*, 1 (1995), P79.
3. Tanahashi, M., Miyauchi, T. and Matsuoka, K., Coherent Fine Scale Structures in Temporally-Developing Turbulent Mixing Layers, *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Vol. 2 (1997), 461, Delft University Press.
4. Tanahashi, M., Miyauchi, T. and Matsuoka, T., Statistics of Coherent Fine Scale Structure in Turbulent Mixing Layer. *Proc. IUTAM/IUGG Symp. Developments in Geophysical Turbulence*, (2000) (Kluwer Academic Publishers) 205.
5. 店橋, 宮内, ダス, 小路, チャンネル乱流のコヒーレント微細構造, 日本機械学会論文集 (B 編), 65-638, (1999), 3244.
6. 店橋, 辻本, カリム, 藤村, 宮内, MHD 一様乱流の非等方性機構(第二報), 日本機械学会論文集 (B 編), 65-640,
7. 店橋, 菊地, 岩瀬, 宮内, 一様等方性乱流中のコヒーレント微細構造の統計的性質, 第 15 回数値流体力学シンポジウム講演予定, No. C01-2.
8. Riley, J. J., Metcalfe, R. W. and Orszag, S. A., Direct numerical simulations of chemically reacting turbulent mixing layers, *Phys. Fluids*, **29**, (1986), 406.